

國立臺灣大學工學院土木工程學系

碩士論文

Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

異質性列車路徑指派之最佳化模式

Optimizing the Routing of Trains with

Heterogeneous Traffic

徐崇恩

Hsu, Chung-En

指導教授：賴勇成 博士

Advisor: Lai, Yung-Cheng, Ph.D.

中華民國 99 年 8 月

August, 2010

國立臺灣大學碩士學位論文
口試委員會審定書

異質性列車路徑指派之最佳化模式

Optimizing the Routing of Trains with
Heterogeneous Traffic

本論文係徐崇恩君（學號 R97521525）在國立臺灣大學土木工程學系碩士班完成之碩士學位論文，於民國 99 年 6 月 29 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：賴勇成 教授

賴勇成
(指導教授)

(簽名)

鍾志成 博士

鍾志成

朱致遠 教授

朱致遠

系主任

呂良正

(簽名)

誌謝

研究所兩年不知經歷了多少次的碩論 meeting，記得在每次 meeting 完，有時鬥志高昂，有時徬徨低落，在本篇論文完成後，覺得這些感覺實在寶貴，而本篇論文的完成，必須歸功於以下曾經給我幫助的人。

對於論文本身，賴勇成老師給予實質的幫助，更讓我重視研究嚴謹心態，以及待人處事的道理。周義華老師則在專題討論給予許多意見，為論文增添了豐富性。鍾志成博士是在口試期間細心審閱論文，為我指出諸多不合理處，讓論文朝正確的地方修改，另外鍾博士專業且謙遜的研究氣質，也是我十分敬佩的地方。口試期間朱致遠老師除了給予許多寶貴意見，最後的鼓勵也讓更有持續努力的動力。Illinois 軌道團隊的 Mark Dingler 先生在 RTC 模擬方面給予非常多的協助，本篇論文是從這些模擬資料作為出發點開始的，對此篇文章幫助很大。

2009 年 7 月 TRB 時期，那是本篇論文初步架構完成的時候，常常發生數學模式東錯一些、西露一點的問題，幸好在 RR Group 當中方法論組有美成和心榆，諸多技術層面的東西都多虧有兩位我才能一一突破。還有許許多多次的任務，不管是杜鵑花軌道模型活動，還是每一周的團體 meeting，都感謝 RR Group 的各位互相扶持與鼓勵。而在每個壓力大的時刻，幸虧我有著一群可以陪我在籃球場揮灑汗水的同伴，R97 籃球隊的各位和闕麵學長，感謝你們讓我研究所生涯沒有少掉籃球這塊領域。還有，經常和我談論 NBA 戰況、陪我打籃球、騎腳踏車的國中鄰居們，你們真是我重要的垃圾桶。

感謝對我有養育之恩的父母，父親從小讓我經濟上不虞匱乏，可以安心求學；而母親在每個我拖著疲憊身軀回家的夜，為我準備消夜，聽我談論在學校的事，而這些事情他們一作就是 24 年，無所怨言...

每天在回家的公車途中，走在木新路上，往往可以感受親切的街景；在木柵的河堤邊，那令人舒懷的夜景；還有在椰林大道上吹著晚風的情境，這些讓我轉換心情的景，也感謝你。

最後，感謝一直陪在我身邊的沛儒，每天一起騎腳踏車回家的路上，不僅可以和妳訴苦，也可以和妳分享快樂。這兩年的研究生涯，我學到許多學術知識與待人處事的道理。但在我心目中，這兩年最大的收穫是能跟你在一起經歷研究生涯，感謝妳！

徐崇恩 于台大土木館 2010/8/15



摘要

在全球因為能源短缺，朝向節能減碳趨勢邁進時，軌道系統容量需求將大幅的增加。然而，世界上多數軌道系統之容量正趨近於飽和。面對運輸需求之增加，如何有效的運用軌道系統資源，協助規劃人員建立有效率又可靠的服務規劃，是目前軌道運輸系統重要的課題之一。一般而言，提升軌道容量的方式可分為兩大類，第一類是在控制與運轉策略中做改變，第二類是在基礎建設上做擴充。因為改善運轉策略的花費較少，成效也比較迅速，所以常會優先考慮。而在此類策略改善方式中，混合列車組成（異質性）對軌道容量影響是十分重要的，不同的車種運行時，彼此間會車與超車會造成可觀的延滯。因此，透過調整列車路徑指派可以降低每個路段上的列車異質性，進而提升軌道容量與降低系統延滯。

本研究建立一套考量異質性的列車路徑指派模式，此模式根據軌道系統資料，決定列車運行時間和維修成本的方程式，估算各種混合列車組成下的運行時間成本和維修成本，再運用數學規畫方法找出最佳的列車路徑指派策略。由於所建構的最佳化模式屬於NP-Hard問題，若使用傳統數學規畫解法無法在CPLEX平台上無法求得整數規劃之最佳解，因此本研究應用Lagrangian Relaxation分解法將最佳化模式分解，結合次梯度法提升最佳化模式求解能力。經過24個結點，40條路段的類九宮格型態路網測試決策程序，大約可節省約3~5%的營運成本。運用此決策工具可協助規劃人員建立有效率且可靠的列車運轉策略，減少異質性造成的衝擊，如此可有效降低列車運行時間，進而降低營運成本；降低運行時間同時也減少延滯發生，間接提升運輸系統之可靠度。

關鍵詞：列車路徑指派、異質性列車組成、軌道容量利用、決策程序、拉氏鬆弛法

Abstract

Long-term demand for rail traffic worldwide is expected to expand increasingly leading to capacity constraints. Although both infrastructure investment and operational changes can relieve congestion, careful consideration of how operational practices can affect or mitigate demand is critical for cost-effective planning of new capacity, especially considering the high cost to build and maintain infrastructure. A critical aspect of capacity management is to understand the effect of heterogeneous traffic on capacity. Greater heterogeneity on a line increases interference between trains and creates more delay than if all trains have similar characteristics.

In this research, we take into account the impact of heterogeneity and present a new optimization framework to identify the optimal train network routing. We also implement Lagrangian Relaxation with Subgradient optimization method to solve this problem efficiently. Computational results show the use of this tool can successfully reduce operational costs by 3 to 5 %. This tool will help service design managers on traffic routing and capacity utilization.

Keyword: Train Routing, Heterogeneous Traffic, Capacity Utilization, Decision Support, Lagrangian Relaxation

目錄

誌謝	I
摘要	III
Abstract	IV
目錄	V
圖目錄	VII
表目錄	VIII
第一章、緒論	1
1.1. 研究動機與目的	1
1.2. 研究範圍	3
1.3. 論文架構	5
第二章、文獻回顧	7
2.1. 列車路徑指派問題	7
2.2. 列車異質性對軌道容量之影響	12
2.3. 多元商品流動問題	16
2.4. 小結	22
第三章、異質性列車路徑指派程序	23
3.1. 運行時間成本方程式	24
3.2. 維修成本方程式	29
3.3. 最佳化列車路徑指派模式	35
3.3.1. 模式符號說明	36
3.3.2. 最佳化數學模式	39
3.4. 小結	42
第四章、Lagrangian Relaxation 模式	43
4.1. Lagrangian Relaxation 介紹	43
4.2. 次梯度法介紹	46

4.3.	最佳化列車路徑指派模式應用 Lagrangian Relaxation 法.....	49
4.3.1.	最佳化模式改寫	49
4.3.2.	運算機制	50
4.3.3.	建立可行解	53
4.4.	小結	53
第五章、案例分析		54
5.1.	路網異質性指標	55
5.2.	案例分析 I—簡易路網.....	56
5.3.	案例分析 II—不等長類九宮格路網型態	59
5.4.	小結	66
第六章、結論與建議		67
6.1.	結論	67
6.2.	建議	68
參考文獻		69



圖目錄

圖 1-1 混合車種營運延滯和列車流量之關係.....	2
圖 1-2 營運規畫流程.....	4
圖 1-3 列車路徑指派問題之輸入與輸出項目.....	5
圖 2-1 服務規劃內容與流程.....	8
圖 2-2 列車速度異質性影響軌道容量之簡例.....	14
圖 2-3 除去列車速度異質性影響軌道容量之簡例.....	14
圖 2-5 Dantzig-Wolfe Decomposition 問題型式.....	19
圖 3-1 異質性列車路徑指派程序.....	23
圖 3-2 運行時間成本方程式輸入與輸出項目.....	24
圖 3-3 影響列車運行時間之因素.....	25
圖 3-4 維修成本方程式輸入與輸出項目.....	30
圖 3-5 木枕軌枕-不同軌道曲度-不同軌道等級之全年載重與維修成本關係.....	33
圖 3-6 混凝土軌枕-不同軌道曲度-不同軌道等級之全年載重與維修成本關係.....	34
圖 4-1 Lagrangian Relaxation 問題求解示意圖.....	45
圖 4-2 次梯度法運算流程圖.....	52
圖 4-3 對偶解轉換成可行解.....	53
圖 5-1 檢視近似解優劣之示意圖.....	54
圖 5-2 案例分析 I –(a)路網 (b)最短路徑指派結果.....	57
圖 5-3 案例分析 I—Subgradient optimization method 對偶解變化趨勢.....	58
圖 5-4 案例分析 I—Subgradient optimization method 真實解變化趨勢.....	59
圖 5-5 案例分析 II—不等長類九宮格路網.....	60
圖 5-6 案例分析 II—最短路徑指派結果.....	61
圖 5-7 案例分析 II—異質性列車指派結果.....	62
圖 5-8 案例分析 II— (a)最短路徑指派 (b)異質性列車指派列車流量與路網異質性結果.....	63
圖 5-9 案例分析 II—Subgradient optimization method 對偶解變化趨勢.....	64
圖 5-10 案例分析 II—Subgradient optimization method 真實解變化趨勢.....	64

表目錄

表 2-1 過去重要列車路徑指派模式.....	11
表 2-2 影響軌道容量之因素.....	13
表 2-3 北美鐵路四種常用列車基本資料.....	15
表 2-4 不同領域多元商品流動問題之應用.....	17
表 2-5 各種分解型演算法適用情境.....	21
表 3-1 KO 路段各項迴歸係數.....	26
表 3-2 根據 KO 路段推估各種列車組成之運行時間之簡例.....	29
表 3-3 FRA 定義各級軌道速限.....	31
表 3-4 針對貨物列車、輕微曲率情況每一軌道年平均最小維修成本.....	32
表 3-5 針對貨物列車、中等曲率情況每一軌道年平均最小維修成本.....	32
表 3-6 針對貨物列車、劇烈曲率情況每一軌道年平均最小維修成本.....	32
表 3-7 維修成本方程式之迴歸係數.....	35
表 5-1 次梯度法參數設定.....	55
表 5-2 案例分析 I—兩種路徑指派策略結果比較.....	58
表 5-3 案例分析 II—起訖點運輸需求.....	60
表 5-4 案例分析 II—兩種路徑指派策略結果比較.....	63
表 5-5 案例分析 II—求解效率分析.....	65

第一章、緒論

1.1. 研究動機與目的

全球因為能源短缺，各國政府部門為求振興經濟而提出多項擴大內需之方案，一般多以公共建設為基礎，並期望提升現有公共系統之使用率，以降低能源和資源的耗費。在交通運輸領域，如何能有效利用現有運輸資源，成為現今最重要的課題之一。自五、六零年代以來，公路系統扮演著交通網路中最主要也最受到關注的角色，工商業伴隨著公路運輸的擴展而成長，又反過來刺激更多的公路運輸需求，進而使政府投資公路基礎建設。然而，隨著地球暖化日益嚴重，能源危機、土地取得和經濟效益等問題，在許多情況下，擴充公路系統容量之效益已不如其他相關替代方案，轉而發展大眾運輸網或提升軌道系統容量等方案，以提升整體運輸系統之使用效能。

軌道運輸不管是在安全、運輸效率、土地使用與環境衝擊上，均有其絕對優勢，各國政府單位皆視其發展為因應未來運輸量提升的重要解決方案考量 (ASSHTO, 2007)。以安全而言，公路系統之肇事死亡率比軌道系統高約18倍；在能源消耗部分，比較運送相同之貨運量，軌道運輸可比路面運輸節省五至七成能源，若以每一延人公里的城際客運為例，軌道運輸的能源消耗量大約是搭乘飛機的1/3，約為駕駛小汽車（單人搭乘）的1/6；就廢氣排放量探討，一般柴油列車排放廢氣量大概是一台小客車的1/40，電氣化車輛的表現則更佳。因此，選用軌道運輸作為公共運輸的主幹，搭配其他接駁運具，將是未來運輸系統發展之主流，而如何有效運用現有的軌道運輸系統，並逐步有計畫的發展國家整體軌道運輸，為刻不容緩之課題。更進一步地有效地運用軌道系統資源，協助規劃人員建立有效率又可靠的服務規劃，是目前軌道運輸系統重要的發展方向。

一般而言，提升軌道容量的方式可分為兩大類，第一類是在控制與運轉策略中做改變，第二類是在基礎建設上做擴充。因為改善運轉策略的花費較少，成效

也比較迅速，所以常會優先考慮。而在此類策略改善方式中，混合列車組成（異質性）對軌道容量影響是十分重要的，不同的車種運行時，彼此間的會車與超車會造成可觀的延滯。Dingler等人 (2009) 使用軌道模擬軟體 (Rail Traffic Controller - RTC) 模擬單軌路段以不同車種營運之情境，並量化分析列車異質性對軌道容量造成的影響。

模擬結果如圖1-1所示，其中運輸貨櫃列車 (intermodal train) 為北美鐵路列車等級較高的快車、煤炭貨運專車 (unit coal train) 是列車等級較低的慢車。作者在模擬時為了避免實驗誤差，每種情境皆用不同隨機數進行模擬，因為慢車運行速度較慢，前車產生延滯時，較容易發生次要延滯，因此慢車相對於快車變異性較大。

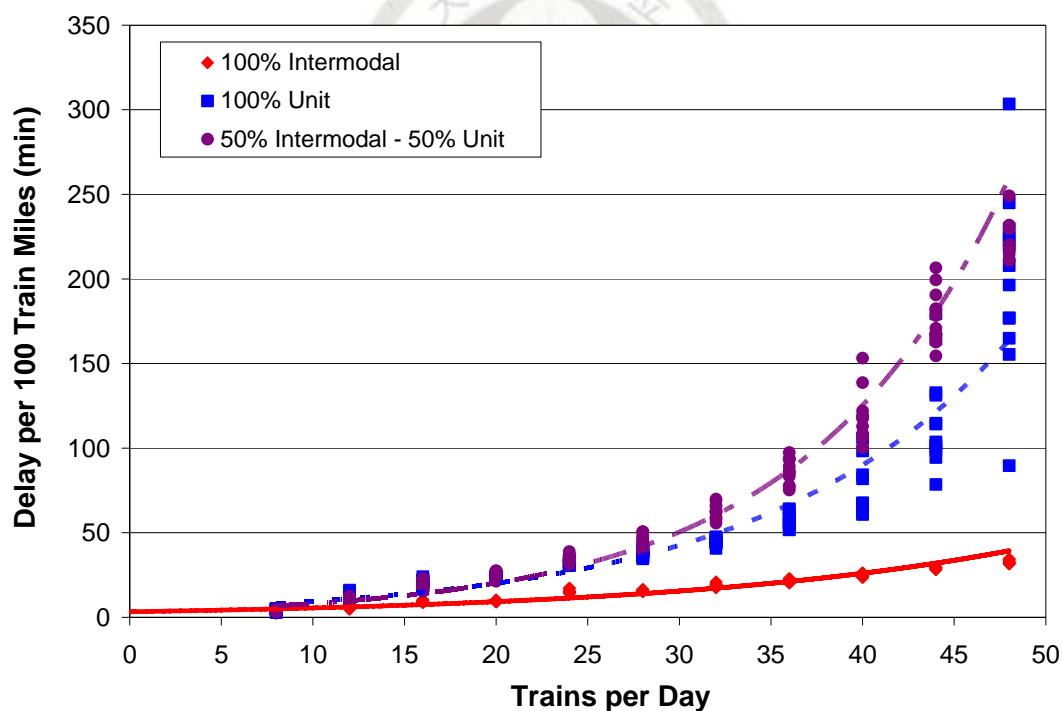


圖 1-1 混合車種營運延滯和列車流量之關係

延滯和列車流量趨勢線如同過去研究 (Bronzini & Clarke, 1985; Krueger, 1999)，延滯會隨著列車流量增高而成指數性成長。但值得注意的是，若使用快慢車各半

的情境進行模擬，延滯較單一車種運行的情境高。這也就是說，列車異質性越高時，延滯情況越嚴重，而單位時間內可通過之列車數亦越低。根據此因素得知列車異質性營運上影響軌道系統運輸能力的重要因素之一。因此，透過調整列車路徑指派可以改變每個路段上的列車異質性，進而提升軌道容量與降低系統延滯。

本論文具體之研究目的為發展一套考量列車「異質性」的決策程序，協助規劃人員建立有效率且可靠的列車運轉策略，減少因為異質性對軌道容量造成的衝擊，也能夠讓軌道營運單位更有效率使用資源。

1.2. 研究範圍

在本研究中，主要探討的範圍是軌道營運單位在「服務規劃」當中的列車路徑指派決策 (如圖 1-2)。一般而言，服務規劃當中通常包含兩個決策程序，一是貨物或旅客對已知列車的指派，另一是列車的路徑指派。本研究著重於後者，列車路徑指派是一種決定列車在路網當中如何流動，滿足使用者需求，做出最佳服務決策的問題。在決定了列車路徑後，才能制定班表、人員規畫、以及軌道占用計畫等相關決策，列車路徑指派問題之重要性可見一斑。

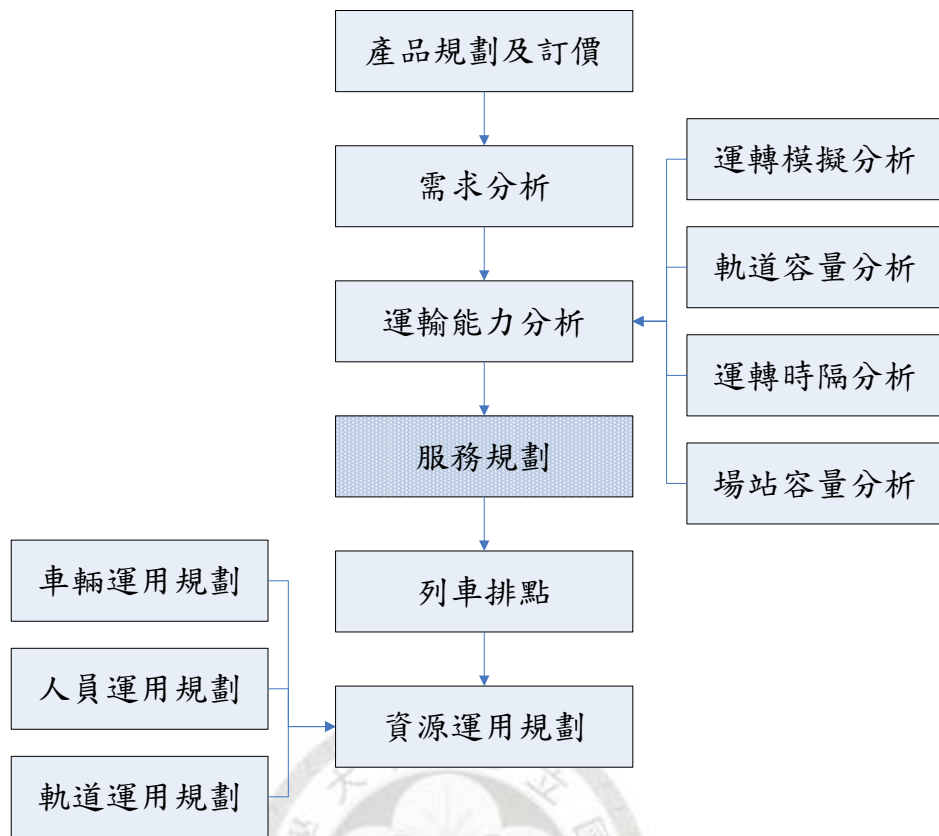


圖 1-2 營運規畫流程

資料來源：交通部運輸研究所，2005

如圖 1-3，此問題是在路線條件、運輸需求等條件已知的情況，輸出各列車的營運路線。在替代路徑越多的鐵路路網，越容易展現進行路徑指派的價值，因此這類型問題主要應用於擁有龐大鐵路路網的地區，如：美國、中國等。另外，在此研究中，作路徑指派的對象為「列車」，而非「貨物」或是「旅客」，也就是假設貨物或旅客已經以最佳方式配置在各列車當中。

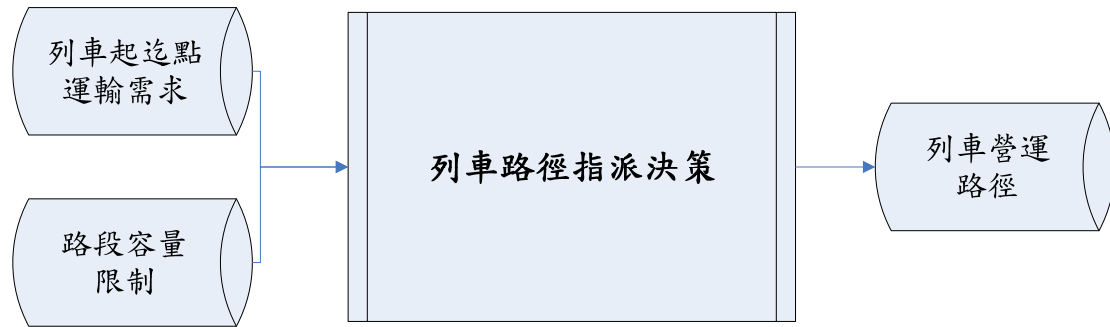


圖 1-3 列車路徑指派問題之輸入與輸出項目

由上述可知，列車路徑指派之決策屬於一種最佳化問題，也就是在目標函數必須滿足約束條件下，做出最佳化決策之問題。因此本研究以作業研究 (Operation Research) 領域中混和整數規劃的網路流動型式為基礎，發展考慮列車異質性之列車路徑指派路網最佳化模式，並使用 CPLEX 平台求解最佳化模式。除此之外，為了增加此最佳化模式求解能力，在規模較大的路網問題則使用 Lagrangian Relaxation 解法，將原始最佳化模式分解，以有效求解大型路網問題。

1.3. 論文架構

本論文共分六章。本章介紹研究動機、研究目的、研究範圍、研究方法、以及研究架構。第二章回顧過去對於本議題之相關文獻，包含：過去對於列車路徑指派問題之相關研究，異質性列車對軌道容量之影響，以及多元商品流動問題 (Multi-Commodity Flow Problem, MCF Problem)。第三章主要對於決策程序包含的模組、項目逐一介紹。決策程序包含根據軌道系統資料，決定列車運行時間和維修成本的方程式，並計算各種混合列車組成下的運行時間成本和維修成本，再運用數學規畫方法找出最佳的列車路徑指派策略。第四章首先簡介 Lagrangian Relaxation 基本概念，以及用來求解 Lagrangian multiplier 問題的次梯度法 (Subgradient optimization method)。接著在介紹如何應用在最佳化模式，而利用

Lagrangian Relaxation 分解法改寫之模式，將有助於提高原始模式之求解能力。第五章利用兩個路網驗證第三章決策程序和第四章提出和 Lagrangian Relaxation 解法之實用性與正確性。案例以實際列車流動和所節省之成本說明決策程序之功用。第六章總結此篇研究，並提出未來可能發展之延伸。



第二章、文獻回顧

此章分別回顧三部分的相關文獻。第一節介紹過去對於列車路徑指派問題之相關研究，主要整理過去求解此問題考量哪些因素，問題屬於何種數學型式，以及使用何種方式求解之。這些資訊做為第三章建構決策模式之參考。第二節介紹過去提出影響軌道容量的重要因子，其中列車異質性是對於運轉上最重要的因素之一，也因此列車路徑指派必須考量此因子進行決策。第三節回顧多元商品流動問題 (Multi-Commodity Flow Problem, MCF Problem) 及過去常用之解法，此章節之回顧作為第三章發展網路最佳化模式之根據。第四節總結文獻回顧，提出本研究之立足點。

2.1. 列車路徑指派問題

軌道運輸系統中，營運者以運轉列車提供服務，運轉所需要的軌道、車輛、機車頭、人員...等是營運者的資源，如何以有限資源做出最有效率的服務，維持固定品質，並且滿足使用者的需求，是軌道營運單位規畫服務策略所需決策之事項。

一般來說，規畫流程分為兩項主要部分，一是基本營運條件分析，包含產品規劃與定價、需求分析、運輸能力分析。此部分是將現有的路線資料、列車資料、控制資料、運輸需求...等資料經過運輸能力分析等模組計算現有之運輸能力，擁有這些資料後才能進行服務規劃部分的相關決策。另一個部分是各項服務計畫的制定，如同圖 2-1，擁有路段容量和運輸需求等資料後，才能制定列車路徑指派計畫；擁有服務水準和列車路線後，才能對列車進行排班；擁有列車到開站時間和行駛時間限制後；才能制定車輛運用規劃；最後根據車輛的使用計畫，才能對司機員進行排班。

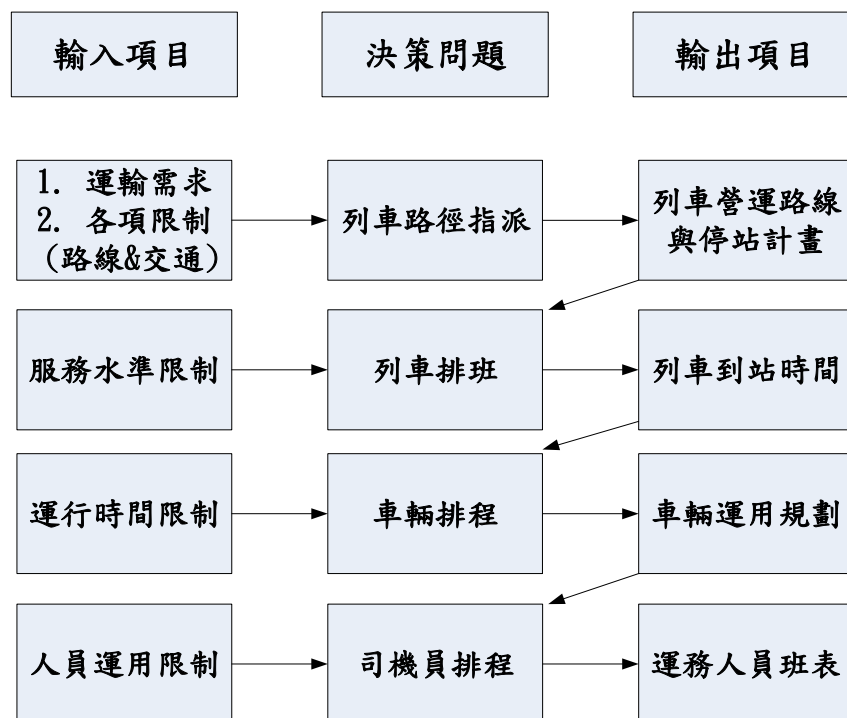


圖 2-1 服務規劃內容與流程

資料來源：Sussman, 2004

服務規畫之內容與流程，根據規畫對象可分為旅客列車服務規劃、以及貨物列車服務規劃，而根據決策層級分為長期 (Strategic)、中期 (Tactical)、以及短期 (Operational) 的計畫。受限於路線容量、需求等各項條件，服務計畫必須在滿足各項限制下作出最佳化決策，而各項計畫環環相扣。最先制定的為列車路徑指派計畫，後續才能根據列車路徑作出列車排點、軌道運用等後續計畫，由此可知列車路徑指派之重要性。

以下回顧過去重要有關列車路徑指派的文獻：

✚ Crainic 等人 (1984) 發展一非線性整數規畫模式，此模式屬於多元商品物流問題 (multi commodity flow)，目的處理列車編組 (blocking, makeup) 以及列車路徑指派交互關聯的決策。此模式中以路網可行的路線為基礎，而這些可行的路線組合定義為交通等級 (traffic classes)，藉著選擇每種交通等級最佳的交通分布，去解決貨物列車路徑指派問題。模式以最小營運成本和延滯成本為目標式，加上列車

服務容量的限制式。

作者將模式分解成主問題和次問題求解，分解問題的原則是目標函數改善值小於前一輪改善值。次問題決定給定的服務水準下，每種交通等級最佳的交通分布；而主問題由給定的交通分布改變服務頻率，期望有更好的目標值。其中次問題求解較為重要，作者用變數產生法 (column generation) 和落下演算法 (decent algorithm) 求解。並以加拿大國鐵作案例分析，此案例 415 條路段含有 2613 交通等級，求解結果和模擬方式比較，求解結果可減少相當可觀的成本。

✚ Haghani (1987) 發展求解模式去解決列車路徑指派問題、列車編組問題 (make up)，以及空車分布問題 (empty car distribution)。決策變數考慮列車流量、空車數、在不同路段上提供的機車頭數。目標式為最小化路徑指派成本、組裝成本，以及因為組裝和連結的延滯成本。此模式有非線性的目標式和線性的限制式，作者使用啟發式分解近似法 (heuristic decomposition approach) 將機車頭流量的變數和列車流量的變數分成子問題求解。平均來說，所求解和以線性規畫求得之下限值差距在 10% 內。

✚ Keaton (1989) 以 Lagrangian Relaxation 法去解決列車路徑指派和列車編組問題。此問題作者使用混和整數規畫模式，目標式包含列車成本、時間成本和組裝成本，以列車連結 (train connections) 和列車流量為決策變數，藉由對偶化列車連結變數和列車流量的限制式到目標式中，使原問題成為最短路徑問題和背包問題 (knapsack problem)。忽略掉車隊規模限制後，對偶問題可以用次梯度法 (subgradient method) 更新每一輪的懲罰乘數，可行解則使用對偶修正程序 (dual adjustment procedure) 和貪婪法 (greedy heuristic) 更新。作者使用一個 26 個終點站，以及 333 條 O-D pair 的路網進行案例驗證，平均來說可以得到 10% 誤差以下的解。

✚ Martinelli 和 Teng (1996) 使用類神經網路解決列車編組 (formulation) 問題。問題定義為給定需求分布下，決定列車如何指派給起訖對需求 (O-D pair)。作者使

用非線性 0-1 整數規劃構建此問題，目標式考慮系統中最小化列車使用時間。神經網路先在小問題下使用 2 組資料訓練，再進行 30 種需求等級、44 輛列車、以及 108 種需求-列車組成的案例分析，可得到令人可接受的結果，但缺點是計算時間相當長。

✚ Marin 和 Salmeron (1996) 使用鄰近解搜尋演算法 (local search heuristics) 去解決中期決策層級鐵路貨物運輸的路網規畫問題。使用了三種演算法分別是落下演算法 (descent method)，模擬退火演算法 (simulated annealing)，以及禁忌搜尋法 (tabu search) 將問題分解成貨物列車路徑選擇問題和列車服務頻率問題。再將前者使用連續負載演算法 (sequential loading algorithm) 決定列車最佳路徑，以此路徑結果再決定列車的頻率。作者以 82 輛列車和 150 需求等級作案例驗證，可得到不錯的結果。

✚ Gorman (1998) 使用基因演算法以及禁忌搜尋法求解每周性列車路徑指派和列車排程問題。數學規劃模型考慮最小化營運成本，此成本包含固定成本以及每輛車的邊際成本 (marginal cost)，限制式則包含車隊規模必須符合時刻表限制、以及路段和調車場的列車容量限制。作者將問題拆解成列車排程問題和列車指派問題，使用基因演算法的母體為所有可行的列車排程形式，適合度即為原始模式考慮的營運成本。並設計從時刻表隨機移動、增加、或是刪除列車作為突變函數。另外，作者使用禁忌演算法增進基因演算法的求解效率。

✚ Li et al. (2009) 使用隨機漫步法 (random walk method) 為基礎的啟發式解法求解列車路徑指派問題，其概念為列舉出路往當中所有可能路徑，再從這些可能路徑當中決定最佳解。此方法的優點比起傳統數學整數規劃擁有較短電腦運算時間，但缺點是可能會求到區域最佳解 (local optimal) 而非全域最佳解 (global optimal)。

由表 2-1 可知，過去研究列車路徑指派問題為營運者考量軌道、列車、人員...等資源下做出最小化各項營運成本的決策問題。但皆未將列車異質性納入路徑指派考量。由於列車路徑指派問題大都屬於整數組合最佳化問題，此問題已被證明為 NP-Hard 問題，變數複雜度會隨著問題規模增大而快速增加，無法在合理時間內用 Branch and Bound 求解，因此過去研究除了使用傳統數學規畫法，包含線性或非線性整數規畫，另外也發展出許多啟發式解法嘗試求解之。

表 2-1 過去重要列車路徑指派模式

作者	年代	問題種類	目標函式	問題結構	求解方式
Crainic et al.	1984	列車路徑指派和車輛組裝	最小化營運以及延滯成本	非線性整數混合規畫	啟發式分解法 (Heruristic decomposition)
Haghani	1989	列車路徑指派和車輛組裝	最小化營運以及延滯成本	非線性整數混合規畫	啟發式分解法 (Heruristic decomposition)
Keaton	1989	列車路徑指派和車輛組裝	最小化營運以及時間成本	線性 0-1 整數規畫	拉式鬆弛法 (Lagrangian Relaxation)
Martinelli & Teng	1996	列車路徑指派和車輛組裝	最小化運輸時間	非線性 0-1 整數規畫	類神經網路
Marin & Salmeron	1996	列車路徑指派和車輛組裝	最小化營運成本	非線性整數規畫	鄰近搜尋演算法 (Local search heuristics)
Gorman	1998	列車路徑指派和列車排程	最小化營運成本	線性 0-1 整數規畫	基因演算法和禁忌演算法
Li et al.	2009	列車路徑指派	最小化營運成本	非線性整數規畫	隨機漫步法 (Random walk method)

資料來源：Cordeau, 1998 與本研究整理

另一方面，軌道營運單位為了要服務各種種類的貨物或是旅客，因此需要提供不同車種同時在軌道上營運，例如北美鐵路貨運有複合運輸貨櫃列車 (intermodal train)、煤炭貨運專車 (unit coal train)、以及混合貨運列車 (manifest train) 三種種類貨物列車；台鐵系統有自強號、莒光號、以及復興號等不同種類旅客列車。實際營運時，混和車種 (在此篇研究又稱之為列車異質性) 會對運輸能力有相

當程度的影響，在作列車路徑指派規劃是相當重要的因素，以下介紹列車異質性對於運輸能力影響。

2.2. 列車異質性對軌道容量之影響

了解運輸系統之運輸能力是十分重要的事，對於營運者來說，制定服務規劃計畫時需要準確評估軌道系統之運輸能力，若是高估運輸能力，會使軌道上過多列車運行，不僅降低服務品質，提高發生事故的風險；若是低估運輸能力，則會造成資源浪費，降低其營運效率。而「軌道容量」是評估軌道系統運輸能力常用的指標之一。

Krueger 則對於軌道容量進行以下定義：*“Capacity is a measure of the ability to move a specific amount of traffic over a defined rail line with a given set of resource under a specific service plan.”* (Krueger, 1999)

在國內，鐘志成等人在建構台鐵系統容量模式當中對軌道容量定義如下：*“在某一特定的運轉條件下，單位時間通過路線上的某一點的最大客體數”* (交通部運輸研究所，2005)。

在制定各項服務規劃計畫前，我們必須詳細估計軌道容量，大致有以下三項目的：

1. 增進軌道使用率，避免資源浪費
2. 增進服務之可靠度
3. 減少資本投資 (capital) 成本和營運成本

如表 2-2，影響軌道容量有許多因素，若就運轉條件來看，可分為「路線條件」、「交通條件」、以及「控制條件」。

表 2-2 影響軌道容量之因素

路線條件	交通條件	控制條件
1. 路段長度	1. 尖峰時段運行數量	1. 軌道無法運行情境 (Track outage)
2. 側線間隔距離及一致性	2. 平均時速與速度的變異性	2. 列車慢行限制 (Slow order)
3. 號誌間距	3. 運行列車混合情況	3. 列車操作方式
4. 單線、複線與多線道路段的比例	4. 列車指派順序	4. 閉塞制度種類
5. 路線幾何條件	5. 時刻表	5. 辦理閉塞方式
	6. 列車基本性能	6. 閉塞區間長度
	7. 列車方向分布	

資料來源：Krueger, 1999; 鍾志成等人, 2005; Abril et al., 2007

路線條件包含軌道數目、站間距離、側線長度、或是側線間距...等條件。而交通條件則屬於軟體層面的條件，諸如列車車種組成、停站方式、方向分布、或是列車服務計畫...等。控制條件為列車運轉的控制方式，一般傳統的行車控制方式為固定區間閉塞制度，較為先進的技術為移動區間閉塞制度 (moving block system)，配合不同種類的駕駛系統，諸如手動駕駛或是 ATO 系統？依照道旁號誌駕駛或是車載號誌駕駛？在特定的運轉條件下都會有其軌道容量 (鍾志成等人, 2005)。

根據上述因素分為兩種類型，一種是基礎設施因素、一種是營運因素。基礎設施因素包含上述提到的路線條件以及控制條件，因為這兩項條件考慮到資金、用地或是土建工程，因此不是經常改建或是更動，若要考慮提升一軌道系統容量，往往先從營運因素著手。而營運因素當中，影響最顯著的就是列車速度的異質性 (Dingler, 2009)。

如圖2-2和圖2-3所示，考慮北美鐵路常用四種運轉車型：複合運輸貨櫃列車 (intermodal train)、煤炭貨運專車 (unit coal train)、混合貨運列車 (manifest train)和客運列車 (passenger train)。因為四種列車之速度不一，在營運時為了避免衝突，因此需要更多的時間供列車待避，降低軌道容量。若是去除列車速度異質性影響，

便可有效減低運行時間，提升軌道容量。

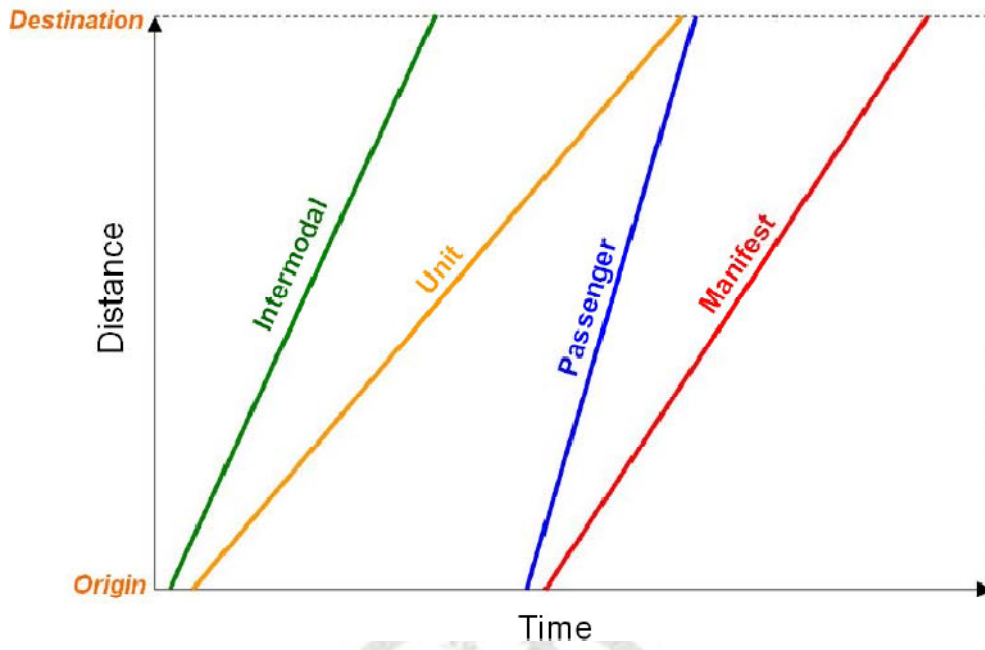


圖 2-2 列車速度異質性影響軌道容量之簡例

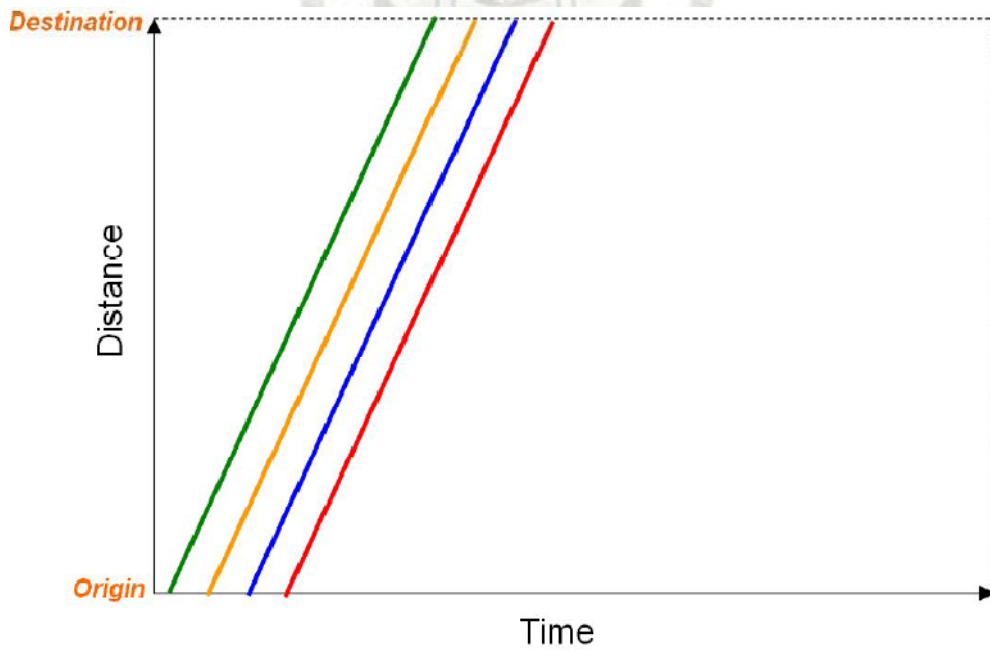


圖 2-3 除去列車速度異質性影響軌道容量之簡例

如同表 2-3，列車異質性除了速度外，還包含加減速、以及優先權順序 (priority)。加減速取決於列車物理特性，如單位機車頭可提供的馬力 (horsepower to tonnage ratio, HPT)，越高的 HPT 則列車之加減速越快，反之亦然。優先權順序代表著列車調度的優先順序，越高的優先權則運行時待避的次數越少，舉例來說，北美鐵路中複合運輸貨櫃列車比起煤炭貨運專車擁有較高之優先權，因此二車若在同向路段相遇，煤炭貨運專車會進入車站或是側線待避，等待複合運輸貨櫃列車通過再繼續行駛。在路段上運行時若有越多種優先權順序，會造成營運時越多次的超車 (pass)、被超車 (overtaken)、以及會車 (meet) 次數，進而降低單位時間可通過的列車數，軌道容量也就因此降低。由此可知，如同速度異質性對軌道容量影響，加減速和優先權異質性也會影響軌道容量。

表 2-3 北美鐵路四種常用列車基本資料

Intermodal	Manifest	Unit	Passenger
90 cars	70 cars	115 cars	10 coaches
6,300 ft	4,550 ft	6,325 ft	850 feet
8,100 tons	7,700 tons	16,445 tons	610 tons
2.12 HP/Trailing Ton	1.12 HP/Trailing Ton	0.78 HP/Trailing Ton	6.96 HP/Trailing Ton
4 SD70 4,300 HP Locomotives	2 SD70 4,300 HP Locomotives	3 SD70 4,300 HP Locomotives	1 P42-DC 4,250 HP Locomotive
Priority: 2rd	Priority: 3th	Priority: 4th	Priority: 1st
Maximum Speed: 70 mph	Maximum Speed: 60 mph	Maximum Speed: 50 mph	Maximum Speed: 79 mph

綜觀上述所云，降低列車異質性可以降低列車營運延滯與運行時間，如同前述利用模擬軟體所得結果 (圖 1-1)，若是透過調整列車路徑指派可以改變每個路段上的列車異質性，便可達到提升軌道容量與降低系統延滯。因此在作列車路徑指派時列車異質性為不得不考慮之重要因素。

2.3. 多元商品流動問題

多元商品流動問題 (Multi-Commodity Flow Problem, MCF Problem) 是多種商品在路網中由不同起點流量不同迄點的路網流動問題，此問題可視作路網最小化成本的貨物流動問題的一種基本形式，本研究在此回顧此問題，以作為構建列車路徑指派最佳化模式的基礎。Ahuja 等人 (1993) 對於多元商品流動問題作以下定義：

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (2-1)$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij}^k - \sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ji}^k = \begin{cases} d_k & \text{if } i \in s_k \\ -d_k & \text{if } i \in t_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2-2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq u_{ij} \quad \forall (i,j) \in A \quad (2-3)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A \quad (2-4)$$

其中：

- i, j : 路網中節點。
- N : 路網中節點之集合。
- A : 路網中所有路段 (i, j) 之集合。
- $G(N, A)$: 以節點 N 和路段 A 形成的路網。
- K : 商品種類， K 為所有商品種類之集合。
- c_{ij}^k : 第 k 種商品在路段 (i, j) 流動之成本。
- x_{ij}^k : 第 k 種商品在路段 (i, j) 流動量。

- d_k : 第 k 種商品在路網節點 i 之需求量 ($-d_k$ 則代表供給量)。
- u_{ij} : 路段 (i,j) 之容量上限。

方程式 (2-1) 為目標式，作用在於最小化路徑成本；方程式 (2-2) 為流量守恆限制式；方程式 (2-3) 為路段容量限制式，方程式 (2-4) 確保流量變數正整數。

表 2-4 呈現了現實生活中存在多元商品流動問題的應用，例如多元商品分配問題，工廠生產多種類商品經由一網路運送到銷售點的分配問題，多個工廠和銷售點代表多元商品有多種類之起迄點。在通訊網路問題中，不同種類之訊息 (message) 也會有不同起迄點，因此也為多元商品流動問題之應用。

表 2-4 不同領域多元商品流動問題之應用

Type of Network	Nodes	Arcs	Flow
Communication Networks	O-D pairs for messages	Transmission lines	Message routing
Computer Networks	Computers	Transmission lines	Data or Messages
Distribution Networks	Plants warehouses	Highways or railway tracks	Trucks or Trains
Railway Networks	Yard and Junction points.	Tracks	Trains

資料來源：Ahuja 等人, 1993

在鐵路運輸領域，網路中的節點代表場站或是匯入點，網路中的路段代表廠站間的軌道，需求為旅客數或是貨物量 (通常以車廂數或列車數計算之)。服務規劃當中列車路徑指派問題即類似此多元商品流動問題，多種等級之列車在路網中作路徑指派通常都有不同之 O-D pair。同時作路徑指派時會受到軌道容量之限制，所指派之列車不可超過該段軌道容量，而問題亦是考慮如何滿足需求下最小化成本。

Ahuja (1993) 使用 Lagrangian Relaxation、Column Generation Approach、Dantzig-Wolfe Decomposition 求解基本型多元商品物流問題。以下簡單說明這三種方法：

✚ Lagrangian Relaxation：此方法概念在於移除複雜限制式，將移除之限制式給以一懲罰乘數加入目標式求解。放鬆掉的原問題屬於部分對偶問題，目標函數值將落入不可行解。根據弱對偶理論，在極小化問題當中，對偶問題之目標函數值為原問題之下限解。因此 Lagrangian 問題成為找尋最佳懲罰乘數，使對偶問題最大化的問題。一般常用次梯度法 (Subgradient optimization method) 修正懲罰乘數，不斷縮小搜尋步幅 (step size)，最後使上限解和下限解達到可容許的收斂範圍停止求解。

✚ Column Generation Approach：此方法的概念將原始問題簡化，若原始問題考慮 M 個變數，則簡化考慮 N 個變數即可 (N 為一小於 M 的整數)，而其他 $(M-N)$ 個變數視作非基底變數 (non-basic variables)。在此原始問題稱之為主問題 (master problem)，只考慮 M 個變數的問題稱為受限的主問題 (restricted master problem)，檢查 $(M-N)$ 個變數是否能改進目標函數值的問題稱為子問題 (Sub Problem)。

Column Generation 運作機制先由受限的主問題產生一組基本可行解，將此基本可行解放鬆成對偶解放入子問題求解。由對偶理論得知，最佳解發生在減縮成本 (reduced cost) 等於零的情況，子問題的目標式檢查減縮成本是否有改進空間。透過子問題和受限的主問題交互求解，可逐步改善受限的主問題之目標函數值，進而逼近最佳解。

Dantzig-Wolfe Decomposition 即是以 Column Generation 為主發展的一套分解法，此方法由 George Dantzig 和 Phil Wolfe 在 1960 年共同提出的解法，這是一個常用在大型線性規畫問題常用的解法。但 Dantzig-Wolfe Decomposition 分解法必須符合特殊型式才能求解。

考慮一個線性最小化問題：

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2-5)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n e_{ij} x_j = f_i \quad i=1, \dots, q \quad (2-6)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad i=1, \dots, m \quad (2-7)$$

$$x \geq 0 \quad (2-8)$$

其中 c_j, e_{ij}, a_{ij} 必須滿足圖 2-5 的特殊型式。求解方式也是將問題分解成受限的主問題和子問題。從主問題中獲得初始解，在代入子問題中檢查減縮成本是否有改善，若能改善再放入主問題求解，直到沒有改善停止求解。

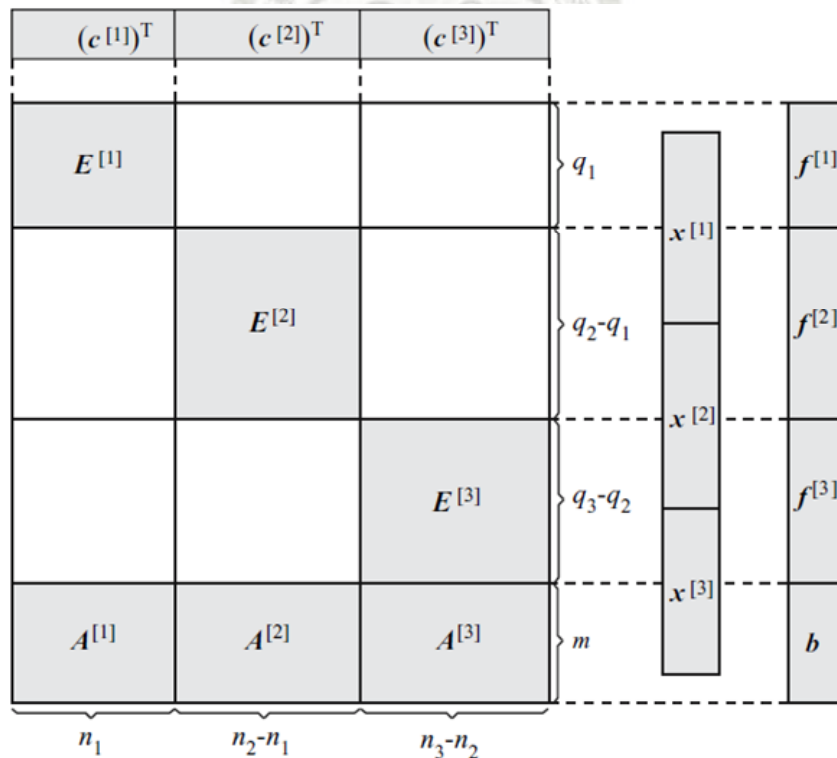


圖 2-5 Dantzig-Wolfe Decomposition 問題型式

資料來源：Antonio et al., 2006

顏上堯 (2001) 對於航空運輸網路整理常見解法，包含價格導向分解演算法 (Price-directive Decomposition Algorithms，如 Lagrangian Relaxation)、資源導向分解方法 (Resource-directive Decomposition Algorithms，如 Benders Decomposition)、以及問題分割方法 (Partition Methods)。

多元商品流動被證明為 NP-Hard 問題，即難以在有效時間用傳統方法找到全域最佳解的問題，近年來也發展出許多啟發式演算法 (Heuristic method) 用來處理這些不容易求解的最佳化問題，例如：禁忌搜尋法 (Tabu Search)、模擬退火法 (Simulated Annealing Method)、或是基因演算法 (Generic Algorithm)。

禁忌演算法其概念為是於 1977 年由 Glover 所提出，運用記憶之觀念設計「禁忌名單」來導引搜尋，並設計可跳脫可行解區 (feasibility) 或是區域最佳 (local optimum) 之邊界為基礎，避免造成在求解過程中出現無效的搜尋，進而試圖尋找到全域最佳 (global optimum) 的情況。應用方面，柯景文 (2002) 使用禁忌搜尋法於動態車輛巡迴路線 (vehicle routing) 問題，該研究提出一擁擠路段的預測方式，在動態蒐尋過程讓派遣車輛盡量避開擁擠路段，降低路段上之停等時間。

模擬退火演算法為 Kirkpatrick 在 1983 年提出，運用晶體由高溫熔化到低溫過程的變化為理論基礎，概念為高溫時可能形成不同分子狀態，低溫時活性小，分子趨近於穩定。以搜尋機制來看即代表搜尋初期因為活性高，因此有較高接受劣解之機率；搜尋後其活性低，搜尋進入強化性搜尋，進而慢慢收斂。應用方面 Fleischer 等人 (1995) 使用模擬退火演算法求解推銷員旅行 (Traveling Salesman Problem, TSP) 問題。

基因演算法同樣也是經常被使用到的啟發式解法，此演算法為 Holland 教授，在 1970 年代根據達爾文進化理論發展而成。其概念模擬自然界物競天擇的道理，將求解之目標函數比喻為自然環境，各項變數值代表生物體的基因 (gene)，變數組成的解代表染色體 (chromosome)，最後透過染色體交配 (crossover) 與突變 (mutation) 來產生更好的下一代染色體，進而一步步逼近最佳解。在應用方面，沈

宗緯 (2003) 在鐵路終端車站內列車之調度與路徑指派問題使用基因演算法求解，其結果可供軌道營運單位進行調度時參考。

如表 2-5，遇到求解困難的最佳化問題，一般而言會先依照最佳化問題的特性將問題分解求解。

表 2-5 各種分解型演算法適用情境

Applicable Technique	Problem			
	Continuous linear		Continuous nonlinear	
	Compl. Constraints	Compl. Variable	Compl. Constraints	Compl. Variable
Dantzig-Wolfe	○	×	●	×
Lagrangian relaxation	●	×	○	×
Benders	×	○	×	○
	Noncontinuous linear		Noncontinuous nonlinear	
	Compl. Constraints	Compl. Variable	Compl. Constraints	Compl. Variable
	Dantzig-Wolfe	●	×	●
Lagrangian relaxation	●	○	○	×
Benders	×	○	×	○

資料來源：Antonio et al., 2006

註：○代表此方法適用該情境

●代表雖然可用於該情境，但使用上仍有疑議之處或是不推薦使用

×代表此方法不適用該情境

過去已有許多研究對多元商品流動問題求解，而發展出的解法大約有兩種類型，一種是根據問題型式分解的分解型演算法；另一種是啟發式演算法。由於啟發式解法並沒有向分解型演算法有嚴謹的數學模式依據，所求得的近似解也有可能每次皆不同（如：模擬退火演算法接受劣解機率即會影響到收斂速度、基因演算法的交配和突變機率也會影響到解的優劣），因此一般會先考慮分解型演算法求解，若無法正確求解則使用啟發式解法，或是結合多種演算法予以求解。

2.4. 小結

服務規劃在鐵路營運單位是規劃者和被服務者聯絡的橋梁，良好的服務規劃可讓營運者的資源發揮最大化功效，降低營運成本，同時提高服務品質，是不得不重視的決策階段，其中最首要決策的對象就是列車路徑指派問題。

過去許多學者對於列車路徑指派問題進行研究，但始終缺乏考慮列車異質性因素在路徑指派問題當中。在網路最佳化問題當中，多元商品流動問題 (Multi-Commodity Flow Problem, MCF Problem) 為一種特殊型式，此型式目標為極小化流動成本，並考量網路流守恆限制、網路中路網流量限制、以及需求限制。而異質性列車路徑指派問題類似於路網流動問題當中的「多元商品流動問題」，因此網路最佳化模式可建構在此問題模式之上。但因為此問題隨著問題規模增大而可行解快速增加的特性，無法在合理時間內使用 branch and bound 有效求解，因此過去也有許多學者以不同解法求解此問題，本章節也整理過去常用來求解多元商品流動問題之解法，可為之後發展啟發式解法之依據。總結來說，本研究納入列車異質性，期望提出一套列車路徑指派決策程序。

第三章、異質性列車路徑指派程序

由 2.1 節的介紹我們可得知，服務規劃目的在於以有限的資源滿足使用者的需求，而其中列車路徑指派更是在服務規劃中首要之任務。進行列車路徑指派是為了讓列車以最小化營運成本達到滿足需求，和一般公路系統指派作業相同的是，希望車輛以最短的運行時間到達；和公路系統不同的是，由於軌道設施通常為軌道營運單位所有，進行指派作業時應當考量列車行經軌道對於軌道本身破壞之維修成本。由此可知，指派作業應當包含列車運行時間以及軌道維修成本此兩項因素。

如圖 3-1 所示，決策程序在給定的路線基礎設施特性、列車運行時間、延滯成本以及運輸需求等條件的情況下，透過「運行時間成本方程式」、「維修成本方程式」模組估計各種列車異質性的列車運行時間成本和軌道維修成本，最後將此兩項成本輸入最佳化模組得到最佳的列車路徑指派結果。

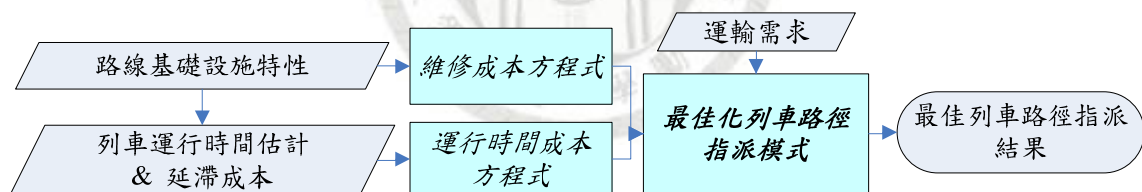


圖 3-1 異質性列車路徑指派程序

在此研究提出的「異質性列車路徑指派程序」包含三個主要模組，分別是「運行時間成本方程式」、「維修成本方程式」、「最佳化列車路徑指派模式」，以下將分別對三項主要模組內容進行說明。

3.1. 運行時間成本方程式

運行時間成本方程式旨在計算不同混和車種下的列車運行時間，再利用運行時間價值轉換為時間成本。根據過去的研究 (Lai, 2008)，此時間價值為機車頭待機成本、燃油消耗成本、車輛設備成本、以及司機員閒置成本加總。

運行時間成本方程式輸入項目和輸出項目如圖 3-2，在已知路線條件和列車運行計畫，運行時間方程式可得到各種列車交通組成下的列車運行時間。其中路線條件為軌道的硬體設施包含路段長度、側線間距、軌道數...等；列車運行計畫則包含列車運行上會發生的會車次數、超車次數...等。

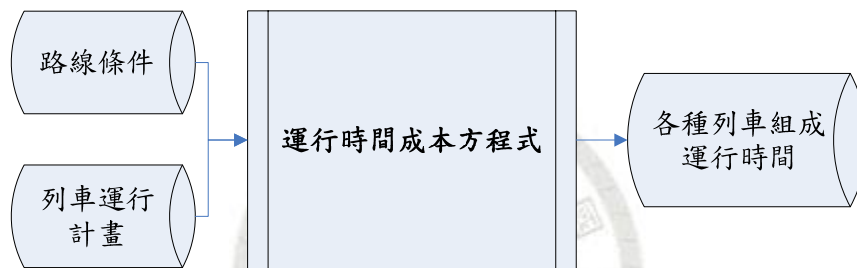


圖 3-2 運行時間成本方程式輸入與輸出項目

一般可運用軌道模擬軟體或歷史運行資料來估算列車在各種情況下之運行時間。運用軌道軟體模擬可以自行設計路線條件、運行計畫，使用上較有彈性；使用上首先利用軌道模擬軟體輸入路網資料 (network inputs)，資料包含了軌道佈設 (track layout) 與號誌特性；輸入列車資料中 (train inputs)，需要提供相關機車頭 (locomotives) 的種類與位置，列車之載重 (load)、車隊大小 (fleet)、以及服務計畫 (service plan)。模擬軟體可依據不同之輸入資料分析，得到完整之列車運行、軌道容量及列車運行時間評估等結果。

利用得到的列車運行時間資料，以多元線性迴歸求得各種不同車種下的運行時間。但由於建立列車運行時間資料庫需要完整的模擬程序，需要大量的時間進行模擬與驗證，因此本研究採取實際歷史資料推估列車運行時間。

許多因素都會影響列車運輸時間，諸如軌道布設情形、列車交通組成...等。

以Gorman (2009) 利用BNSF鐵路公司2001年1月到6月的列車營運歷史資料建立各路段多車種的列車運行時間線性迴歸模式。Gorman在此將影響列車運行時間的因素分為兩大項目，如圖3-3所示。

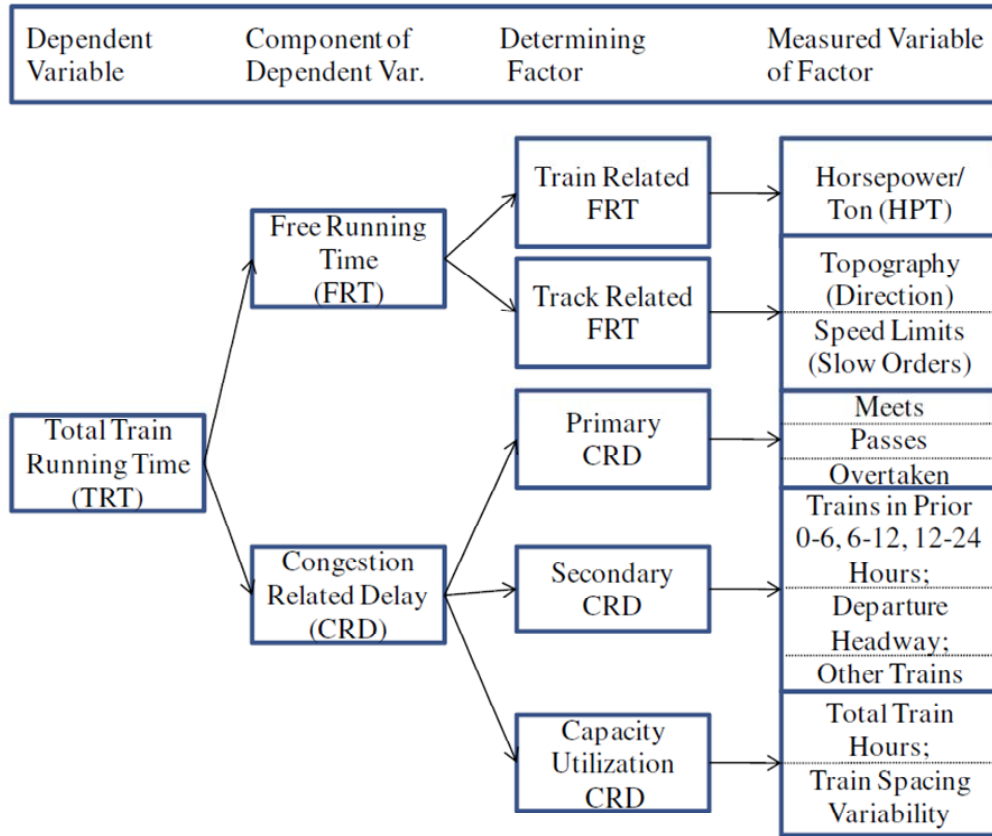


圖 3-3 影響列車運行時間之因素
資料來源：Gorman, 2009

其中一種影響是原始列車行駛相關的因素，此因素包含列車之物理性能，主要是每單位機車頭提供的馬力 (HPT)，物理性能越好則列車運行加減速以及速度越快，列車運行時間越短；軌道狀態包含軌道型態則包含高程、曲度、以及速限等因素，一般來說，軌道狀態越嚴苛，則列車運行時間會越長。

另一種是和列車延滯相關之因素，此因素包含列車主要 (primary) 延滯、次要 (secondary) 延滯、以及軌道容量使用 (capacity utilization)。主要延滯包含列車在運行時遭遇會車 (meet) 次數、超車 (pass) 之次數、被超車 (overtaken) 次數；次

要延滯包含先行列車影響、離站列車時隔、以及其他列車影響；軌道容量使用包含列車小時總合、以及列車間距變異。

表3-1呈現了Gorman統計出其中一個路段—KO路段，此路段長233英里，約有5%路段為雙軌，其餘為單軌，另有16處側線供待避，共有三種車種在此路段上運行。表中列出了此路段各種車種列車之線性迴歸式，表內數值及代表迴歸式之係數。

表 3-1 KO 路段各項迴歸係數

Train Priority	Free running time (FRT)			Congestion-related delay (CRD) variables					
	Train related			Primary/direct effect			Secondary effect		
	Int.	HPT	Direction	Meet	Overtaken	Pass	Prior (12-24h)	Prior (6-12h)	Prior (0-6h)
High	4.89	(0.0992)	(0.0652)	0.0632	0.5679	0.0127	0.0043	0.0131	0.0385
Medium	5.34	(0.2051)	0.0439	0.1173	0.3355	(0.0062)	0.0017	0.0248	0.0726
Low	5.97	0.0034	0.3533	0.1783	0.6050	(0.0403)	(0.0187)	0.0303	0.1220

註1：int為截距 (intercept) 之簡稱，代表該種列車沒有遭遇延滯之理想到達時間

註2：數值外的括號代表負值

資料來源：Gorman, 2009

計算錯車、會車、和超車次數可以類似UIC405容量手冊 (UIC, 2005) 提出的軌道容量模型其中計算最小列車間距的概念。

計算最小列車間距關係式：

$$t_{fm[\frac{\min}{slots}]} = \frac{\sum(n_{ij} \cdot t_{fij})}{\sum n_{ij}} \quad (3-1)$$

$$n_{ij[slots]} = \frac{n_i \cdot n_j}{N} \quad (3-2)$$

其中：

- n_{ij} : 列車序列中前行*i*型車種跟隨後*j*型車種之次數。

- t_{ij} : 列車序列中前行*i*型車種跟隨後行*j*型車種的時間間距。
- N : 在時段*T*中運行的總列列車數。
- n_i : 時段*T*中在某路段中行走的*i*型車種數量。
- n_j : 時段*T*中在某路段中行走的*j*型車種數量。

在計算這些影響運行時間主要因素前，首先定義會車為一列車在營運時遇到反向列車的事件，超車定義為一列車在營運時超過同向列車的事件，被超車定義為一列車在營運時被同向列車超過的事件。詳細估計方式如下：

- 被超車次數= (某列車營運過程遭遇同向列車之期望值) * (該列車遇到高等級列車機率)

$$overtaken(t, d) = \left((N_T - 1) \cdot \frac{RT_t}{24} \right) \cdot \left(\frac{N_t^d \cdot N_{i \in hp_t}^d}{N_T \cdot (N_T - 1)} \right) \quad (3-3)$$

- 超車次數= (某列車營運過程遭遇同向列車之期望值) * (該列車遇到低等級列車機率)

$$pass(t, d) = \left((N_T - 1) \cdot \frac{RT_t}{24} \right) \cdot \left(\frac{N_t^d \cdot N_{i \in lp_t}^d}{N_T \cdot (N_T - 1)} \right) \quad (3-4)$$

- 會車次數= (某列車營運過程遭遇反向列車之期望值) * (該列車遇到高等級列車機率或低等級列車機率)

$$meet(t, d) = \left((N_T - 1) \cdot \frac{RT_t}{24} \right) \cdot \left(\frac{N_t^d \cdot N_{i \in lp_t \vee hp_t}^d}{N_T \cdot (N_T - 1)} \right) \quad (3-5)$$

其中：

- RT_t : 車種 t 理想運行時間 (小時)。
- N_T : 每日列車營運總數量 (列車數)。
- N_t : 每日 t 車種列車營運總數量 (列車數)。
- t : 代表車種, $t=\{1,2,\dots,N\}$ 。
- t' : 某特定列車。
- hpt : 車種 t 遭遇高優先度等級列車之情境。
- lpt : 車種 t 遭遇低優先度等級列車之情境。
- d : 代表方向性, $d\in\{d^+, d^-\}$, d^+ 為正向, d^- 為逆向; \bar{d} 代表和 d 相反的方向。舉例來說: $d=d^+$, $\bar{d}=d^-$ 。

在此假設營運單位每天營運24小時,發車邏輯為一正向一逆向。 $(N_T - 1) \cdot \frac{RT_t}{24}$ 代表 t 型車種在營運時遇到其他列車的期望值。方程式 (3-3) 計算被超車次數,代表某特定列車營運時遇到同向列車,且優先權低於所遇之同向列車之期望值;方程式 (3-4) 計算超車次數,代表某特定列車營運時遇到同向列車,且優先權高於所遇之同向列車之期望值;方程式 (3-5) 計算會車次數,代表某特定列車營運時遇到反向列車,且優先權高於或低於所遇反向列車之期望值。

值得注意的是,發生會車行為有一台為等待的車,另一台為通過的車,在統計列車營運歷史資料時,這二台列車都被統計一次會車次數,會車次數提高的結果造成迴歸式中會車次數的係數被低估,這也是在迴歸式當中會車次數之係數較超車以及被超車次數低的原因。換句話說,計算會車次數實際上意義為一列車遇

到反向列車之期望值。

詳細使用步驟如下：

- 步驟一：產生所有可能的交通組成情境
- 步驟二：對於每種情境，計算影響運輸時間的因素數值
- 步驟三：依照表3-1的各項迴歸係數值運算各種交通組成的列車運行時間

如表3-2所示，將各種列車組成的列車運行時間分項列出，其中，正向可代表營運時東向或是南向運行的方向，逆向則為西象或是北向運行的方向；車種一是優先度高的列車，車種二為優先度最低的列車，分別計算單台列車之運行時間後，再將其加總可得到該種交通組成下的列車運行時間總和。

表 3-2 根據 KO 路段推估各種列車組成之運行時間之簡例

正向 列車數		逆向 列車數		正向 運行時間 (小時/單位列車)		逆向 運行時間 (小時/單位列車)		列車總運行 時間 (小時)
車種 I	車種 II	車種 I	車種 II	車種 I	車種 II	車種 I	車種 II	
3	5	3	2	5.72	6.21	5.78	6.01	77.56
4	12	12	2	5.86	5.94	6.01	6.22	179.23
7	20	2	2	5.73	5.83	5.61	5.78	179.46
15	3	14	9	5.25	5.64	7.23	7.56	264.87
26	13	2	15	7.02	7.44	7.12	7.34	403.46
:	:	:	:	:	:	:	:	:

運行時間成本方程式最終會計算不同混和車種下的列車運行時間，再利用運行時間價值轉換為時間成本。總的來說，列車異質性越高的情況會讓實際營運時延滯越高，使得總運行時間增加。

3.2. 維修成本方程式

對軌道營運單位而言，由於軌道通常屬於軌道營運單位所有，因此列車運行時不僅有時間與燃料等方面的營運成本，另外還需要考慮軌道之維修成本，在進

行列車路徑指派作業時必須納入考量。而不同車種行駛對於軌道的乘載有不同影響，一般來說，重量越重的列車，對於軌道的破壞越大，需要較越高的維修成本。除了載重以外，Zarembski 等人 (2004) 指出軌道維修成本取決於該路段軌道曲度、軌道等級、軌枕種類等。在本研究考量 Zarembski 提出之四項主要影響軌道維修成本之因素，建立維修成本方程式 (如圖 3-4)。

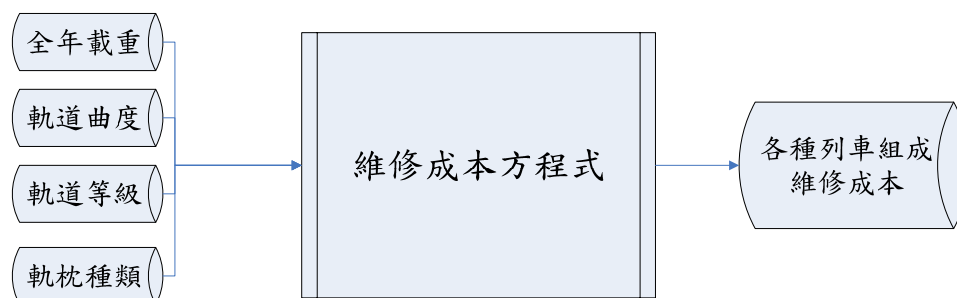


圖 3-4 維修成本方程式輸入與輸出項目

基本上而言，載重 (Tonnage) 是影響軌道維修成本之最重要因素，越重的列車會造成越大的軌道損傷，因此需要較高的維修成本。

第二項影響軌道維修成本因素為「軌道曲度」，在此份報告曲度分類成 3 種等級：輕微 (light) 曲率表示此路段 96% 曲度低於 2 度，4% 曲度界於 2 度到 6 度間；中等 (moderate) 曲度表示此路段 90% 曲度低於 2 度，8% 曲度界於 2 度到 6 度間，2% 曲度在 6 度以上；劇烈 (serve) 曲度表示此路段 82% 曲度低於 2 度，12% 曲度界於 2 度到 6 度間，6% 曲度在 6 度以上，而越劇烈的曲度需要花費更多成本進行維修。

第三項影響軌道維修成本因素為「軌道等級」。在美國，不同的等級，對於線型與結構的要求不同，因此維護與行車速率也會因軌道等級而異，而各種等級能給予車種行駛的最大速限也不同。軌道等級定義及分類的文獻上，美國聯邦鐵路管理局 (Federal Railroad Administration, 簡稱 FRA) 對於每種軌道等級允許行駛之最大速率共制定等級 1 到 9 種速度，等級越高的軌道擁有較快的營運速限，但軌

道維修成本相對的提升，而另外貨物列車通常在北美鐵路不會使用到等級 6 以上的軌道，因此沒有相關資料。各軌道等級速限如表 3-3 所示。

表 3-3 FRA 定義各級軌道速限

Track class	Freight trains (miles/hr)	Passenger trains (miles/hr)
Excepted track	10	NA
Class 1 track	10	15
Class 2 track	25	30
Class 3 track	40	60
Class 4 track	60	80
Class 5 track	80	90
Class 6 track	NA	110
Class 7 track	NA	125
Class 8 track	NA	160
Class 9 track	NA	200

資料來源：美國聯邦鐵路管理局

在台灣，台灣鐵路管理局按照行車速率和業務性質分為「特甲級」、「甲級」、以及「乙級」三種軌道等級，而每種等級要求的養護標準皆不同。總的來說，越高的軌道等級須要花費較大成本進行維修。

第四項影響軌道維修成本因素為「軌枕種類」。根據周義華 (2007)，軌枕在軌道設施中為承墊在鋼軌之下，用以支撐鋼軌的材料。主要作用為：

1. 將軌道之承受之列車載重平均分配於道碴。
2. 維持鋼軌之線性與軌距。
3. 確保軌道有均勻之彈力。

現今常用的軌枕種類為木枕、混凝土軌枕、以及鋼枕三種，又以前面兩類較常被使用。一般來說，木枕軌枕因為容易在潮濕環境下或是遭菌類而腐朽，遭到列車運行產生的機械磨損也較大，因此木枕軌枕之維修成本較混凝土軌枕高。

表(3-4), (3-5), (3-6)分別呈現了輕微、中等、以及劇烈曲度的軌道維修成本，利用此份資料可以將其以圖 (3-5), (3-6) 表示。

表 3-4 針對貨物列車、輕微曲率情況每一軌道年平均最小維修成本 (美金/英里)

		Tonagge (MGT)			
		<=5	5-15	15-30	>=30
Wood	Class 4	\$8,489	\$10,621	\$14,959	\$25,270
	Class 5	\$10,925	\$13,670	\$19,253	\$32,523
	Class 6	\$14,343	\$17,947	\$25,276	\$42,698
Concrete	Class 4	\$8,416	\$10,531	\$14,831	\$25,054
	Class 5	\$10,832	\$13,553	\$19,088	\$32,244
	Class 6	\$14,221	\$17,793	\$25,060	\$42,332

資料來源：Zarembski et al.,2004

表 3-5 針對貨物列車、中等曲率情況每一軌道年平均最小維修成本 (美金/英里)

		Tonagge (MGT)			
		<=5	5-15	15-30	>=30
Wood	Class 4	\$8,902	\$11,139	\$15,688	\$26,501
	Class 5	\$11,457	\$14,336	\$20,191	\$34,107
	Class 6	\$15,042	\$18,821	\$26,508	\$44,778
Concrete	Class 4	\$8,712	\$10,900	\$15,352	\$25,933
	Class 5	\$11,212	\$14,028	\$19,758	\$33,376
	Class 6	\$14,720	\$18,418	\$25,939	\$43,818

資料來源：Zarembski et al.,2004

表 3-6 針對貨物列車、劇烈曲率情況每一軌道年平均最小維修成本 (美金/英里)

		Tonnage (MGT)			
		<=5	5-15	15-30	>=30
Wood	Class 4	\$9,475	\$11,855	\$16,697	\$28,206
	Class 5	\$12,194	\$15,258	\$21,489	\$36,301
	Class 6	\$16,010	\$20,032	\$28,213	\$47,658
Concrete	Class 4	\$9,121	\$11,412	\$16,073	\$27,150
	Class 5	\$11,738	\$14,687	\$20,685	\$34,943
	Class 6	\$15,411	\$19,282	\$27,157	\$45,875

資料來源：Zarembski et al.,2004

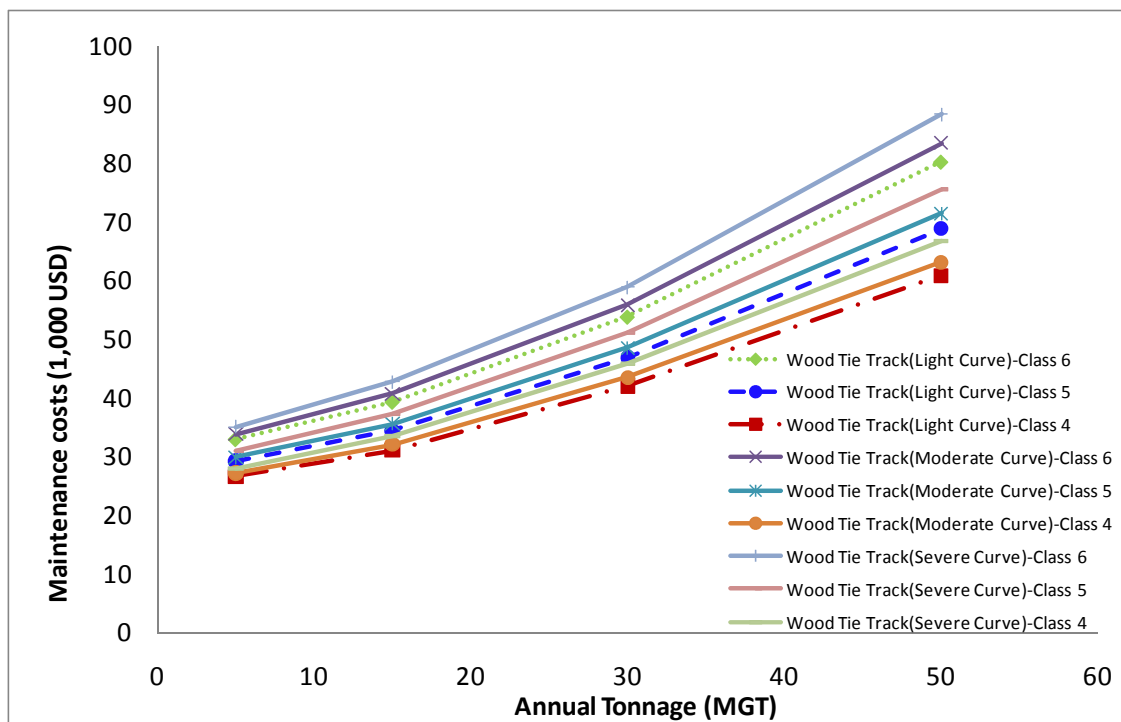


圖 3-5 木枕軌枕-不同軌道曲度-不同軌道等級之全年載重與維修成本關係

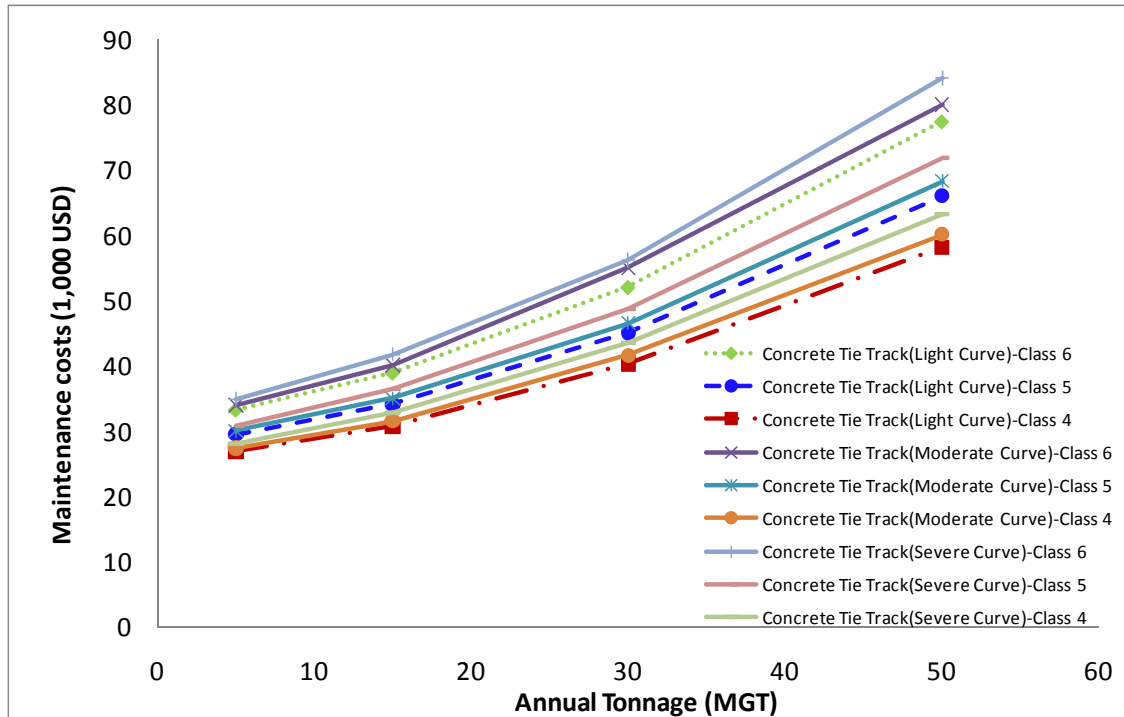


圖 3-6 混凝土軌枕-不同軌道曲度-不同軌道等級之全年載重與維修成本關係

根據林心榆 (2010) 的研究，在考慮軌道維修成本時可將全年載重視為變數，其他影響維修成本的因素固定，建立起一條全年載重和維修成本的迴歸方程式，藉此得到各種列車組成之維修成本。

$$C^M = \alpha X + \beta \quad (3-6)$$

其中：

- C^M : 年平均維修成本 (美金/英里)
- X : 年平均載重 (MGT= Million Gross Ton)
- α, β : 維修成本迴歸式係數

表 3-7 維修成本方程式之迴歸係數

Tie	Curvature		Class 2	Class 3	Class 4	Class 5
Wood	Light (96% - 4% - 0%)	α	474.2	619.4	773.3	892.2
		β	17,082.0	19,196.0	20,777.0	24,489.0
	Moderate (90% - 8% - 2%)	α	499.3	651.0	811.7	935.9
		β	16,574.0	18,784.0	21,134.0	22,925.0
	Severe (82% - 12% - 6%)	α	542.9	703.6	873.9	1,005.6
		β	16,813.0	19,155.0	21,644.0	23,545.0
Concrete	Light (96% - 4% - 0%)	α	406.8	550.9	703.7	821.6
		β	17,182.0	19,279.5	21,510.0	23,208.0
	Moderate (90% - 8% - 2%)	α	423.7	575.3	736.9	858.7
		β	17,100.0	19,361.0	21,790.0	23,546.0
	Severe (82% - 12% - 6%)	α	471.9	627.2	791.8	919.0
		β	17,526.0	19,789.0	22,195.0	24,029.0

對於路網中每條路段，在此輸入軌道曲度、軌枕種類、以及軌道等級，即可以利用方程式 (3-6) 此條線性迴歸式計算出各種車種組成 (不同載重) 下之軌道維修成本。

3.3. 最佳化列車路徑指派模式

「運行時間成本方程式」在各路線的特性下，以列車運行時間價值計算各種交通組成在各路線上的運輸成本。「維修成本方程式」則根據各種不同列車組合的總載重，計算出不同全年載重下的維修成本。而「最佳化列車路徑指派模式」利用此二條方程式所產生出之運行時間成本和維修成本，進行最佳化的列車路徑指派。

不同種類列車在軌道網路上運行有不同的起迄點，而這樣的列車運行可視為多元商品物流問題 (Multi-Commodity Flow Problem)；本章節利用數學規劃方式建立一套混合整數網路規劃最佳化模式(Magnanti 和 Wong, 1984; Minous, 1989; Ahuja 等人, 1993)，以最小化成本為目標做出列車最佳流動路徑。以下逐項介紹模

式中所使用的符號。

3.3.1. 模式符號說明

G 表示路網所有物件之集合， $G(N,A)$ 表示由節點 N 和路段 A 形成的路網； N 表示路網中所有節點的集合， A 表示路網中所有路段的集合； i 表示所有路網中任一起始點， j 表示路網中任一終止點； t 表示使用的列車車種， T 表示所有列車車種的集合； k_t 表示第 t 種列車運輸起迄對 (Origin-Destination Pair, O-D Pair) 需求，每個 k_t 表示一組起迄對從起點 o 流至迄點 e ，起點以 o^{k_t} 表示，迄點以 e^{k_t} 表示， s^{k_t} 表示由起迄點 k_t 產生的運輸需求， K 代表所有起迄點需求的集合。

對於每個路段來說，此研究定義 d^+ 為正向，代表 $i < j$ 的方向， d^- 為逆向，代表 $i > j$ 的方向，所有方向集合 d 則為 $d^+ \cup d^-$ 。 V 表示交通組成的集合， v 代表特定交通組成的離散數。舉例來說，若有兩種車種，正逆兩種方向，各車種上限=2台，則 $V = \{v_1 = (0,0,0,0), v_2 = (0,0,0,1), \dots, v_{64} = (2,2,2,2)\}$ ，總共 $4^3 = 64$ 種交通組成情境；其中 $(0,0,0,0)$ 為第1種交通組成情境， $v=1$ ，代表車種I正向、車種I逆向、車種II正向、以及車種II逆向的列車皆為0； $(0,0,0,1)$ 為第2種交通組成情境， $v=2$ ，代表車種I正向、車種I逆向、車種II正向的列車為0，車種II逆向的列車為1； $(2,2,2,2)$ 為第64種交通組成情境， $v=64$ ，代表車種I正向、車種I逆向、車種II正向、以及車種II逆向的列車皆為2。

n_{ij}^v 表示路段 (i,j) 在交通組成 v 情境下，車種 t 的列車數； n_{idij}^v 表示在交通組成 v 情境下，車種 t 、以及方向 d 的列車數； n_{tdij}^v 表示在交通組成 v 情境下，車種 t 、以及方向 d 的列車數； $n_{id^+ij}^v$ 表示路段 (i,j) 在交通組成 v 情境下，車種 t 、以及正向的列車數， $n_{id^-ij}^v$ 表示路段 (i,j) 在交通組成 v 情境下，車種 t 、以及逆向的列車數，換句話說， $n_{idij}^v = n_{id^+ij}^v + n_{id^-ij}^v$ ，及路段 (i,j) 在交通組成 v 情境下，車種 t 的列車數情況下，正向和逆向列

車加總等於所有列車數。

C_t^R 代表 t 種車種列車時間價值，以每單位小時計之； C^M 為每單位距離之軌道維修成本，以英里記之， $C^M(x_{ij})$ 代表軌道維修成本函數， C_{ij}^M 代表 t 種車種在 (i,j) 路段的軌道維修成本，以每單位英里計之； RT 代表列車運行時間，以列車小時計之， $RT(x_{ij})$ 代表列車運行時間函數， RT_{idj}^v 表示在交通組成 v 情境下， t 車種以及 d 方向的平均列車運行時間； L_{ij} 表示路段 (i,j) 的長度； U_{ij}^v 表示路段 (i,j) 在交通組成 v 情境下的最大路段容量。在混合整數規劃最佳化模式有兩項決策變數：

- (1) H_{ij}^v 為二元變數，代表路段 (i,j) 選擇 v 種交通組成情境，其中若選擇交通組成 v 則其值為1；其他狀況則為0。
- (2) x_{ij}^k 為整數變數，代表從 k 條起訖對需求產生，並流經路段 (i,j) 的列車流量。

以下條列最佳化模式使用符號與決策變數：

使用符號：

- N : 路網中節點的集合。
- A : 路網中路段的集合。
- $G(N, A)$: 以節點 N 和路段 A 形成的路網， G 表示路網所有物件之集合。
- i : 路網中任一起始點。
- j : 路網中任一結束點。
- V : 表示交通組成的集合。例如：兩種車種，兩種方向，列車上限2台，則 $V=\{v_1=(0,0,0,0), v_2=(0,0,0,1), \dots, v_{64}=(2,2,2,2)\}$ ，總共 $4^3=64$ 種交通組成情境所構成的集合。 v 則表示交通組成 V 情境下的離散數，如 $(0,0,0,0)$ 為此集合第一種情境， $v=1$ 。
- T : 列車種類的集合。

- t : 表示列車種類。
- d : 列車流量方向性集合。
- d^+ : 表示正向，即 $i-j < 0$ 的方向。
- d^- : 表示逆向，即 $i-j > 0$ 的方向。
- L_{ij} : 路段 (i, j) 之長度 (英里)。
- n_{ij}^v : 在交通組成 v 情境下，車種 t 的列車流量 (列車數/日)。
- n_{tdij}^v : 路段 (i, j) 在交通組成 v 情境下，車種 t 以及方向 d 之列車流量 (列車數/日)。
- $n_{id^+ij}^v$: 路段 (i, j) 在交通組成 v 情境下，車種 t 以及正向之列車流量 (列車數/日)。
- $n_{id^-ij}^v$: 路段 (i, j) 在交通組成 v 情境下，車種 t 以及逆向之列車流量 (列車數/日)。
- RT : 列車運行時間 (列車小時)。
- $RT(x_{tij})$: 列車運行時間函數 (列車小時)。
- RT_{ij}^v : 在交通組成 v 情境下，車種 t 之列車平均運行時間 (列車小時/100英里)。
- C_t^R : 車種 t 每單位列車之運行時間成本 (美金/列車小時)。
- C^M : 軌道維修成本，以每單位英里計之(美金/年英里)。
- $C^M(x_{tij})$: 軌道維修成本函數。
- C_{ij}^M : 車種 t 每單位軌道長度維修成本 (美金/年英里)。
- K : 列車運輸起迄點需求 (包含車種) 的集合。
- k_t : 第 t 種列車運輸起迄點需求，每個 k_t 表示一組起訖對從起點 o 流至迄點 d 。
- U_{ij}^v : 路段 (i, j) 在交通組成 v 情境下之軌道容量上限 (列車數/日)。

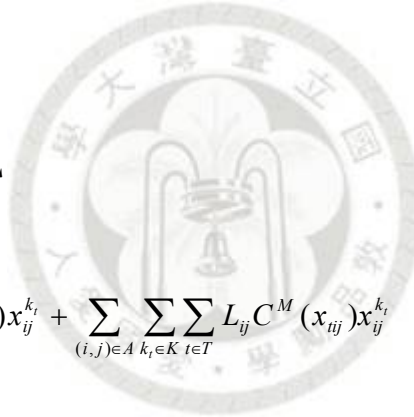
- s^{k_t} : 運輸需求 k_t 之需求量 (列車數/日)

模式決策變數：

- H_{ij}^v : 二元變數 (binary variable)，決定路段 (i, j) 指派何種交通組成 v 。

$$\text{其中， } H_{ij}^v = \begin{cases} 1, & \text{if traffic composition } v \text{ assigned to arc}(i, j) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

- $x_{ij}^{k_t}$: 整數變數 (integer variable)， k_t^{th} 之起訖點需求流經路段 (i, j) 之列車流量 (列車數/日)。



3.3.2. 最佳化數學模式

非線性模式：

$$\text{Min } \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k_t \in K} \sum_{t \in T} C_t^R RT(x_{ij}^{k_t}) x_{ij}^{k_t} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k_t \in K} \sum_{t \in T} L_{ij} C_t^M (x_{ij}^{k_t}) x_{ij}^{k_t} \quad (3-7)$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij}^{k_t} - \sum_{\{j:(j,i) \in A\}} x_{ji}^{k_t} = \begin{cases} s^{k_t} & \text{if } i \in o^{k_t} \\ -s^{k_t} & \text{if } i \in e^{k_t} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall i \in N, k_t \in K \quad (3-8)$$

$$\sum_{k_t \in K} (x_{ij}^{k_t} + x_{ji}^{k_t}) \leq U_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \quad (3-9)$$

$$x_{ij}^{k_t} \geq 0, x_{ij}^{k_t} \in \text{Integer}, \quad \forall (i, j) \in A, k_t \in K \quad (3-10)$$

方程式 (3-7) 為非線性模式之目標式，目標在於最小化成本，前項為列車運行時間成本，其中 $RT(x_{ij})$ 為列車運行時間之函數，如同 3.1 節，此函數採用 Gorman 提出的迴歸式，對於每個路段 (i, j) 以及車種 t 都有一條運行時間的迴歸式；後項

為軌道維修成本，其中 $C^M(x_{tij})$ 為軌道維修成本之函數，如同 3.2 節，此函數採用 Zarembski 等人在 FRA 提出的技術報告，以方程式 (3-6) 計算年平均維修成本。方程式 (3-8) 為流量守恆限制式，由於在路網指派作業必須讓流入量等於流出量，並且符合起迄點的需求，因此需要此限制式。方程式 (3-9) 為路段流量限制式，目的在於限制流過路段 (i,j) 不可超過交通組成 v 情況之軌道容量上限。方程式 (3-10) 限制列車流量變數為正整數，才符合正常指派情形。

目標式當中 $RT(x_{ij})x_{ij}^{k_t}$ 和 $C^M(x_{ij})x_{ij}^{k_t}$ 為非線性，在最佳化問題通常容易落入區域最佳解 (local optimal)，為了確保找到全域最佳解 (global optimal)，因此以下將非線性模式轉換為線性模式。

混合整數規劃模式：

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} \sum_{d \in d^+ \cup d^-} n_{tdij}^v H_{ij}^v RT_{tdij}^v C_t^R + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} (n_{td^+ij}^v + n_{td^-ij}^v) H_{ij}^v L_{ij} C_{ij}^M \quad (3-11)$$

s.t.

$$\sum_{v \in V} H_{ij}^v = 1 \quad \forall (i,j) \in A \quad (3-12)$$

$$\sum_{k_t \in K} x_{ij}^{k_t} = \sum_{v \in V} n_{tdij}^v H_{ij}^v \quad \forall (i,j) \in A, t \in T, d \in d^+ \quad (3-13)$$

$$\sum_{k_t \in K} x_{ji}^{k_t} = \sum_{v \in V} n_{tdij}^v H_{ij}^v \quad \forall (i,j) \in A, t \in T, d \in d^- \quad (3-14)$$

$$\sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij}^{k_t} - \sum_{\{j:(j,i) \in A\}} x_{ji}^{k_t} = \begin{cases} s^{k_t} & \text{if } i \in o^{k_t} \\ -s^{k_t} & \text{if } i \in e^{k_t} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall i \in N, k_t \in K \quad (3-15)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{d \in d^+ \cup d^-} n_{tdij}^v H_{ij}^v \leq U_{ij}^v \quad \forall (i,j) \in A, v \in V \quad (3-16)$$

$$x_{ij}^{k_t} \geq 0, x_{ij}^{k_t} \in \text{Integer}, H_{ij}^v \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, k_t \in K, v \in V \quad (3-17)$$

此最佳化模式目的在於求總成本的極小化，方程式 (3-11) 為目標式，所考慮

之成本包含列車運行時間成本和維修成本。 $RT_{tdij}^v C_t^R$ 代表在交通組成 v 情境下， t 型車種、 d 方向在路段 (i,j) 的每單位列車運行時間成本，如3-1節說明，在此研究運行成本是以列車營運的時間價值換算，乘上 n_{tdij}^v 後 $\sum_{t \in T} \sum_{v \in V} \sum_{d \in d^+ \cup d^-} n_{tdij}^v H_{ij}^v RT_{tdij}^v C_t^R$ 即代表路段 (i,j) 的所有列車運行時間成本，加總所有路段則為路網列車路徑指派作業中列車運行時間成本總和； C_{ij}^M 代表 t 型車種在路段 (i,j) 每單位列車、每英里的軌道維修成本（在此列車方向性並不影響軌道維修成本）， $\sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} (n_{td^+ij}^v + n_{td^-ij}^v) H_{ij}^v L_{ij} C_{ij}^M$ 代表路網列車路徑指派作業中軌道維修成本總和。

最佳化模式受限於以下限制式：方程式 (3-12) 為路段選擇限制式，目的在於限制一路段只能選取一種交通組成；方程式 (3-13) 為正向變數一致性限制式，由於模式可能會有選擇的交通組成和實際列車組成兩項決策變數，此限制式目的在於連結此兩項變數，將正向列車流量變數和路段選擇變數，使之符合正常指派情況；方程式 (3-14) 為方程式 (3-13) 中反向之情況，目的在於限制反向列車流量和路段選擇變數之一致性；方程式 (3-15) 和方程式 (3-8) 同為流量守恆限制式；方程式 (3-16) 為路段流量限制式，目的在於限制流過路段 (i,j) 不可超過交通組成 v 情況之軌道容量上限；方程式 (3-17) 限制列車流量變數為正整數，且路段交通選擇限定為二元變數，意義為選擇交通組成 V 的情況等於1，其他情況則等於0。

列車在作路徑指派時，若使用的軌道數越少，可讓總維修成本降低；但在此情況路段上的列車數將會增加，延滯也會跟隨著上升，總運行時間成本也會跟隨著提高。目標式具有將維修成本和運行時間成本作權衡的效果，可以在運輸需求和路線條件給定的情況下求得最佳的列車路徑指派。

3.4. 小結

軌道營運單位通常都有估計列車運行時間和軌道維修成本的方式，而在此章節也提出一些估計這兩項成本的方法。列車運行時間運用Gorman提出的迴歸模型，加上UIC公式估算最小運轉時隔之概念，可以估計出各種列車組成下之運行時間；軌道維修成本則利用Zarembski的報告，考量全年載重、軌道曲率、軌道等級、以及軌枕種類建立一條線性迴歸式，可用來估計各種列車組成下之軌道維修成本。

如同圖3-1，給定路線基礎設施條件、延滯成本估計方法、運輸需求、以及兩項成本的估計值，透過以混合整數規畫建立的數學模式可以得到最佳列車路徑指派結果。



第四章、Lagrangian Relaxation 模式

根據第三章所提出的決策程序，最佳列車路徑求解關鍵在於最佳化模式。此最佳化模式屬於整數組合最佳化問題，其意義為求取多個整數離散物件間最佳的排列組合之問題。此類問題隨著問題規模加大，求解困難度會快速增加，屬於 NP-Hard 的問題。因此以下提出 Lagrangian Relaxation 解法，期望有效率求解規模較大之路網問題。

4.1. Lagrangian Relaxation 介紹

Lagrangian Relaxation 的基本概念是移除原問題的硬式限制式 (Hard constraint)，將移除掉的限制式加上懲罰乘數 (Penalty multipliers) 放到目標式中。如此可將原始模式限制減少，較易求解，而移除掉限制式的問題稱之為 Lagrangian Relaxation 問題，是一種部分對偶化的問題。

為了要證明 Lagrangian Relaxation 可以確實逼近最佳解，以下介紹兩條定理：首先令 z^* 為原始問題之最佳解的目標函數值， u 為懲罰乘數向量， $L(u)$ 為 LR 問題的目標函數值， L^* 為 LR 問題最佳的目標函數值。

1. Lagrangian Bounding Principle (Ahuja, 1993)：對於每個 u 值而言， $L(u)$ 是原始問題的下限解(lower bound)。由於 LR 問題是原始問題移除限制式，因此 $L(u)$ 會優於 z^* ，在最小值問題即代表 $L(u)$ 小於等於 z^* 。
2. 弱對偶理論 (Weak Duality Property)：在線性問題當中，若原始問題為一極小化問題，則其對偶問題的任何一個可行解之目標函數值，是原始問題所有可行解之目標函數值之下限解。證明如下：

$$\text{Max } z = cx \quad (4-1a)$$

$$\text{s.t. } Ax \leq b \quad (4-1b)$$

$$x \geq 0 \quad (4-1c)$$

將其對偶化如下所示：

$$\text{Min } w = yb \quad (4-2a)$$

$$\text{s.t. } yA \geq c \quad (4-2b)$$

$$y \geq 0 \quad (4-2c)$$

方程式 (4-1a)、(4-1b) 和 (4-1c) 為一線性最大化問題，對偶化後可用 (4-2a)、(4-2b) 和 (4-2c) 表示。設 x^0 和 y^0 為兩個問題的可行解，並在方程式 (4-1b) 和方程式 (4-2b) 分別乘上 y^0 和 x^0 。

$$Ax^0 \leq b \rightarrow y^0 Ax^0 \leq y^0 b \quad (4-3)$$

$$y^0 A \geq c \rightarrow y^0 Ax^0 \geq cx^0 \quad (4-4)$$

由方程式 (4-3) 和方程式 (4-4) 所示， $y^0 b \geq cx^0$ ，原問題目標函數值小於等於對偶問題目標函數值。即當原始問題為最大化問題，其對偶理論的任何一個可行解之目標函數值，是原始問題所有可行解之目標函數值的上限解 (upper bound)；反之若原始問題為最小化問題，其對偶理論的任何一個可行解之目標函數值，是原始問題所有可行解之目標函數值的下限解 (lower bound)。因此可得 L^* 小於等於 z^*

由上述兩條定理使得方程式 (4-5) 之不等式成立。Lagrangian Relaxation 問題之目標式可用方程式 (4-6) 表示：

$$L(u) \leq L^* \leq z^* \quad (4-5)$$

$$L^* = \max_{u \geq 0} L(u) \quad (4-6)$$

如同圖 4-1 所示，為了求解更好之對偶解，令 u 為求解過程每一輪之對偶解， $(Ax-b)$ 為放鬆掉之限制式，藉由不斷增大 u 值，可改變 $L(u)$ ，在圖 4-1 迭代過程 L^* 發生在 C 點，此為最接近最佳解的值。

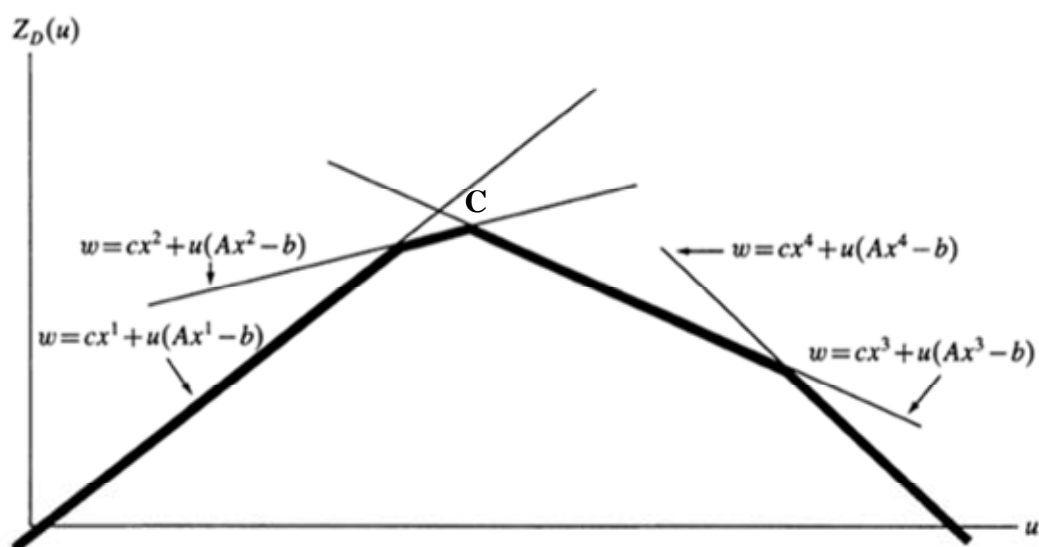


圖 4-1 Lagrangian Relaxation 問題求解示意圖

資料來源：Fisher, 2004

對偶問題之最佳解 L^* 將會由懲罰乘數 u 決定。如同方程式 (4-6)，Lagrangian Relaxation 問題目的在於獲得更好的下限解，而改變 u 值求得 LR 問題最大值即為 Lagrangian multiplier 問題。

4.2. 次梯度法介紹

Lagrangian multiplier 問題變成藉由改變懲罰乘數，尋找最佳對偶解的問題，對於最小化的原始問題來說，問題目的在於找出最大之對偶解。為了要找函數極值，3 種方式嘗試被用來解決此問題，分別是 (1) 次梯度法 (Subgradient method)、(2) simplex method 結合變數產生法 (column generation)、(3) 懲罰乘數修正法 (multiplier adjustment method) (Fisher, 2004)。此研究使用最常被應用並可求取離散函數極值的次梯度法求解 LR 問題，本節將說明次梯度法。

以下參數與變數意義：

- $f(x)$: 欲求解極值之函數
- $\nabla f(x)$: 函數 $f(x)$ 之梯度方向
- θ : 移步間距
- u : Lagrangian Relaxation 模式懲罰乘數
- n : 迭代輪數
- $L(u)$: Lagrangian Relaxation 問題之目標函數值
- L^* : Lagrangian Relaxation 問題之最佳解
- $\gamma(x)$: 違反程度函數

對單變量函數 $f(x)$ 來說，求取 $f(x)$ 之一階導數等於 0 的點代表 $f(x)$ 之極值。對於多變量函數來說，根據微積分方向導數定理可知，多變量函數最速上升方向和 z 一致。因此選定特定方向 d ，移步間距 (step) 為 θ ， x 點的方向導數為：

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{f(x + \theta d) - f(x)}{\theta} = \nabla f(x) d \quad (4-7)$$

若 $L(u)$ 是可微分的，則最大化的 LR 問題可使用梯度下降法 (steepest ascent method) 得到更好的 $L(u)$ 值。如同方程式 (4-7)，假設 $f(x)$ 唯一可微分函數， $f(x)$ 在梯度方向會是最快上升的方向。

但許多組合最佳化問題目標函式都並非可微分的函數，如組合最佳化問題即是求取各種離散變數之最佳解。因此過去學者 (Fisher, 2004; Ouyang, 2009) 使用次梯度法 (Subgradient optimization method) 用來求解這些不可微分的函數問題。

次梯度法改編自梯度下降法，是一種能用來解決凸型函數最佳化問題的演算法，保留梯度法沿著梯度方向搜尋的特性，將求解最佳化的流程離散化更新懲罰乘數。方程式 (4-8) 表示下一輪的懲罰乘數為上一輪的值加上其梯度量乘上移步間距：

$$u^{n+1} = u^n + \theta^n \nabla L(u^n) \quad (4-8)$$

令 γ 函數為加入懲罰乘數放入目標式的限制式，此函數在此即為改變懲罰乘數值每輪依循的搜尋方向。如圖 4-1，我們目的在於找尋最大對偶解，而每一輪的 γ 即為搜尋方向，第 n 輪 LR 問題的目標函數值可用方程式 (4-9) 表示：

$$u^{n+1} = u^n + \theta^n \gamma(x^n) \quad (4-9)$$

回到問題 LR 問題，每一輪目標函數可用方程式 (4-10) 表示：

$$L(u^{n+1}) = cx^n + u^{n+1} \gamma(x^n) \quad (4-10)$$

假設 L^* 為對偶問題之最佳解，將方程式 (4-9) 代入方程式 (4-10)，第 $n+1$ 輪的 LR 問題目標函數改寫成方程式 (4-11)：

$$L(u^{n+1}) = cx^n + [u^n + \theta^n \gamma(x^n)] \gamma(x^n) = L^* \quad (4-11)$$

由方程式 (4-10) 可知，由於梯度方向是在 LR 放鬆問題就已決定，因此懲罰乘數問題中控制的元素為移步間距。為了得到移步間距，令 $\|y\|$ 為歐幾里得向量 (Euclidean norm)， $\|y\| = \sum_j (y_j^2)^{1/2}$ ，由於 $L(u^n) = cx^n + u^n \gamma(x^n)$ ，因此第 n 輪的移步間距可用方程式 (4-12) 表示：

$$\theta^n = \frac{L^* - L(u^n)}{\|\gamma(x^n)\|^2} \quad (4-12)$$

由於我們在解問題時不知道 LR 問題的最佳解 L^* ，因此我們設定一個可行解當作上限解 (upperbound)，並乘上一個純量 λ ，以方程式 (4-13) 表示：

$$\theta^n = \frac{\lambda^n [UB - L(u^n)]}{\|\gamma(x^n)\|^2} \quad (4-13)$$

根據過去研究 (Fisher, 2004; Ouyang, 2009)， λ 值介於 0 到 2 之間。經由迭代運算，可以得到 LR 問題的最佳解。



4.3. 最佳化列車路徑指派模式應用 Lagrangian Relaxation 法

4.3.1. 最佳化模式改寫

考慮 3-3 節提出的「最佳化列車路徑指派模式」，此最佳化模式原始型式如下：

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} \sum_{d \in d^+ \cup d^-} n_{tdij}^v H_{ij}^v R T_{tdij}^v C_t^R + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} (n_{td^+ij}^v + n_{td^-ij}^v) H_{ij}^v L_{ij}^v C_{ij}^M \quad (3-11)$$

s.t.

$$\sum_{v \in V} H_{ij}^v = 1 \quad \forall (i,j) \in A \quad (3-12)$$

$$\sum_{k_t \in K} x_{ij}^{k_t} = \sum_{v \in V} n_{tdij}^v H_{ij}^v \quad \forall (i,j) \in A, t \in T, d \in d^+ \quad (3-13)$$

$$\sum_{k_t \in K} x_{ji}^{k_t} = \sum_{v \in V} n_{tdij}^v H_{ij}^v \quad \forall (i,j) \in A, t \in T, d \in d^- \quad (3-14)$$

$$\sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij}^{k_t} - \sum_{\{j:(j,i) \in A\}} x_{ji}^{k_t} = \begin{cases} s^{k_t} & \text{if } i \in o^{k_t} \\ -s^{k_t} & \text{if } i \in e^{k_t} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \forall i \in N, k_t \in K \quad (3-15)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{d \in d^+ \cup d^-} n_{tdij}^v H_{ij}^v \leq U_{ij}^v \quad \forall (i,j) \in A, v \in V \quad (3-16)$$

$$x_{ij}^{k_t} \geq 0, x_{ij}^{k_t} \in \text{Integer}, H_{ij}^v \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, k_t \in K, v \in V \quad (3-17)$$

由於變數一致性限制保持兩項決策變數 (H_{ij}^v 以及 $x_{ij}^{k_t}$) 的數值合理，通常含有較多變數的限制式為求解上的複雜限制式(Ouyang, 2009)。因此此研究使用 Lagrangian Relaxation，移除掉方程式 (3-13) 與 (3-14)，並給予一個正值的懲罰乘數 u (粗體代表此值為一集合) 加入目標式，此懲罰函數屬於一集合，對於每個 i, j, d, t 皆有一個懲罰乘數，即 $u: \{u_{tdij}: \forall t \in T, d \in d^+ \cup d^-, (i,j) \in A\}$ 。改寫後的模式如下所示：

$$z(\mathbf{u}) = \min$$

$$\begin{aligned} & \sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} \sum_{d \in d^+ \cup d^-} n_{tdij}^v H_{ij}^v R T_{tdij}^v C_t^R + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} \sum_{v \in V} (n_{td^+ij}^v + n_{td^-ij}^v) H_{ij}^v L_{ij} C_{ij}^M \\ & + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{t \in T} \sum_{d \in d^+ \cup d^-} u_{tdij} \left(\sum_{k_t \in K} x_{ij}^{k_t} + x_{ji}^{k_t} - \sum_{v \in V} n_{td}^v H_{ij}^v \right) \end{aligned} \quad (4-14)$$

Subject to (3-12), (3-15), (3-16), (3-17)

4.3.2. 運算機制

先前令 γ 為違反程度函數 (同時也代表搜尋方向)，而 γ 運算可用方程式 (4-15) 表示：

$$\gamma(x^n) = \left(\sum_{k_t \in K} (x_{ij}^{k_t})^n + (x_{ji}^{k_t})^n \right) - \sum_{v \in V} \sum_{d \in d^+ \cup d^-} n_{tdij}^v (H_{ij}^v)^n \quad (4-15)$$

$$\mathbf{u}^{n+1} = \max \{0, \mathbf{u}^n + \theta^n \cdot \gamma^n\} \quad (4-16)$$

$$\lambda^{n+1} = \lambda^n / 2, \text{ if no progress in more than } K \text{ iteration} \quad (4-17)$$

$$\text{Converge condition : } \text{abs}(\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n) < \varepsilon \text{ or error gap} < \delta \quad (4-18)$$

方程式 (4-16) 計算每輪懲罰乘數值，並確保其值為正值。方程式 (4-17) 為降溫參數設定，此參數類似模擬退火演算法 (simulated annealing) 當中的降溫設定，目的是為了使搜尋初期具有「多樣性」的特性，搜尋後期則具有「強化性」的特性。而這項參數設定將會影響方程式 (4-13) 計算的移步間距，換句話說，隨著降溫參數的降低，移步間距也會跟隨著下降。方程式 (4-18) 設定為兩輪間的懲罰乘數改進量小於某改進量 (ε)，或是誤差範圍小於某容忍量 (δ)。

詳細求解步驟如下 (圖 4-2)：

- 步驟一：決定上限解以及初始懲罰乘數 (u_0)。
- 步驟二：計算違反函數 (γ)。
- 步驟三：計算移步間距 ($step\ size$)。

- 步驟四：更新懲罰乘數 (u)。
- 步驟五：判斷懲罰乘數改進量是否達到收斂條件，若有則迭代結束；若無則進入下一步驟。
- 步驟六：判斷懲罰乘數是否 K 輪沒有改進，若有則進入下一步驟；若無則進入步驟二。
- 步驟七：將降溫參數除 2，回到步驟二求解直到達成收斂條件。



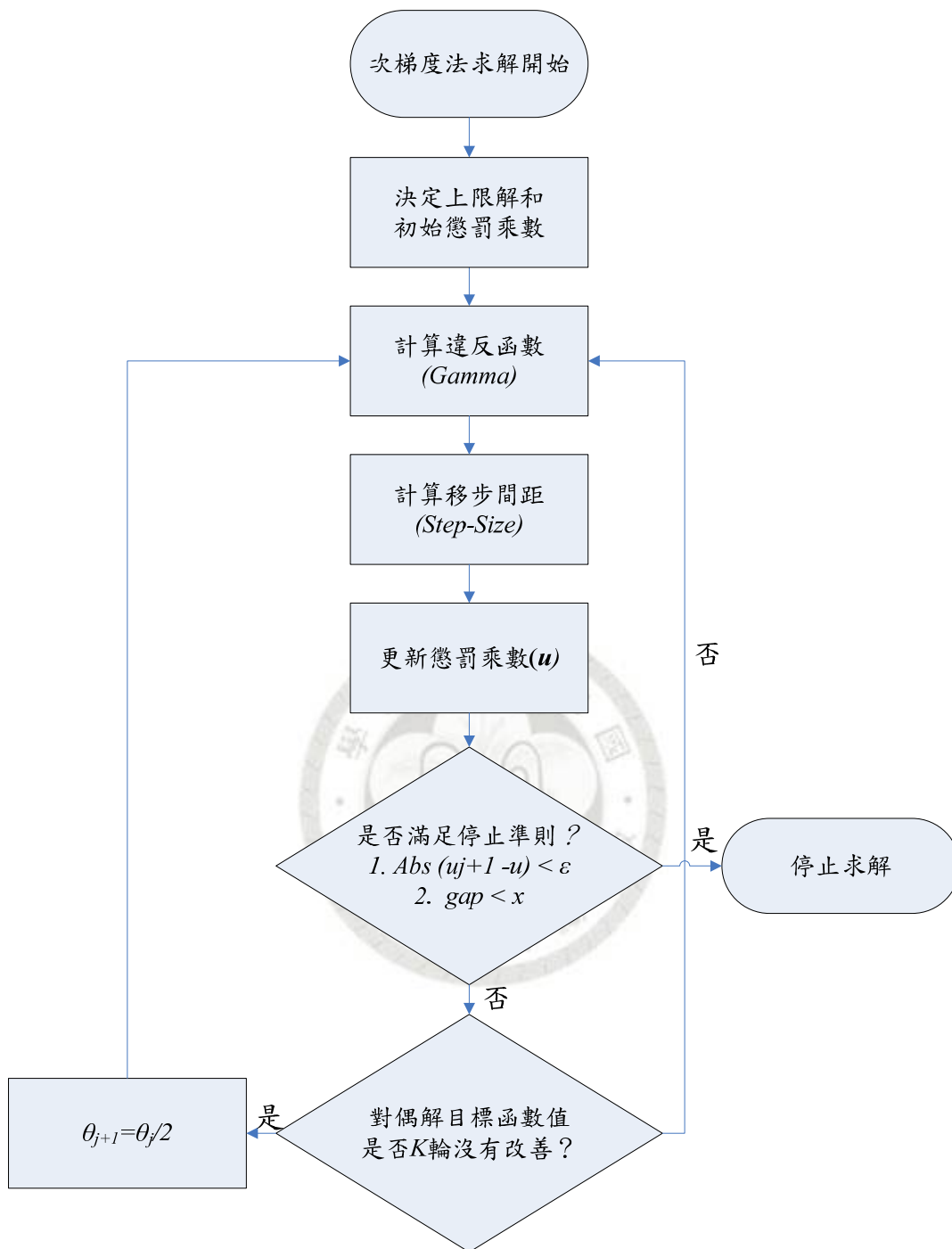


圖 4-2 次梯度法運算流程圖

4.3.3. 建立可行解

在使用 Lagrangian Relaxation 法時，原始問題部分對偶化後，解將落入不可行解區，利用 Lagrangian Relaxation 所求得的為放鬆限制式的對偶化最佳解，此解有可能違反變數一致性的限制，使之落入不可行解區，因此我們必須將其轉換成可行解區（圖 4-3）。

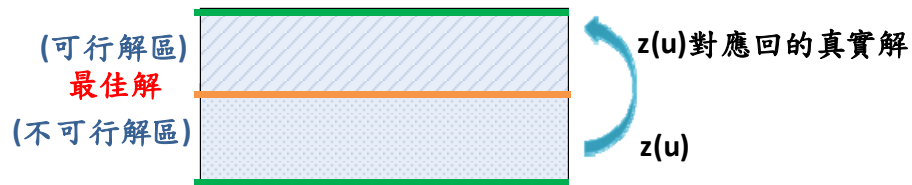


圖 4-3 對偶解轉換成可行解

原始問題具有 x_{ij}^k 以及 H_{ij}^v 兩項決策變數，由於流量守恆限制式未放鬆， x_{ij}^k 仍為一正確值，由方程式 (3-13) 和方程式 (3-14) 可分別將正向列車流量 x_{ij}^k 和逆向列車流量 x_{ji}^k 將對應回方程式 (3-11) 的 H_{ij}^v ，計算目標函式即可得到一可行解。

4.4. 小結

本章節整理 Lagrangian Relaxation 法將原始異質性列車路徑指派模式放鬆為 Lagrangian multiplier 問題，再以 Subgradient optimization method 修正懲罰乘數 (multiplier) 值，直到兩輪間的懲罰乘數改進量小於某改進量，或是設定為誤差範圍小於某容忍量。

第五章、案例分析

在此章節呈現兩個案例，展示如何透過此決策程序得到最佳的列車路徑指派。其中運行時間成本和維修成本使用 3.1 和 3.2 節的估計方法。使用套裝軟體 GAMS (General Algebraic Modeling System) 在 2.93 GHz 個人電腦(Intel (R) Core (TM)2 Duo CPU E7500) 編譯程式碼，並在 CPLEX 平台求解。

案例分析 II 當中路網設為不等長目的在於和最短路徑結果進行比較，雖然在現實世界中多車種不會只考慮最短路徑進行路徑指派，但在此只單純比較考慮列車異質性之差異。另外，由於最短路徑所有列車皆會選擇最短路徑運行，其結果為可行解，並且可以視作一種只考慮維修成本的極端情況，因此可以作為 Lagrangian Relaxation 求解之上限值。

由於此問題屬於大規模之組合最佳化問題，無法使用 CPLEX 平台求解正規解，因此使用第四章提出 Lagrangian Relaxation 模式配合 Subgradient optimization method 求解，利用方程式 (5-1) 計算 LR 近似解之優劣，式中 LR solution 代表對應回真實解的 LR 解，RMIP 解代表混合整數規劃 (Relax Mix-Integer-Programming, RMIP) 模式求解原始問題的解，其中 RMIP 模式意義為將二元變數限制解除，使二元變數為一正數，由於此模式較原始 MIP 模式條件寬鬆，因此求得解較 MIP 模式為佳。以 RMIP 解和近似解比較，檢視近似解之逼近程度 (如圖 5-1)。

$$Gap (\%) = \frac{LR \text{ Solution} - RMIP \text{ Solution}}{RMIP \text{ Solution}} \quad (5-1)$$

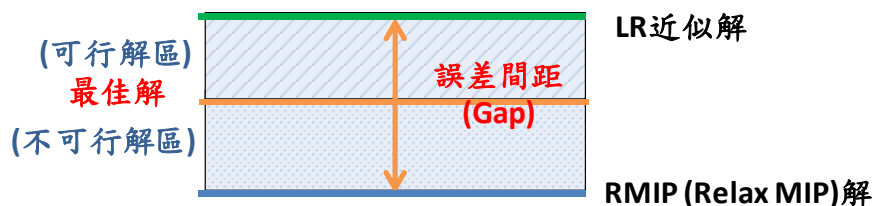


圖 5-1 檢視近似解優劣之示意圖

Subgradient optimization method 參數設定參考過去研究 (Kalvelagen, 2009; Fisher, 2004) 如表 5-1。

表 5-1 次梯度法參數設定

參數名稱	說明
u	懲罰乘數， $u^0 = 0$
$L(u^n)$	下限值，代表第 n 輪迭代計算的對偶解
θ^n	移步間距
ε	懲罰乘數改善收斂容忍值，設為 1%
Gap	誤差間距，設為 1%
λ	降溫參數， $\lambda^0 = 2$
K	降溫參數，代表連續 K 輪下限值沒有改善，設為 1

5.1. 路網異質性指標

進行案例驗證前，在此章節先介紹一種簡單估計路網異質性之指標，目的利用此指標衡量路網中列車異質性之狀況。其意義如下：

$$HG_{ij}(\%) = \min\left(\frac{N_{ij}^t}{N_{ij}^{Total}}, 1 - \frac{N_{ij}^t}{N_{ij}^{Total}}\right) \times 100\% \quad (5-2)$$

其中：

- HG_{ij} : 路網中路段 (i, j) 之列車異質性
- N_{ij}^t : 路網中路段 (i, j) 車種 t 總數量 (台列車)
- N_{ij}^{Total} : 路網中路段 (i, j) 所有列車總數量 (台列車)

依照方程式 (5-2) 定義，此指標等於 50% 時代表路段有著最高列車異質性，指標等於 0% 時代表無列車異質性 (亦可稱此路段為同質性交通狀態)。運用此指標可計算路網中每個路段之列車異質性，路段長度視作權重，所算出之加權平均即可代表到路網之異質性。

5.2. 案例分析 I—簡易路網

圖 5-2(a)為案例分析 I 的路網結構，這簡易路網是由 5 條主要路段構成，假定此 5 條路段的路線基礎設施條件類似於運行時間成本方程是當中具代表性的 KO 路段，並有兩種車型在此路網運行，車種 I 是擁有較快運行速度及高優先權的車種，車種 II 則是擁有較慢運行速度及低優先權的車種。

案例分析 I 有 12 台車種 I、10 台車種 II 的列車從節點 1 指派到節點 5，另有 12 台車種 I、10 台車種 II 的列車從節點 5 指派到節點 1，共 44 台列車在路網中運行。

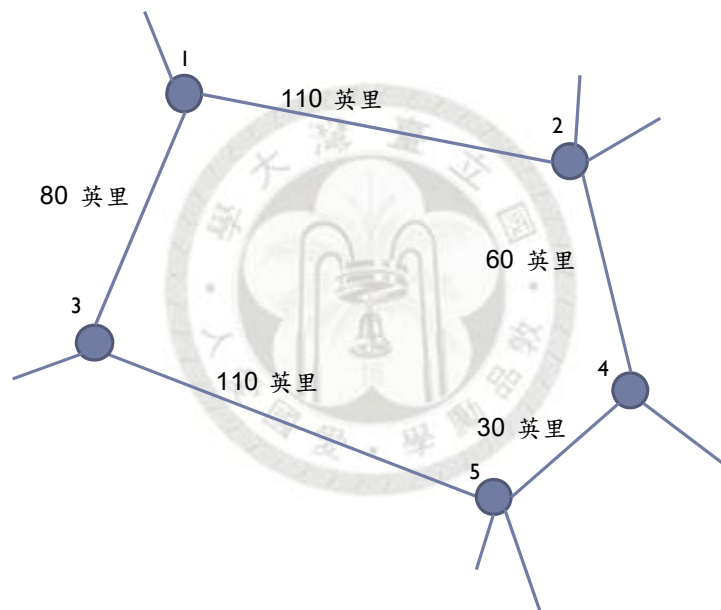


圖 5-2(a)

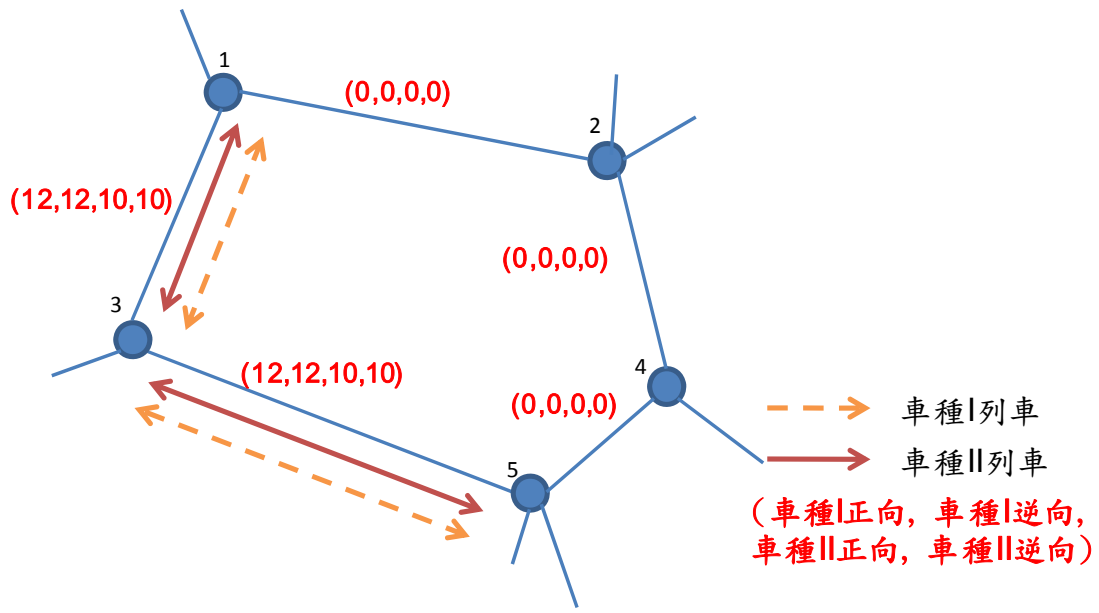


圖 5-2(b)

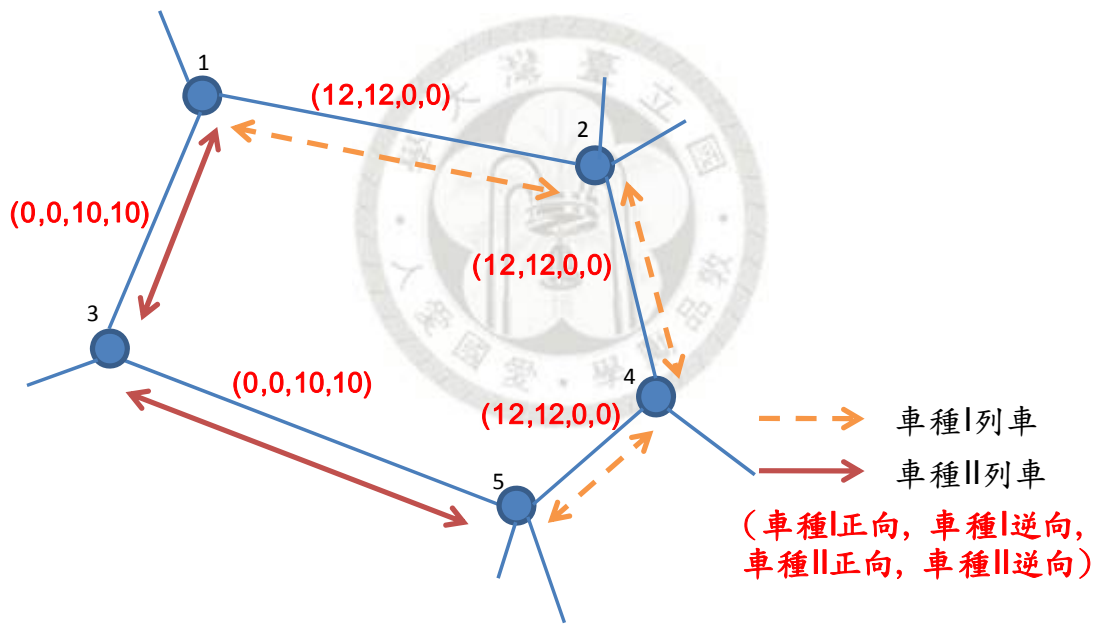


圖 5-2(c)

圖 5-2 案例分析 I —(a)路網 (b)最短路徑指派結果
(c)考慮列車異質性指派結果

如表 5-2，比較兩種路徑指派結果：考慮列車異質性路徑指派結果將兩種車型的列車分開指派。以 1-5 的起迄對需求為例，車種 I 列車運行 1-2-4-5 路線，車種 II 列車運行 1-3-5 路線。最短路徑指派的結果則所有列車皆選擇最短路徑 1-3-5 指

派，如此雖然使用到的軌道減少，維修成本較少，但在路段 (1,3) 和路段 (3,5) 都因為 44 台列車的高流量，以及列車異質性而造成較大的運行時間。大致來說，考慮列車異質性的結果比最短路徑結果節省 180 萬元，約 3.01% 的成本。

表 5-2 案例分析 I—兩種路徑指派策略結果比較

指派策略	路網異質性 (%)	維修成本 (\$)	運行時間成本 (\$)	總成本 (\$)
最短路徑	22.14%	37,159,120	24,268,850	61,427,970
異質性列車指派	0%	37,706,630	21,874,340	59,580,970

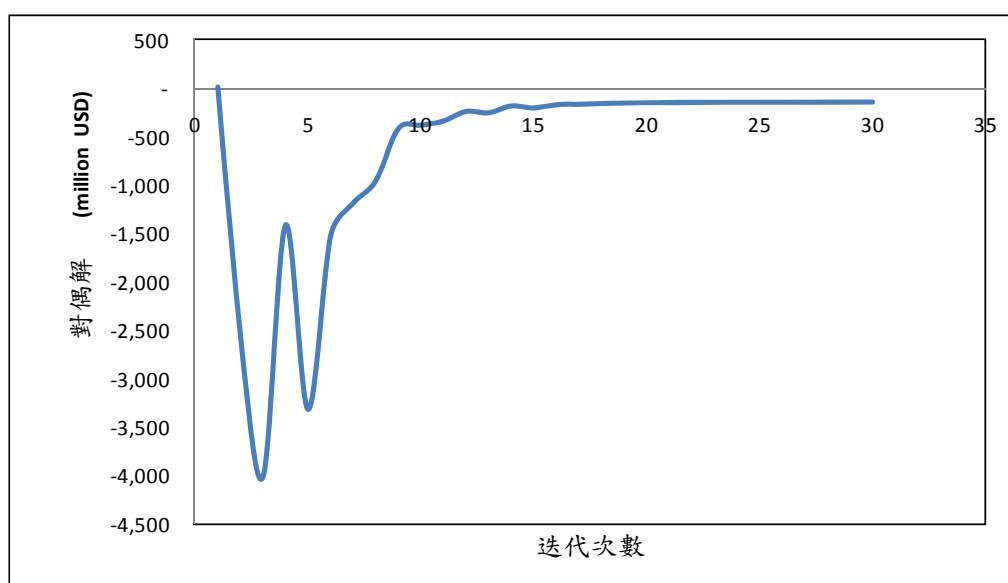


圖 5-3 案例分析 I—Subgradient optimization method 對偶解變化趨勢

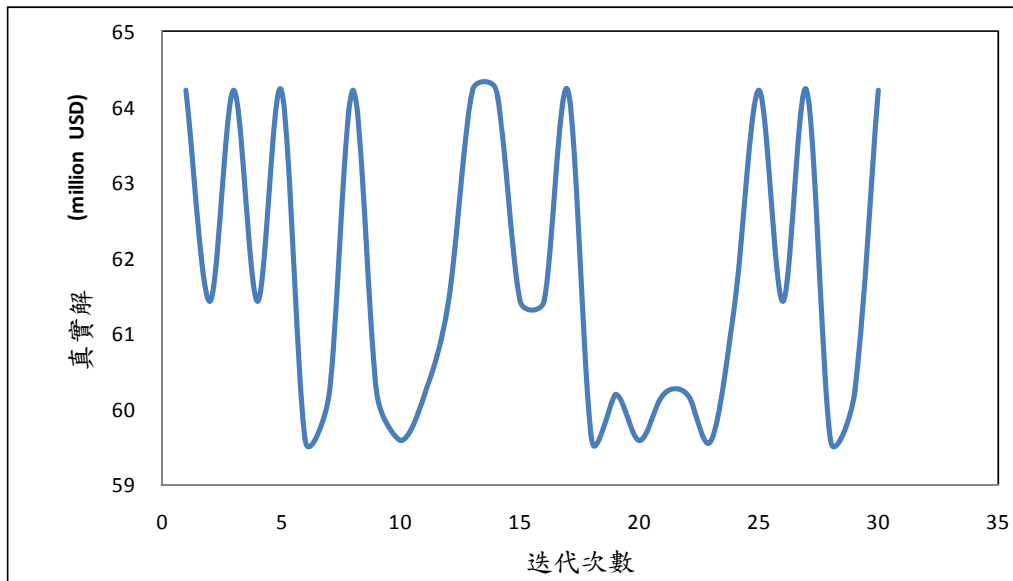


圖 5-4 案例分析 I—Subgradient optimization method 真實解變化趨勢

使用 Lagrangian Relaxation 模式是在對偶問題求最佳之對偶解，如同 4.3.3 節建立可行解的方式，將每輪得到的對偶解轉換成原始問題的真实解。如圖 5-3 運算機制每輪會讓對偶解和上限解不斷靠近，對偶解會隨著 Subgradient optimization method 的迭代次數逐漸增大，加上降溫參數 K 的設定讓移步間距減少而漸漸收斂，結果使對偶解不斷向上提升進而收斂。使用 RMIP 模式求得解為 58,787,410 元，與 LR 近似解差距為 1.35%，代表相當逼近於最佳解。

5.3. 案例分析 II—不等長類九宮格路網型態

案例分析 II 將決策程序應用在 25 個節點、40 條路段，大約 4,000 英里 (6,400 公里) 貼近於現實世界的鐵路路網 (圖 5-5)。和案例分析 I 相同的是，所有路段的基礎設施條件都類似於運行時間成本方程式中的 KO 路段，並有兩種車型在此路網運行。假設給定對稱之運輸需求如表 5-3，共有 56 台列車在此路網運行，其餘路線條件皆和案例 I 相同。

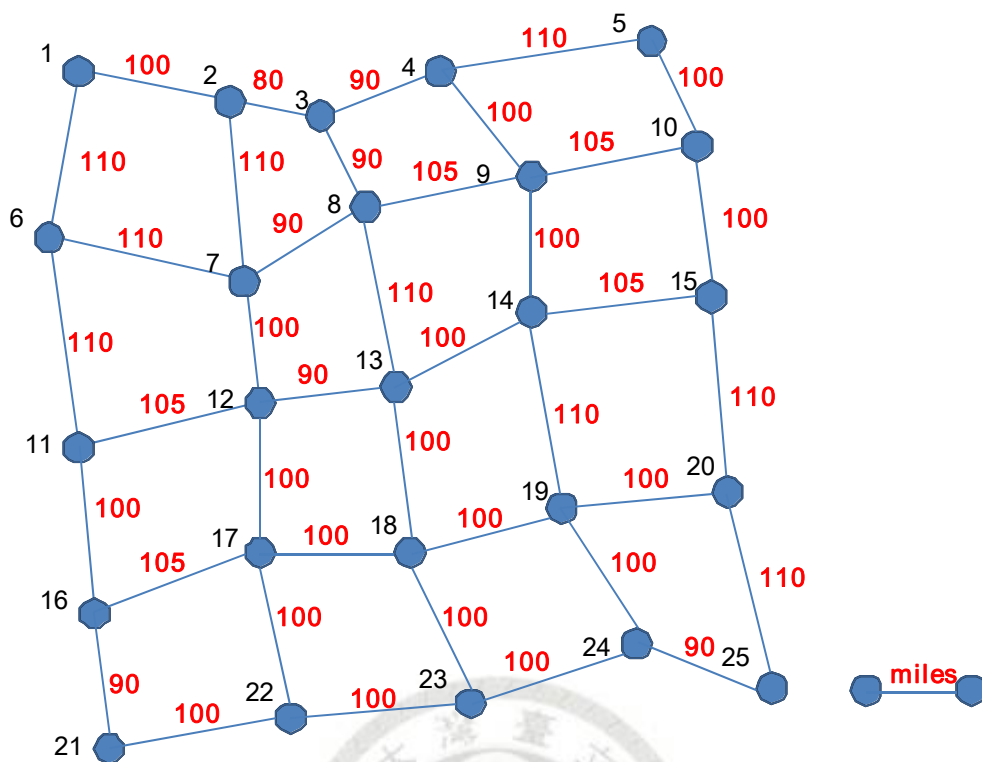


圖 5-5 案例分析 II—不等長類九宮格路網

表 5-3 案例分析 II—起訖點運輸需求

列車種類	起點	迄點	運輸需求 (列車/日)
I	1	25	6
II	1	25	8
I	25	1	6
II	25	1	8
I	21	5	6
II	21	5	8
I	5	21	6
II	5	21	8

如圖 5-6，最短路徑指派結果會選擇每條起迄對之最短路徑運行。以 1→25 的起訖對需求為例，所有列車都考慮最短路徑 (1-2-3-8-13-18-23-24-25) 運行。如此指派結果雖然可讓列車使用到較少軌道，可降低維修成本，但由於列車集中運行

在某特定路段 (如：長度較短的(3,8)路段)，亦使得這些路段發生重大延滯，使得運行時間成本高漲。而考慮異質性路徑指派則在維修成本和運行時間成本間權衡得到最佳解，如此指派的結果比最短路徑節省 1,700 萬元，約 4.6%。

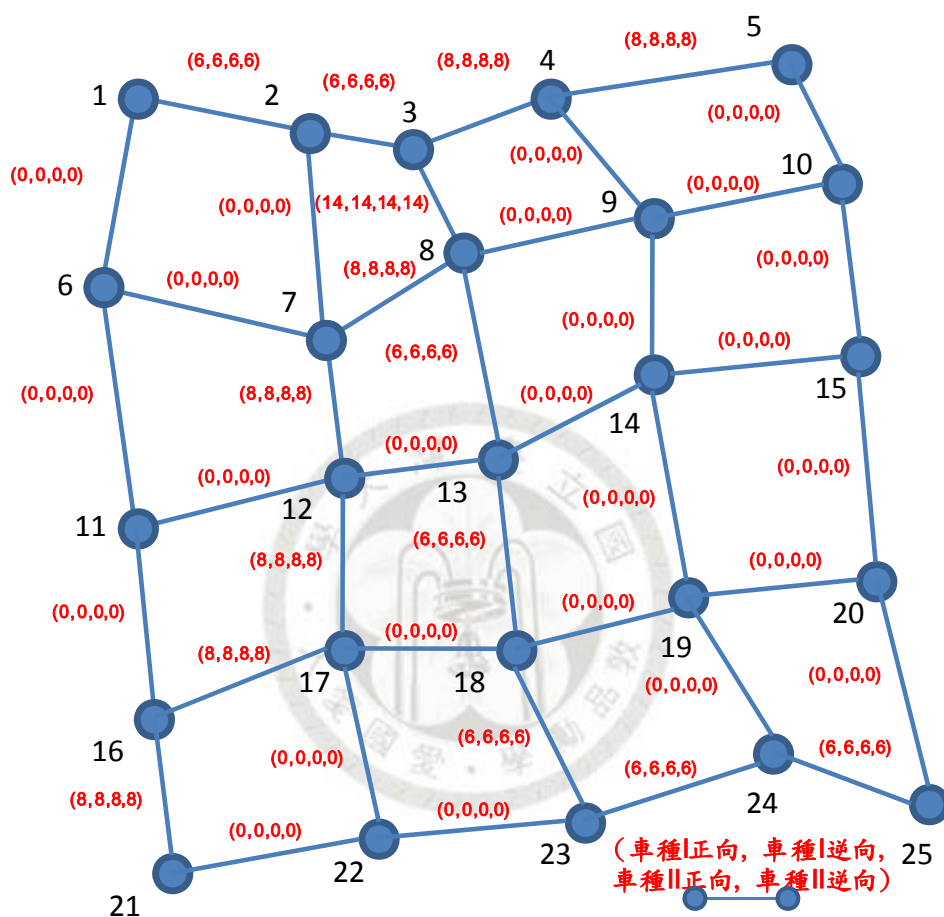


圖 5-6 案例分析 II—最短路徑指派結果

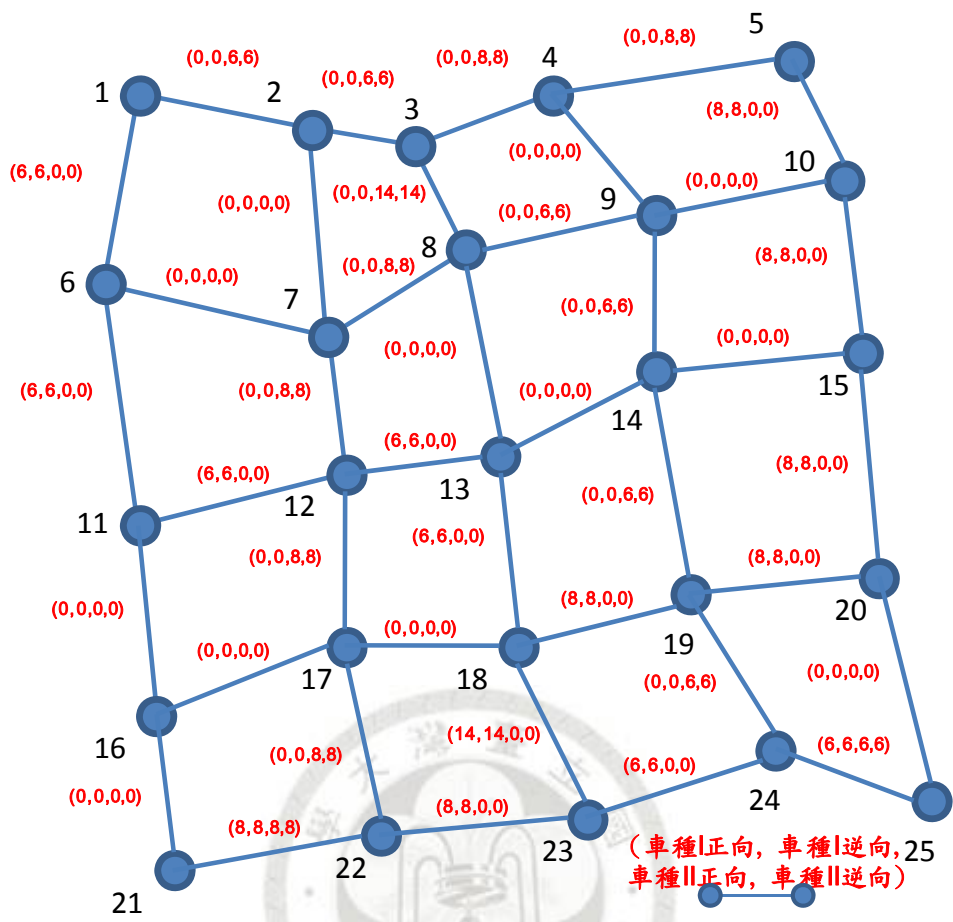
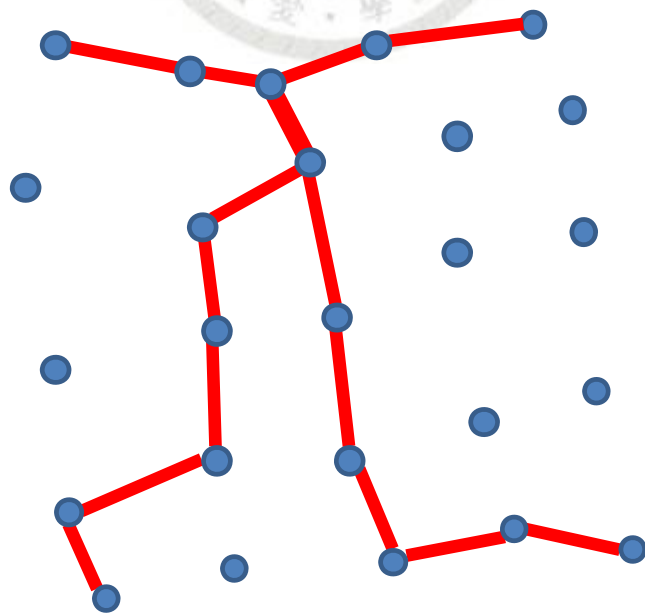
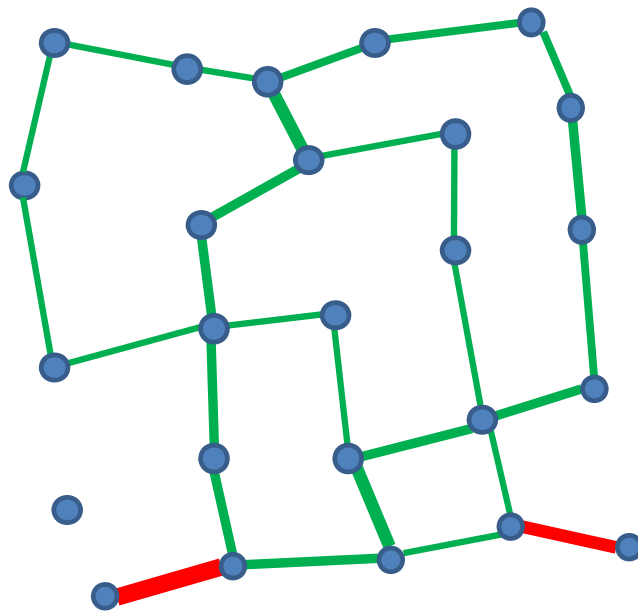


圖 5-7 案例分析 II—異質性列車指派結果



(a)



(b)

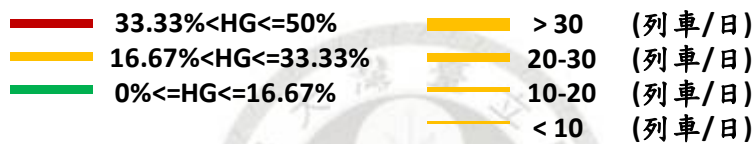


圖 5-8 案例分析 II— (a)最短路徑指派 (b)異質性列車指派列車流量與路網異質性結果

表 5-4—兩種路徑指派策略結果比較

指派策略	路網異質性 (%)	運行時間成本 (\$)	維修成本 (\$)	總成本 (\$)
最短路徑	15.69%	120,357,200	239,970,300	360,327,500
異質性列車指派	2.36%	102,392,500	241,354,200	343,746,700

案例分析 II 使用 RMIP 模式求得解為 339,773,600，與 LR 近似解差距為 1.17%，代表相當逼近於最佳解。

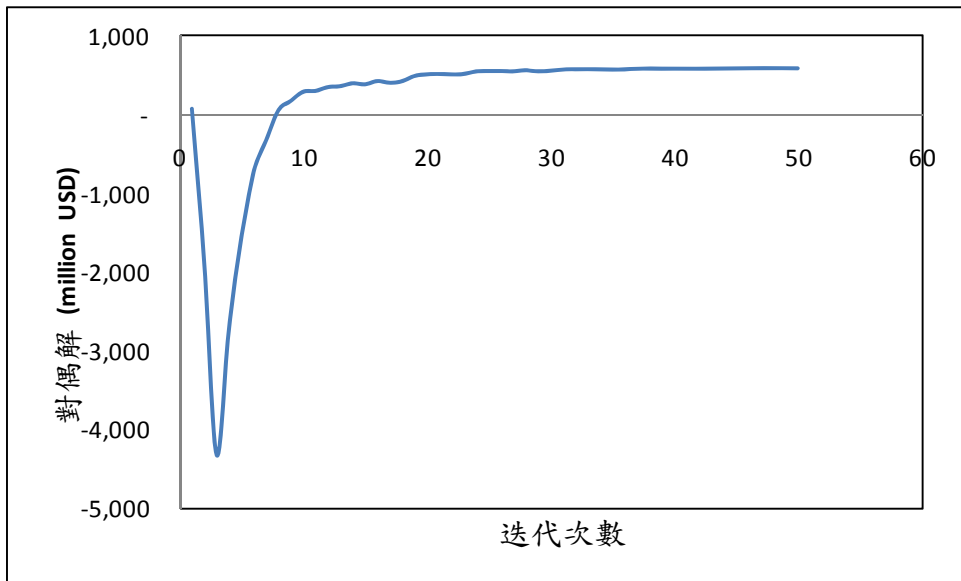


圖 5-9 案例分析 II—Subgradient optimization method 對偶解變化趨勢

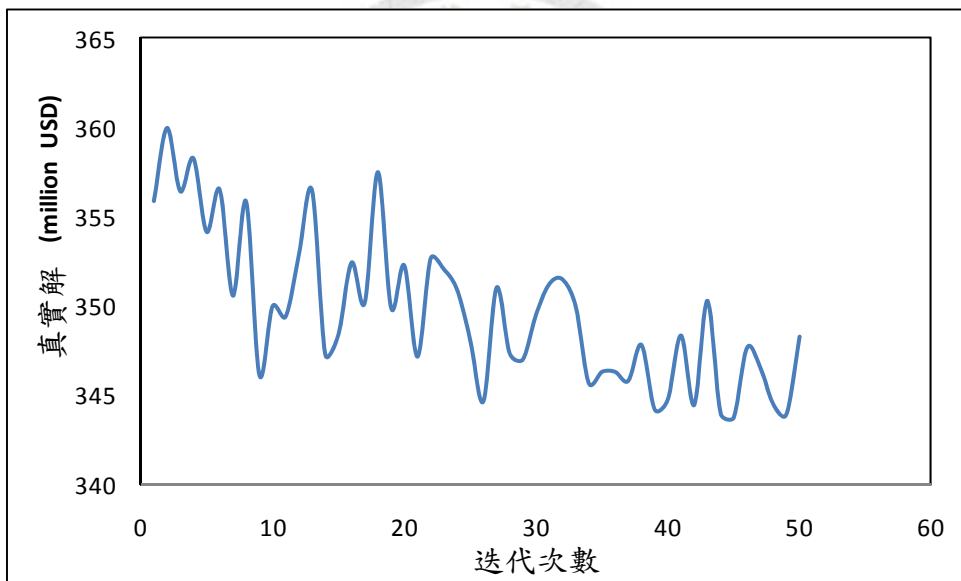


圖 5-10 案例分析 II—Subgradient optimization method 真實解變化趨勢

案例分析 II 呈現一個貼近於現實生活之路網驗證決策程序的功效，除了有效降低營運成本外，同時也降低了路網異質性，將不同車種分開指派，以減低延滯。另外由圖 5-8 也可以發現，異質性列車指派有效地將列車分散指派到路網中，如此可以大幅降低單條路段的使用量，使得整個路網的軌道使用更有效率。

對於案例分析 II，所求得解之誤差間距為 1.17%，節省成本約為 4.6%，由於所花費之 CPU 時間約為 2 天，若要減少求解時間，可放寬次梯度法運算機制的停止準則，以下將改變誤差間距分析之。

如表 5-5，若在停止準則中誤差間距設為 5%，可求得誤差間距 4.73% 的近似解，求解時間約為 2 小時，與最短路徑結果相比，節省約 1.24% 成本。

若在停止準則中誤差間距設為 4%，可求得誤差間距 3.18% 的近似解，求解時間為 7.43 小時，與最短路徑結果相比，節省約 2.71% 成本，與 5% 的誤差間距結果相比，多使用 3.75 倍的求解時間，多節省 1.47% 成本；誤差間距設為 3% 和 2% 的情況，可求得誤差間距 1.88% 的近似解，求解時間增為 10.12 小時，與最短路徑結果相比，節省約 3.94% 成本，與 5% 的誤差間距結果相比，多使用 5.11 倍求解時間，多節省 2.70% 成本；若誤差間距設為 1%，無法在 50 輪迭代中求得小於 1% 的近似解，發現最佳的解發生在第 45 輪，誤差間距 1.17%，求解時間將近 2 天，節省成本約為 4.60%，與 5% 的誤差間距結果相比，多使用 24.35 倍求解時間，多節省 3.36% 成本。

表 5-5 案例分析 II—求解效率分析

停止準則Gap(%)	實際Gap(%)	求解時間(小時)	節省成本(%)
5%	4.73%	1.98	1.24%
4%	3.18%	7.43	2.71%
3%	1.88%	10.12	3.94%
2%	1.88%	10.12	3.94%
1%	1.17%	48.22	4.60%

站在軌道營運單位的角度，優良的列車路徑指派決策程序除了做出正確可靠的指派結果，節省成本和求解時間在權衡下做出最佳決策。如 2.1 節所說明，列車路徑指派的決策問題牽扯層面廣大，若改變路網中某列車路徑，則每條路段的時刻表也須更改，車輛運用計畫、司機員排班計畫也會跟隨著改變，通常是軌道營

運單位長期決策問題。鑑於此因，長期決策問題往往花費非常長的求解時間，只為了求解出優良的解，進一步訂出使用年限長的列車路徑指派計畫。

5.4. 小結

本章節呈現了三個案例驗證第三章的決策程序和第四章的 Lagrangian Relaxation 模式，經案例分析，大約較最短路徑少 2%至 5%，但軌道系統一般皆為大型規模營運單位，其資本額非常大，並且路徑指派問題通常為軌道營運單位之長期規劃，若能節省其中 1%即為節省相當花費。另外使用 Lagrangian Relaxation 模式也可以得到與下限解 5%以內的近似解。

由上述驗證結果呈現此決策程序之功用，並有理論性之最佳化數學模式作為根據，證實此決策工具可供服務規劃作業時作列車路徑指派。



第六章、結論與建議

全球因為能源短缺，朝向節能減碳趨勢邁進時，各種運輸系統之需求隨著政府政策將大幅度增加，軌道運輸系統也因為在安全、運輸效率、土地使用與環境衝擊上，均有其絕對優勢，近年來成為各國發展運輸系統之主流。如何運用有限資源，協助規劃人員作出有效且可靠之運輸規畫，是目前軌道運輸系統重要的課題之一。提升軌道容量方式通常有兩種，一是從基礎設施層面改善，此方法通常牽扯到土建設施，因此需要較長工期與成本；另一種是從運轉策略層面改善，從過去研究可知，列車異質性是影響此層面最重要因素之一。

6.1. 結論

在此篇研究提出一套考量列車異質性之路徑指派程序，此程序考量列車運行時間與軌道維修成本，此兩項成本在最佳化數學模式中權衡，得到最佳列車指派路徑。為了提升求解能力，本研究使用 Lagrangian Relaxation 法將最佳化模式分解，並用次梯度法逐步修正懲罰乘數，得到對應回可行區域之近似解。在此篇本研究採用假設的路網進行驗證，其中 25 節點、40 條路段的類九宮格型態路網給予 8 條起訖對 (O-D pair) 運輸需求可以得到不錯的解，而容忍誤差約在 5% 以內。經由案例驗證後，提出以下結論：

1. 此篇研究提出一套考量列車異質性最佳化的路徑指派決策程序。決策程序包含估計軌道維修成本、列車運行時間成本、最佳化數學模式以及 Lagrangian Relaxation 模式。經過此程序運作可有效降低路網列車異質性，進而降低列車運行時間和營運成本。
2. 決策程序平均地將列車分散指派到路網中，降低單條路段的使用量，避免擁塞情況發生，降低路網總體延滯，除了使得整個路網的軌道使用更有效率，也間

接提高系統之可靠度。

3. 所提出之路網最佳化模式經由 Lagrangian Relaxation 法以及次梯度法改寫後有更好的求解能力，此概念同樣可應用在類似之大型路網問題當中。

6.2. 建議

在此篇研究中也有諸多假設可在建議在未來研究中加以考慮，例如：考慮節點（車站）之延滯。一般來說列車在車站停等時間會受到站內軌道布設型式影響，加上旅客運輸會受到上下車旅客、貨物運輸會受到裝載和卸載貨物數量影響。未來建立車站延滯方程式，更可以貼近現實狀況。

運行時間成本的估計採用 UIC 最小列車間距概念，由於其中列車序列中前行 i 型車種跟隨後行 j 型車種之次數 (n_{ij}) 為期望值概念，在現實中，列車序列前行和後行車並不是有跟車行為便會發生超車或被超車的情形，而是車間距小於某一安全值才會發生，因此本研究計算法易造成運行時間高估的情況，未來若能找出更準確之估計方式，或是建立起完整的列車運行時間資料庫，準確度將會大幅增加。

本研究採取 Lagrangian Relaxation 法以及 Subgradient optimization method 改善最佳化模式求解，未來也可應用其他分解法如 benders decomposition，或是啟發式解法諸如：禁忌搜尋法 (tabu search)、模擬退火法 (simulated annealing)、以及基因演算法 (genetic algorithm) 等。另外像是網路最佳化問題中的最短路徑問題也發展出許多演算法，諸如：Dijkstra 演算法、Bellman-Ford 演算法或是 Floyd-Warshall 演算法。透過這些演算法逐次將每條起迄對需求指派進入路網中，並修正路網的各項成本項，使之成為一動態問題求解，亦可為未來延伸之方向。

參考文獻

1. American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO) (2007), *Transportation - Invest in Our Future: America's Freight Challenge*, AASHTO, Washington, D.C..
2. 交通部運輸研究所 (2005), 「軌道容量研究—台鐵系統容量模式之建構分析 (一)」。
3. Sussman, J 著, 吳建平譯 (2004), 「運輸系統導論」, 五南圖書有限公司, 台北。
4. Cordeau, J. F. (2008), “A Survey of Optimization Models for Train Routing and Scheduling”, *Transportation Science*, Vol. 32, No. 4, pp. 380-404.
5. Crainic T. G., J. A. (1984), “Ferland, and J.M. Rousseau, A tactical planning model for rail freight transportation”, *Transportation Science*, vol. 18, pp. 165-184.
6. Haghani, A. E. (1989), “Formulation and Solution of a Combined Train Routing and Makeup, and Empty Car Distribution Model”, *Transportation Research partB*, Vol.23B, No.6, pp. 433-452.
7. Keaton, M. H. (1989), “Designing Optimal Railroad Operating Plans: Lagrangian Relaxation and A Heuristic Approaches”, *Transportation Research PartB*, Vol.23B, No.6, pp. 415-431.
8. Martinelli, D. R. and H. Teng. (1996), “Optimization of railway operations using neural networks”, *Transportation Research Part C*, Vol. 4, pp. 33-49.
9. Marin, A. & J., Salmeron (1996a), “Tactical Design of Rail Freight Networks. Part I. Exact and Heuristic Methods,” *Eur. J. Operational Res.* 90, pp. 26-44.
10. Marin, A. & J., Salmeron (1996b), “Tactical Design of Rail Freight Networks. Part II. Local Search Methods with Statistical Analysis”, *Eur. J. Operational Res.* 94, pp. 43-53.

11. Gorman, M. F. (1998), "An application of genetic and tabu searches to the freight railroad operating plan problem", *Annals of Operations Research*, Vol. 78, pp. 51-69.
12. Li, K.P., Z.Y. Gao, B.H. Mao ,and C.X. Cao (2009), "Optimizing Train Network Routing Using Deterministic Search", *Networks and Spatial Economics*.
13. Krueger, H. (1999), "Parametric Modeling in Rail Capacity Planning", *Proceedings of Winter Simulation Conference*, Phoenix, AZ.
14. Abril, M., F.Barber , L.Ingolotti , M.A.Salido, P.Tormos , and A.Lova. (2008), "An Assessment of Railway Capacity", *Transportation Research Part E*, Vol. 44, No. 5, pp. 774-806.
15. Dingler, M.H., Y.C. Lai, and C.P.L Barkan. (2009), "Impact of Train Type Heterogeneity on Single-Track Railway Capacity", (In Press) In *Transportation Research Record - Journal of the Transportation Research Board*, TRB, National Research Council, Washington, D.C..
16. Bronzini M.S. and D.B. Clarke (1985), "Estimating Rail Line Capacity and Delay by Computer Simulation", *Tribune des Transports*, Vol. 2, No. 1, pp. 5-11.
17. Ahuja, R.K., T.L. Magnanti, and J.B. Orlin. (1993), "Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications", Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J..
18. Ouorou, A., P. Mahey, J.-Ph. Vial (2009), "A Survey of Algorithms for Convex Multicommodity Flow Problems", *Management Science*, Vol. 46, No. 1 , pp. 126-147.
19. 柯景文 (2002), 「禁制搜尋法於動態車輛巡迴路線問題之研究」, 逢甲大學交通工程與管理學系碩士論文。
20. Fleischer, M. (1995), "Simulated annealing: past, present, and future", *Winter Simulation Conference Proceedings of the 27th conference on Winter simulation*

Arlington, Virginia, United States.

21. 沈宗緯 (2003), 「鐵路終端車站內列車調度及路徑指派問題之研究」, 國立臺灣大學土木工程學研究所碩士論文。
22. 陳惠國、林正章、汪進財、卓訓榮、顏上堯、李宗儒、許巧鶯、韓復華、李治綱、蘇雄義、陳春益 (2001), 「運輸網路分析」, 五南圖書有限公司, 台北。
23. Antonio J. C. , R. Minguez, E. Castillo, R. Garcia-Bertrand (2006), “Decomposition Techniques in Mathematical Programming Engineering and Science Applications”, Springer Berlin Heidelberg, New York.
24. Lai, Y.C. (2008), “Increasing Railway Efficiency and Capacity through Improved Operations, Control and Planning”, Ph.D. Dissertation, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL.
25. International Union of Railways. UIC leaflet 406 (2005), UIC International Union of Railways, France.
26. Huisman, T. and R.J. Boucherie. (2001), “Running times on railway sections with heterogeneous train traffic”, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 35, pp. 271-292.
27. Washington Group International (2007), Inc. RTC Simulations – LOSSAN North Railroad Capacity and Performance Analysis. LOSSAN Rail Corridor Agency and IBI Group.
www.sbcag.org/Meetings/SCSPC/2007/February/Item5LOSSANSR.pdf. Accessed March 15, 2009.
28. Gorman, M.F. (2009), "Statistical estimation of railroad congestion delay", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Vol. 45, pp. 446-456.

29. Zarembski, A.M. (2004), "Technical Monograph: Estimating Maintenance Costs for Mixed High-Speed Passenger and Freight Rail Corridors", FRA.
30. Federal Railroad Administration (FRA) (2008), Classes of Track: Operating Speed Limits. *Code of Federal Regulations (CFR)*, Title 49, Part 213.9, FRA.
31. 周義華 (2007), 「運輸工程」, 第六版, 華泰文化事業股份有限公司, 台北。
32. 林心榆 (2010), 「軌道等級配置決策分析系統之建立」, 國立臺灣大學土木工程學研究所碩士論文。
33. Magnanti, T.L. & R.T. Wong. (1984), "Network Design and Transportation Planning: Models and Algorithms", *Transportation Science*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-55.
34. Minoux M. (1989), Network Synthesis and Optimum Network Design Problems: Models, Solution Methods, and Applications, *Networks*, Vol. 19, pp.313-360.
35. Fisher M.L. (2004), "The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems, *Management Science*", Vol. 50, No. 12 , pp. 1861-1871.
36. Kalvelagen, E., "Lagrangian Relaxation With Gams",
<http://www.amsterdamoptimization.com/pdf/lagrange.pdf>. Accessed May 21, 2010.
37. Ouyang, Y., X. Li, C.P.L Barkan, A. Kawprasert, Y.C. Lai (2009), "Optimal Locations of Railroad Wayside Defect Detection Installations", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 24, pp. 309-319.
38. GAMS Development Corporation (2008), "GAMS-A User's Guide", GAMS Development Corporation, Washington, D.C., USA.
39. Assad, A.A. (1980), "Modelling of Rail Networks: Toward a Routing/Makeup Model," *Transp. Res.* Vol. 14B, pp. 101-114.
40. 許乃云 (2002), 「貨櫃儲區整櫃之最佳化網路模式」, 國立成功大學土木工程學研究所碩士論文。

41. 顏宏旭 (2001), 「電腦網路與後勤網路之規畫與容量管理」, 國立臺灣大學訊管理研究所博士論文。
42. Lai, Y.C., M.H. Dingler, C.E. Hsu, and P.C. Chiang (2010), “Optimizing Train Network Routing with Heterogeneous Traffic”, Proceedings of 89th Transportation Research Board, Washington, D.C..
43. Lai, Y.C., M.H. Dingler, C.E. Hsu, and P.C. Chiang (2009), “Heterogeneous Routing in Railway Transportation”, Proceedings of 2009 Conference and Annual Meeting of Chinese Institute of Transportation, Taoyuan, Taiwan.



簡歷



姓名：徐崇恩

出生地：臺灣臺北

出生日期：民國 75 年 4 月 13 日

學歷：臺北市立力行國小畢業

私立景文中學畢業

臺北市立大同高中畢業

國立嘉義大學土木與水資源工程學系肄業

國立成功大學土木工程學系畢業

國立臺灣大學土木工程學研究所交通工程組畢業

