

國立臺灣大學生物資源暨農學院生物產業機電工程學系

碩士論文

Department of Bio-Industrial Mechatronics Engineering

College of Bioresources and Agriculture

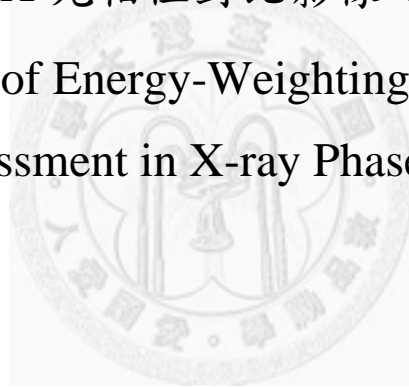
National Taiwan University

Master Thesis

應用能量加權於 X 光相位對比影像之觀察者效能評估

Application of Energy-Weighting on Observer

Performance Assessment in X-ray Phase-Contrast Imaging



羅鈞瑋

Chun-Wei Lo

指導教授：周呈雲 博士

Advisor: Cheng-Ying Chou, Ph.D.

中華民國 100 年 6 月

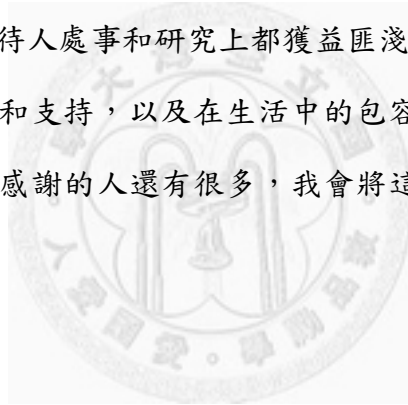
June, 2011

# 誌謝

首先感謝指導教授周呈霽博士在我的研究過程中耐心指導，不時給予指點和正確的研究方向，使我在就讀研究所這條路上，能夠扎實地學習去發現並且分析問題，其嚴謹的做事態度，在無形之中改變了我面對事情的態度，在此深深地表示謝意。另外還要感謝許靖涵教授和陳志成教授，在口試時給予許多的建議，讓我發現在研究上還有很多不足的地方可以改進，使論文的內容能更為完整。

感謝每一位實驗室夥伴的砥礪和鼓舞，讓我在這兩年的研究生活中，能有更多動力去完成自己想做的事。與你們一起討論和解決問題，也讓我從更多不同的角度看待人生，無論是待人處事和研究上都獲益匪淺。

最後感謝家人的鼓勵和支持，以及在生活中的包容和照顧，讓我能無後顧之憂，專注於研究之中。要感謝的人還有很多，我會將這些珍貴的回憶永遠記在心中。



# 摘要

相位對比成像法藉由取得相位資訊，以達到提高影像對比度的效果。許多相位對比成像的理論是以單色光作為光源，限制了在實際應用上的可行性，因為傳統的 X 光管的輸出為含有各種不同能量的多色光。藉由光子計數探測器的可分辨能量特性，讓我們可使用多色光源，並藉由妥善運用多色光含有的資訊，可提升影像的品質。本研究之目標為應用能量加權於相位對比影像之觀察者效能的評估。

比較三種方法計算出的能量加權影像、平均影像和能量積分影像之觀察者效能。能量加權影像和平均影像是由光子計數探測器來測量光強度後，做相位擷取並加權，不同之處在於能量加權影像使用計算出之權重，而平均影像在不同能量之權重皆相等。而能量積分探測器之輸出只有一個光強度數值，相位擷取後直接計算觀察者效能。

計算加權後之相位和吸收影像以及用能量積分探測器計算得到相位和吸收影像之觀察者效能，我們可以評估訊號偵測的效能。以能量加權的方式計算相位和吸收影像，可得到比平均影像較佳的觀察者效能，亦優於使用能量積分探測器所得到的影像。

關鍵詞：X 光、相位對比、能量加權、訊號偵測

# Abstract

The phase contrast imaging methods utilize phase information to improve image contrast. Many phase-contrast imaging formulas are based on monochromatic light as the light source. Because traditional X-ray tube output is polychromatic, it limits the usage in practical applications. Photon counting detectors can distinguish between different photon energies and their outputs are energy-bin intensity data. The energy-bin of each output channel can be determined by setting the energy threshold of the photon counting detector. The image quality can be enhanced by proper use of the information contained in polychromatic light. The objective of this study is to use energy-weighting technique on phase contrast images, and assess the performance of the observer.

The observer performance of the energy-weighted image, the averaged image and image with energy integrating detectors were compared. We used the weight derived from phase retrieval formulas for a particular energy-bin phase image to get the energy-weighted phase images. The weights of all energy-bin images were the same in the averaged image.

By calculating the observer performance of weighted and averaged images with photon counting detectors and the images with the energy integrating detectors, we could evaluate the observer performance of the signal detection. The energy-weighted image was better than the averaged image in observer performance, and was better than the images obtained with the energy integrating detectors.

Key words: x-ray, phase contrast, energy-weighting, signal detection

# 目錄

誌謝 .....	i
摘要 .....	ii
Abstract.....	iii
目錄 .....	iv
圖目錄 .....	vi
表目錄 .....	vii
第一章 前言 .....	1
第二章 文獻探討 .....	2
2.1 相位對比成像法 .....	2
2.1.1 對比轉移方程式.....	4
2.1.2 混合法.....	5
2.2 能量加權 .....	6
2.3 訊號偵測 .....	7
2.3.1 理想觀察者 .....	8
2.3.2 Hotelling 觀察者 .....	10
2.4 塊狀背景 .....	11
第三章 研究方法 .....	13
3.1 相位對比影像之能量加權 .....	13
3.2 觀察者效能模擬 .....	15
第四章 結果與討論 .....	20
4.1 能量加權後之相位對比影像 .....	23
4.2 觀察者效能分析 .....	28
第五章 結論 .....	33



## 圖目錄

圖 2-1	量測波之相位資訊示意圖.....	3
圖 3-1	程式流程圖.....	16
圖 4-1	入射光之能量頻譜.....	20
圖 4-2	複折射係數與能量的關係.....	20
圖 4-3	假體影像之複折射係數的線積分.....	21
圖 4-4	假體影像之複折射係數的線積分割面圖.....	21
圖 4-5	探測器在接觸平面量測到之光強度剖面圖.....	22
圖 4-6	探測器在 50mm 處量測到之光強度剖面圖.....	22
圖 4-7	探測器在 200mm 處量測到之光強度剖面圖.....	23
圖 4-8	加權所使用之權重.....	24
圖 4-9	經能量加權後之相位影像.....	24
圖 4-10	經無加權後之相位影像.....	25
圖 4-11	使用能量積分探測器之相位影像.....	26
圖 4-12	經能量加權後之吸收影像.....	27
圖 4-13	經無加權後之吸收影像.....	27
圖 4-14	使用能量積分探測器之吸收影像.....	28
圖 4-15	相位影像之接受器操作特性曲線.....	29
圖 4-16	吸收影像之接受器操作特性曲線.....	30

# 表目錄

表 4-1	相位影像之統計量觀察者效能.....	30
表 4-2	相位影像之 Hotelling 觀察者效能.....	31
表 4-3	相位影像之曲線下面積.....	31
表 4-4	相位影像之可偵測性.....	32





# 第一章 前言

X 光屬於能量較高而且穿透能力強的電磁波，目前已相當普遍並且廣泛地運用在醫學和非醫學的領域，例如電腦斷層掃描、非破壞性檢測、醫學診斷和影像重建等。

雖然在生活中有許多的應用，X 光影像還是有一些缺點，其中較重要的為對軟組織的成像對比度較低。近年來，相位對比(phase contrast)成像法的研究一直不斷地在進行中，其優點為可加強 X 光影像之對比度。隨著探測器科技的演進，逐步降低光子計數探測器(photon-counting detector)的製造成本，於是增加了實際應用上的可行性。計數式探測器具有比傳統的能量積分(energy-integrating)式探測器較低的雜訊，並且可以辨別接收到光子的能量大小，使得 X 光成像可以有更多的應用。光子計數探測器也可搭配相位對比成像法以獲得較佳的影像品質。

藉由觀察得到的影像，可以判斷人體是否有異常的現象產生。用人眼來做觀察，有時無法完全分辨出正常和異常影像的區別，這時可利用電腦輔助診斷，在某些人眼難以辨別的影像中做訊號偵測(signal detection)，例如偵測影像中是否含有腫瘤訊號。用來輔助診斷的角色稱為觀察者(observer)，其效能決定了訊號偵測的品質，如果能以量化的方式計算出觀察者效能，對於影像品質和訊號偵測都會有所助益。本研究的目的是為應用光子計數探測器的可分辨能量特性，做 X 光相位對比影像的觀察者效能分析。

## 第二章 文獻探討

相位對比運用相位資訊，而能量加權運用多色光影像的資訊，兩者皆能提升影像品質，且互相不會有重疊或衝突產生，若能將其搭配使用，可得到更好的影像品質，使訊號偵測的效能獲得提升。

本章分為三部分，分別為相位對比成像法、能量加權和訊號偵測。

### 2.1 相位對比成像法

X 光的振幅和相位在穿透物體後會產生變化，相位對比成像即為計算在不同距離量測到的相位變化，所得到高對比度之影像。不同的物體，可以用不同的複折射係數  $n$  來表示，為位置  $(x, y, z)$  和光的波長  $\lambda$  的函數，如式 2.1 所示：

$$n(x, y, z; \lambda) = 1 - a(x, y, z; \lambda) + j\beta(x, y, z; \lambda) \quad (2.1)$$

其中  $a$  為折射係數，代表物體的折射性質，和相位變化有關。 $\beta$  為吸收係數，代表物體的吸收衰減性質，和振幅變化有關。探測器的擺放位置會影響到相位和振幅在偵測到之光子中之變化大小，其入射光沿著  $z$  方向行進。若探測器和物體的距離為零，則探測器接收到的光子僅由吸收所產生，不含有相位的資訊。當探測器的擺放位置和物體成一定距離，此時相位變化才會出現在影像中。

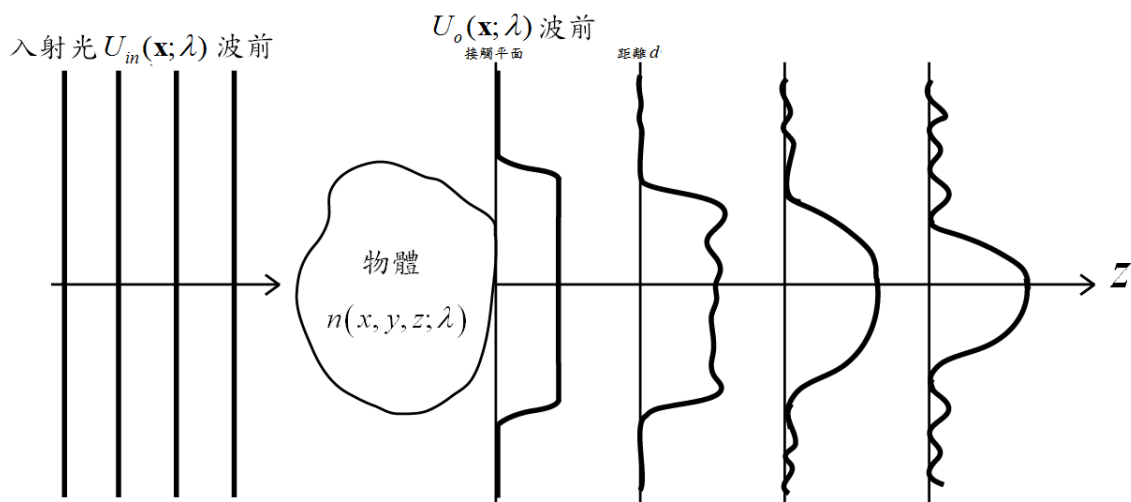


圖 2-1 量測波之相位資訊示意圖

早期之 X 光成像，主要以吸收影像為主。近年來發展出許多關於相位對比成像法的研究，其主要藉由取得相位資訊，達到提高影像對比度的效果。為了簡化公式，定義  $\mathbf{x} = (x, y)$ 。

相位對比可由光的波動理論推導出，將入射光  $U_{in}(\mathbf{x}; \lambda)$  視為一平面波，其沿著  $z$  方向穿過物體後距離為零之平面為接觸平面，如圖 2-1 所示。入射光  $U_{in}(\mathbf{x}; \lambda)$  穿過物體後距離  $d$  處之波  $U_d(\mathbf{x}; \lambda)$  可由接觸平面上之波  $U_o(\mathbf{x}; \lambda)$  和菲涅耳(Fresnel)傳遞運算子  $P_d(\mathbf{x}; \lambda)$  作二維捲積運算而得，如式 2.2 所示(Guigay, 1977; Bronnikov, 2002)：

$$U_d(\mathbf{x}; \lambda) = P_d(\mathbf{x}; \lambda) ** U_o(\mathbf{x}; \lambda) \quad (2.2)$$

用  $**$  表示二維捲積。菲涅耳傳遞運算子  $P_d(\mathbf{x}; \lambda)$  如式 2.3 所示：

$$P_d(\mathbf{x}; \lambda) = \frac{1}{j\lambda d} e^{j\frac{\pi}{\lambda d} |\mathbf{x}|^2} \quad (2.3)$$

對其作傅立葉轉換之後如式 2.4 所示：

$$\tilde{P}_d(\mathbf{f}; \lambda) = e^{-j\pi\lambda d |\mathbf{f}|^2} \quad (2.4)$$

其中  $\mathbf{f} = (u, v)$  為頻域之座標。在接觸平面上之波  $U_o(\mathbf{x}; \lambda)$  可由物體之轉移函數  $T(\mathbf{x}; \lambda)$  計算出，如式 2.5 所示：

$$U_o(\mathbf{x}; \lambda) = U_{in}(\mathbf{x}; \lambda)T(\mathbf{x}; \lambda) = U_{in}(\mathbf{x}; \lambda)e^{-A(\mathbf{x}; \lambda) + j\phi(\mathbf{x}; \lambda)} \quad (2.5)$$

其中  $A(\mathbf{x}; \lambda)$  為對物體之吸收係數沿著光行進方向之線積分，如式 2.6 所示：

$$A(\mathbf{x}; \lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_L \beta(x, y, z; \lambda) dz \quad (2.6)$$

其中  $\phi(\mathbf{x}; \lambda)$  為對物體之折射係數沿著光行進方向之線積分，如式 2.7 所示：

$$\phi(\mathbf{x}; \lambda) = -\frac{2\pi}{\lambda} \int_L a(x, y, z; \lambda) dz \quad (2.7)$$

其中  $L$  為入射光行進的路徑。在距離  $d$  處量測到之光強度訊息  $S_d(\mathbf{x}; \lambda)$  可由波

$U_d(\mathbf{x}; \lambda)$  和其共軛複數  $U_d^*(\mathbf{x}; \lambda)$  相乘得到，如式 2.8 所示：

$$S_d(\mathbf{x}; \lambda) = U_d^*(\mathbf{x}; \lambda)U_d(\mathbf{x}; \lambda) \quad (2.8)$$

對其作傅立葉轉換之後如式 2.9 所示：

$$\begin{aligned} \tilde{S}_d(\mathbf{f}; \lambda) &= \iint S_d(\mathbf{x}; \lambda) e^{-j2\pi\mathbf{x}\cdot\mathbf{f}} d\mathbf{x} = \iint U_d^*(\mathbf{x}; \lambda)U_d(\mathbf{x}; \lambda) e^{-j2\pi\mathbf{x}\cdot\mathbf{f}} d\mathbf{x} \\ &= \iint U_o^*\left(\mathbf{x} + \frac{\lambda d\mathbf{f}}{2}; \lambda\right) U_o\left(\mathbf{x} - \frac{\lambda d\mathbf{f}}{2}; \lambda\right) e^{-j2\pi\mathbf{x}\cdot\mathbf{f}} d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.9)$$

其中在距離  $d$  處之波  $U_d(\mathbf{x}; \lambda)$  可藉由傅立葉轉換的性質求得，如式 2.10 所示：

$$\begin{aligned} U_d(\mathbf{x}; \lambda) &= \iint \tilde{U}_d(\mathbf{f}; \lambda) e^{j2\pi\mathbf{x}\cdot\mathbf{f}} d\mathbf{f} = \iint \tilde{P}_d(\mathbf{f}; \lambda) \tilde{U}_o(\mathbf{f}; \lambda) e^{j2\pi\mathbf{x}\cdot\mathbf{f}} d\mathbf{f} \\ &= \iint e^{-j\pi\lambda d|\mathbf{f}|^2} \tilde{U}_o(\mathbf{f}; \lambda) e^{j2\pi\mathbf{x}\cdot\mathbf{f}} d\mathbf{f} = U_o\left(\mathbf{x} - \frac{\lambda d\mathbf{f}}{2}; \lambda\right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

當入射光為多色光時，光強度總合為

$$I_d(\mathbf{x}) = \int_0^\infty S_d(\mathbf{x}; \lambda) D(\lambda) d\lambda \quad (2.11)$$

其中  $D(\lambda)$  為探測器的頻率響應。

## 2.1.1 對比轉移方程式

對比轉移方程式為相對比成像法的一種，其假設物體為弱吸收材質，且物體的相位變化很小。當入射光為均勻平面波時，將探測器擺放在和物體距離  $d$  所

量測到的光強度訊息在頻率域可以表示成式 2.12(Cloetens, 1999; Guigay, 1977; Langer *et al.*, 2008) :

$$\tilde{S}_d(\mathbf{f}; \lambda) = S_{in}(\lambda) \left[ \delta(\mathbf{f}) - 2 \cos(\pi\lambda d |\mathbf{f}|^2) \tilde{A}(\mathbf{f}; \lambda) + 2 \sin(\pi\lambda d |\mathbf{f}|^2) \tilde{\phi}(\mathbf{f}; \lambda) \right] \quad (2.12)$$

其中  $\tilde{A}(\mathbf{f}; \lambda)$  和物體之吸收係數有關，可由對式 2.6 做傅立葉轉換後得到， $\tilde{\phi}(\mathbf{f}; \lambda)$  和物體之折射係數有關，可由對式 2.7 做傅立葉轉換後得到。

$$\text{令 } \tilde{K}_d(\mathbf{x}; \lambda) = \frac{S_d(\mathbf{x}; \lambda)}{S_{in}(\lambda)} - 1, \text{ 依式 2.12 計算出將探射器擺放在距離 } d_1 \text{ 和 } d_2 \text{ 時量測}$$

到之符合對比轉移方程式的光強度，分別為  $\tilde{S}_{d_1}(\mathbf{f}; \lambda)$  和  $\tilde{S}_{d_2}(\mathbf{f}; \lambda)$ ，解二元二次方程式可得：

$$\tilde{\phi}_{d_1, d_2}(\mathbf{f}; \lambda) = \frac{\cos(\pi\lambda d_2 |\mathbf{f}|^2) \tilde{K}_{d_1}(\mathbf{f}; \lambda) - \cos(\pi\lambda d_1 |\mathbf{f}|^2) \tilde{K}_{d_2}(\mathbf{f}; \lambda)}{2 \sin[\pi\lambda(d_1 - d_2) |\mathbf{f}|^2]} \quad (2.13)$$

和

$$\tilde{A}_{d_1, d_2}(\mathbf{f}; \lambda) = \frac{\sin(\pi\lambda d_2 |\mathbf{f}|^2) \tilde{K}_{d_1}(\mathbf{f}; \lambda) - \sin(\pi\lambda d_1 |\mathbf{f}|^2) \tilde{K}_{d_2}(\mathbf{f}; \lambda)}{2 \sin[\pi\lambda(d_1 - d_2) |\mathbf{f}|^2]} \quad (2.14)$$

## 2.1.2 混合法

混合法(mixed approach)結合了對比轉移方程式和強度傳播方程式，推導出較一般化的方法。假設物體的吸收變化很小，將探測器擺放在和物體距離  $d$  所量測到的光強度訊息在頻率域可以表示成式 2.15(Langer *et al.*, 2008; Wu and Liu, 2003):

$$\begin{aligned} \tilde{S}_d(\mathbf{f}; \lambda) = & \tilde{S}_o(\mathbf{f}; \lambda) + 2 \sin(\pi\lambda d |\mathbf{f}|^2) \int \phi(\mathbf{x}; \lambda) S_o(\mathbf{x}; \lambda) e^{-j2\pi\mathbf{x}\cdot\mathbf{f}} d\mathbf{x} \\ & + j \cos(\pi\lambda d |\mathbf{f}|^2) \lambda d \mathbf{f} \cdot \int \phi(\mathbf{x}; \lambda) \nabla S_o(\mathbf{x}; \lambda) e^{-j2\pi\mathbf{x}\cdot\mathbf{f}} d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.15)$$

由最小平方法可解出  $\phi(\mathbf{x}; \lambda)$ ，如式 2.16：

$$\min \sum_d \left| 2 \sin(\pi\lambda d |\mathbf{f}|^2) \iint S_o(\mathbf{x}; \lambda) \phi^{(n+1)}(\mathbf{x}; \lambda) e^{-j2\pi\mathbf{x}\cdot\mathbf{f}} d\mathbf{x} + \tilde{S}_o(\mathbf{f}; \lambda) \right|^2$$

$$+j \cos(\pi \lambda d |\mathbf{f}|^2) \lambda d \mathbf{f} \cdot \iint \phi^{(n)}(\mathbf{x}; \lambda) \nabla S_o(\mathbf{x}; \lambda) e^{-j2\pi \mathbf{x} \cdot \mathbf{f}} d\mathbf{x} - \tilde{S}_d(\mathbf{f}; \lambda) \Big|^2 \quad (2.16)$$

其中  $\phi^{(n)}(\mathbf{x}; \lambda)$  為第  $n$  次迭代的相位。

## 2.2 能量加權

對不同能量的影像作能量加權(Tapiovaara and Wagner, 1985)，進而探討其對影像品質的影響，這需要用到能辨別光源能量的光子計數探測器。而本研究的目標為將能量加權的概念應用在相位對比影像上。

許多相位對比成像的研究是以單色光作為光源，例如同步輻射，如此便限制了在實際應用上的可行性，因為傳統的 X 光管的輸出為含有各種不同能量的多色光。妥善運用多色光含有的資訊可提升影像的品質，例如雙能量成像將光源分為兩個能量區間，利用光源在兩種頻段的不同特性，以演算法結合兩種不同能量的影像，能減少影像中的雜訊，進而提高影像的品質。

光子計數探測器可以辨別接收到光子的能量大小，避免需要單色光源的限制，增加在實際應用上的可行性，也能藉由運用不同能量的影像含有的資訊，提高影像的品質。藉由設定光子計數探測器的閾值，以便分離出不同能量區間的光子。現有之探測器如 Medipix3(Ballabriga *et al.*, 2003)最多可設定 8 個閾值，亦即可將接收到之光子分為 8 個能量區間。

一般而言，組織的影像在較低能量時，具有較高的對比度。從探測器之光子響應函數的角度來看，對應到較低能量的影像，應給予較高的光子響應，而光子計數探測器和能量積分探測器並非如此。事實上，光子計數探測器能辨別接收到光子的能量大小，因此我們可以調整其光子響應函數，使影像之對比度提升，此即為能量加權。

令探測器輸出  $I^0$  只含有背景(background)資訊，而探測器輸出  $I^1$  同時含有欲偵測訊號(signal)和背景，如式 2.19 所示：

$$\begin{aligned} I^0 &= I_b \\ I^1 &= I_s + I_b \end{aligned} \quad (2.19)$$

其中  $I_b$  為背景之光強度， $I_s$  為訊號之光強度。計算  $I^0$  和  $I^1$  的差值可以得到訊號雜訊比(signal-to-noise ratio, SNR)，如式 2.20 所示(Tapiovaara and Wagner, 1985)：

$$SNR = \frac{\overline{I^1 - I^0}}{\sqrt{\text{var}\{I^1 - I^0\}}} \quad (2.20)$$

其中上標  $\bar{\quad}$  代表取期望值，var 代表變異數。若  $I^0$  和  $I^1$  為不相關之隨機變數，可將上式改寫成式 2.21：

$$SNR = \frac{\bar{I}^1 - \bar{I}^0}{\sqrt{\text{var}\{I^1\} + \text{var}\{I^0\}}} \quad (2.21)$$

由於光子計數探測器能辨別接收到光子的能量大小，因此我們可以利用能量加權的概念，將上式視為能量加權的權重，調整探測器之光子響應函數，使影像之訊號雜訊比達到最大。

## 2.3 訊號偵測

利用電腦輔助診斷，可以在某些人眼較難以辨別的影像中做訊號偵測，尤其是具有大量雜訊的影像。本研究之目標為藉由應用能量加權於相位對比影像之觀察者效能的計算，以便提高影像品質和訊號偵測的效果。

訊號偵測實際上是一種分類任務，用來實現此分類任務的角色稱為觀察者。觀察者對每一張影像進行分類，可能分為二或多個種類，例如分為有訊號(signal present)和無訊號(signal absent)兩種類別。無訊號表示影像中只有背景，沒有我們感興趣的訊號。有訊號的影像中除了有背景之外，也有我們感興趣的訊號，例如腫瘤。

任務的複雜度由訊號和背景的特性決定，例如訊號和背景皆為非隨機，而且

訊號之位置和大小等參數皆為已知，此為信號確切知道/背景確切知道(SKE/BKE, signal-known-exactly/background-known-exactly)任務。

分類任務為在高維度或含有許多數據的影像中擷取資訊，並將其轉換成低維度的數據或類別。將影像輸入至觀察者後，觀察者會輸出一個統計量，依據我們設定之閾值來決定此影像為有訊號或無訊號，大於閾值表示影像中含有訊號，小於閾值代表無訊號。

觀察者分為很多不同的種類，每一種的偵測與計算方式都不相同，以因應各種不同複雜度的任務。不同觀察者的複雜度也會不同，為了讓訊號偵測的效率達到最大，不同的任務有其適合的觀察者。

觀察者的效能決定了訊號偵測的品質，觀察者效能表示此觀察者可以達到的最佳偵測效果。觀察者效能可以用訊號雜訊比(SNR)來表示。

理想觀察者為觀察者的一種，其效能可以從貝式定理推導出來。在較複雜的任務中，理想觀察者的效能計算可能會呈現高度非線性，而無法化簡成容易計算的形式。Hotelling 觀察者為一種線性的觀察者，其假設資料皆為常態分布，如果資料服從常態分布，其觀察者效能會和用理想觀察者之方法得到的結果相同。

本節分為兩部分，第一部分為理想觀察者，第二部分為 Hotelling 觀察者。

### 2.3.1 理想觀察者

理想觀察者的訊號雜訊比的計算方式主要分為兩種，一種可從貝式定理推導出。從觀察者輸出之統計量  $t$  可計算出觀察者效能  $\text{SNR}_t^2$ ，如式 2.22 所示(Barrett *et al.*, 1998; Beutel *et al.*, 2000)：

$$\text{SNR}_t^2 = \frac{[\bar{t}^1 - \bar{t}^0]^2}{\frac{1}{2} \text{var}\{t^1\} + \frac{1}{2} \text{var}\{t^0\}} \quad (2.22)$$

其中上標  $\bar{\quad}$  為取期望值，1 代表有訊號的情況，0 代表無訊號的情況。式 2.22 說明



了有訊號和無訊號的統計量之間的分離程度，統計量之重疊部分愈少，愈容易區分是有訊號或無訊號的情況。統計量需滿足常態分布，才能精確地用變異數表示式 2.22 之分母部分。

觀察者輸出之統計量若大於閾值，則推論影像中含有訊號，小於閾值代表無訊號。當推論影像中含有訊號，且實際上影像中的確有訊號，稱為真陽性(true positive)；而當推論影像中含有訊號，但實際上影像中沒有訊號，稱為偽陽性(false positive) (Barrett *et al.*, 1998)。真陽性率(TPF, true positive fraction)為真陽性的個數除以實際影像為有訊號的個數，偽陽性率(FPF, false positive fraction)為偽陽性的個數除以實際影像為無訊號的個數。將在不同閾值時之 TPF 和 FPF 記錄下來，可做出橫軸為 FPF，縱軸為 TPF 之曲線，稱為接受器操作特性(ROC, receiver operating characteristic)曲線，計算其曲線下面積(AUC, area under curve)，可用來表示觀察者之訊號偵測效能，如式 2.23 所示(Beutel *et al.*, 2000)：

$$AUC = \int_0^1 TPF d(FPF) \quad (2.23)$$

當數值為 0.5 時，表示兩統計量完全重疊，當數值為 1 時，表示兩統計量完全分離。此法不限制統計量之機率分布特性。

從 AUC 可換算得可偵測性(detectability)，如式 2.24 所示(Beutel *et al.*, 2000)：

$$d = 2 \operatorname{erf}^{-1}(2AUC - 1) \quad (2.24)$$

也是用來表示觀察者之訊號偵測效能，其數值單位和  $SNR_i$  相同，當統計量為常態分布時，就會與  $SNR_i$  相等。其中 erf 為誤差函數(error function)。

另一種訊號雜訊比  $SNR_i^2$  如式 2.25 所示(Wagner and Brown, 1985)：

$$SNR_i^2 = \int \frac{[\Delta G(u)]^2 MTF^2(u)}{NPS(u)} du \quad (2.25)$$

$\Delta G(u) = \int [I^1(x) - I^0(x)] e^{-i2\pi xu} dx$ ，為將有訊號光強度  $I^1(x)$  和無訊號光強度  $I^0(x)$  相

減後再取傅立葉轉換的結果。調變轉換函數(MTF, modulation transfer function)和雜訊功率頻譜(NPS, noise power spectrum)為成像系統使影像品質降低的因素。調變轉換函數用來代表解析度降低的因素，例如入射光為非同調和探測器的取樣等。雜訊功率頻譜用來代表影像的隨機性，例如雜訊和背景影像的隨機性。假設已知  $a(x)$ ，欲求其雜訊功率頻譜，可以式 2.26 表示之(Beutel *et al.*, 2000)：

$$\text{NPS}_a(u) = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \left| \int_X \Delta a(x) e^{-j2\pi ux} dx \right|^2 \quad (2.26)$$

其中  $\Delta a(x) = a(x) - \overline{a(x)}$ ， $X$  為  $a(x)$  的長度，即  $x$  的範圍。

應用相位對比成像法於理想觀察者效能  $\text{SNR}_i^2$  (Anastasio *et al.*, 2010)與應用能量加權於理想觀察者效能  $\text{SNR}_i^2$  (Marchal, 2005)已分別有前人之研究成果，而結合多能量成像和相位對比之理想觀察者效能分析將會是一個值得探討的議題。

### 2.3.2 Hotelling 觀察者

式 2.22 在 SKE/BKE 時有解析解，但在加入一些非常態分布的隨機性之後，可能會沒有解析解，此時觀察者效能之計算會變得相當複雜。Hotelling 觀察者 (Hotelling, 1931)假設資料皆為常態分布，如果資料服從常態分布，其觀察者效能會和用理想觀察者之方法得到的結果相同。Hotelling 觀察者之樣板(template)  $\mathbf{w}_{\text{Hot}}$ ，如式 2.27 所示(Beutel *et al.*, 2000)：

$$\mathbf{w}_{\text{Hot}} = \mathbf{K}_g^{-1} \Delta \bar{\mathbf{g}} \quad (2.27)$$

用大寫正體粗體字代表矩陣，小寫正體粗體字代表向量。其中  $\Delta \bar{\mathbf{g}} = \bar{\mathbf{g}}^1 - \bar{\mathbf{g}}^0$  為將有訊號的輸入資料期望值  $\bar{\mathbf{g}}^1$  和無訊號的輸入資料期望值  $\bar{\mathbf{g}}^0$  相減， $\mathbf{K}_g$  為輸入資料  $\mathbf{g}$  之共變異數矩陣。Hotelling 觀察者之輸出  $\mathbf{t}_{\text{Hot}}$  如式 2.28 所示：

$$\mathbf{t}_{\text{Hot}} = \mathbf{w}_{\text{Hot}}^t \mathbf{g} \quad (2.28)$$

將 Hotelling 觀察者之觀察者效能  $\text{SNR}_{\text{Hot}}^2$  如式 2.29 所示(Barrett, 1990)：

$$\text{SNR}_{\text{Hot}}^2 = \Delta \bar{\mathbf{g}}' \mathbf{K}_{\mathbf{g}}^{-1} \Delta \bar{\mathbf{g}} \quad (2.29)$$

當隨機性為常態分布時，和理想觀察者相同。在輸入資料給觀察者之前，需先將資料化為一為向量  $\mathbf{g}$ ，輸入資料可以是吸收係數、折射係數或其線積分，也可以是光強度訊息。

應用相位對比成像法於 Hotelling 觀察者效能  $\text{SNR}_{\text{Hot}}^2$  (Chou and Anastasio, 2009; Chou and Anastasio, 2010)與應用能量加權於 Hotelling 觀察者效能  $\text{SNR}_{\text{Hot}}^2$  (Gallas, 2004)已分別有前人之研究成果，而結合多能量成像和相位對比之 Hotelling 觀察者效能分析將會是一個值得探討的研究方向。

## 2.4 塊狀背景

塊狀背景是隨機背景的一種，其產生方式為將高斯白雜訊  $\text{noise}(\mathbf{x}; \lambda)$  和高斯函數作二維捲積運算而得，如式 2.30(Rolland, 1990; Rolland and Barrett, 1992)：

$$b(\mathbf{x}; \lambda) = \text{noise}(\mathbf{x}; \lambda) ** \frac{1}{\pi r_b^2} e^{-\frac{|\mathbf{x}|^2}{r_b^2}} \quad (2.30)$$

其中  $r_b$  為相關長度。

塊狀背景之雜訊功率頻譜  $\text{NPS}_b(\mathbf{f}; \lambda)$  為：

$$\text{NPS}_b(\mathbf{f}; \lambda) = \text{NPS}_{\text{noise}}(\mathbf{f}; \lambda) |H(\mathbf{f})|^2 \quad (2.31)$$

其中高斯白雜訊之雜訊功率頻譜  $\text{NPS}_{\text{noise}}(\mathbf{f}; \lambda)$  在不同頻率為常數， $H(\mathbf{f})$  為高斯濾波器的轉移函數

$$H(u, v) = H(0, 0) e^{-\pi^2 r_b^2 |f|^2} \quad (2.32)$$

其中  $H(0, 0)$  為濾波器的振幅。因此可將塊狀背景之雜訊功率頻譜表示成

$$\text{NPS}_b(\mathbf{f}; \lambda) = \text{NPS}_{noise}(0, 0; \lambda) [H(0, 0)]^2 e^{-2\pi^2 r_b^2 |\mathbf{f}|^2} \quad (2.33)$$

對式 2.33 進行反傅立葉轉換可計算出塊狀背景之自相關函數  $R_b(\mathbf{x}; \lambda)$  :

$$R_b(\mathbf{x}; \lambda) = \frac{\text{NPS}_{noise}(0, 0; \lambda) [H(0, 0)]^2}{2\pi r_b^2} e^{-\frac{\mathbf{x}^2}{2r_b^2}} \quad (2.34)$$



## 第三章 研究方法

本研究之目標為應用能量加權於相位對比影像之觀察者效能的計算。目前尚未有應用於相位對比影像之能量加權方法，此為本論文之研究課題。

本章分為兩部分，第一部分為相位對比影像之能量加權，第二部分為觀察者效能模擬。

### 3.1 相位對比影像之能量加權

探測器擺放在距離物體  $d_1$  和  $d_2$  所量測到的光強度可藉由式 2.8 計算模擬而得，分別為  $S_{d_1}(\mathbf{x}; \lambda)$  和  $S_{d_2}(\mathbf{x}; \lambda)$ 。將此光強度代入式 2.13 可得  $\tilde{\phi}_{d_1, d_2}(\mathbf{f}; \lambda)$ ，再對其做反傅立葉轉換得  $\phi_{d_1, d_2}(\mathbf{x}; \lambda)$ ，代入式 2.21 可得到  $\phi_{d_1, d_2}(\mathbf{x}; \lambda)$  之權重  $w_\phi(\lambda)$ ，如式 3.1 所示：

$$w_\phi(\lambda) \propto \iint \frac{|\bar{\phi}_{d_1, d_2}^1(\mathbf{x}; \lambda) - \bar{\phi}_{d_1, d_2}^0(\mathbf{x}; \lambda)|}{\sqrt{\text{var}\{\phi_{d_1, d_2}^1(\mathbf{x}; \lambda)\} + \text{var}\{\phi_{d_1, d_2}^0(\mathbf{x}; \lambda)\}}} d\mathbf{x} \quad (3.1)$$

上標 1 代表有訊號(signal present)的情況，0 代表無訊號(signal absent)的情況。在此使不同能量之權重相加總和為 1。將  $S_{d_1}(\mathbf{x}; \lambda)$  和  $S_{d_2}(\mathbf{x}; \lambda)$  代入式 2.14 可得  $\tilde{A}_{d_1, d_2}(\mathbf{f}; \lambda)$ ，再對其做反傅立葉轉換得  $A_{d_1, d_2}(\mathbf{x}; \lambda)$ ，代入式 2.21 可得到  $A_{d_1, d_2}(\mathbf{x}; \lambda)$  之權重  $A_\phi(\lambda)$ ，如式 3.2 所示：

$$w_A(\lambda) \propto \iint \frac{|\bar{A}_{d_1, d_2}^1(\mathbf{x}; \lambda) - \bar{A}_{d_1, d_2}^0(\mathbf{x}; \lambda)|}{\sqrt{\text{var}\{A_{d_1, d_2}^1(\mathbf{x}; \lambda)\} + \text{var}\{A_{d_1, d_2}^0(\mathbf{x}; \lambda)\}}} d\mathbf{x} \quad (3.2)$$

式 3.1 和式 3.2 分母中之  $\text{var}\{\phi_{d_1, d_2}(\mathbf{x}; \lambda)\}$  和  $\text{var}\{A_{d_1, d_2}(\mathbf{x}; \lambda)\}$  可表示成

$$\text{var}\{\phi_{d_1, d_2}(\mathbf{x}; \lambda)\}$$

$$= \iint_{\infty} dudv \iint_{\infty} \text{cov} \left\{ \tilde{\phi}_{d_1, d_2}(u, v; \lambda), \tilde{\phi}_{d_1, d_2}(u', v'; \lambda) \right\} e^{-j2\pi[x(u-u') + y(v-v')]} du' dv' \quad (3.3)$$

和

$$\begin{aligned} & \text{var} \left\{ A_{d_1, d_2}(\mathbf{x}; \lambda) \right\} \\ &= \iint_{\infty} dudv \iint_{\infty} \text{cov} \left\{ \tilde{A}_{d_1, d_2}(u, v; \lambda), \tilde{A}_{d_1, d_2}(u', v'; \lambda) \right\} e^{-j2\pi[x(u-u') + y(v-v')]} du' dv' \end{aligned} \quad (3.4)$$

其中 (Chou and Anastasio, 2009)

$$\begin{aligned} & \text{cov} \left\{ \tilde{\phi}_{d_1, d_2}(u, v; \lambda), \tilde{\phi}_{d_1, d_2}(u', v'; \lambda) \right\} \\ &= \frac{\cos[\pi\lambda d_2(u^2 + v^2)] \cos[\pi\lambda d_2(u'^2 + v'^2)] \text{cov} \left\{ \tilde{K}_{d_1}(u, v; \lambda), \tilde{K}_{d_1}(u', v'; \lambda) \right\}}{4 \sin[\pi\lambda(d_1 - d_2)(u^2 + v^2)] \sin[\pi\lambda(d_1 - d_2)(u'^2 + v'^2)]} \\ &+ \frac{\cos[\pi\lambda d_1(u^2 + v^2)] \cos[\pi\lambda d_1(u'^2 + v'^2)] \text{cov} \left\{ \tilde{K}_{d_2}(u, v; \lambda), \tilde{K}_{d_2}(u', v'; \lambda) \right\}}{4 \sin[\pi\lambda(d_1 - d_2)(u^2 + v^2)] \sin[\pi\lambda(d_1 - d_2)(u'^2 + v'^2)]} \end{aligned} \quad (3.5)$$

和

$$\begin{aligned} & \text{cov} \left\{ \tilde{A}_{d_1, d_2}(u, v; \lambda), \tilde{A}_{d_1, d_2}(u', v'; \lambda) \right\} \\ &= \frac{\sin[\pi\lambda d_2(u^2 + v^2)] \sin[\pi\lambda d_2(u'^2 + v'^2)] \text{cov} \left\{ \tilde{K}_{d_1}(u, v; \lambda), \tilde{K}_{d_1}(u', v'; \lambda) \right\}}{4 \sin[\pi\lambda(d_1 - d_2)(u^2 + v^2)] \sin[\pi\lambda(d_1 - d_2)(u'^2 + v'^2)]} \\ &+ \frac{\sin[\pi\lambda d_1(u^2 + v^2)] \sin[\pi\lambda d_1(u'^2 + v'^2)] \text{cov} \left\{ \tilde{K}_{d_2}(u, v; \lambda), \tilde{K}_{d_2}(u', v'; \lambda) \right\}}{4 \sin[\pi\lambda(d_1 - d_2)(u^2 + v^2)] \sin[\pi\lambda(d_1 - d_2)(u'^2 + v'^2)]} \end{aligned} \quad (3.6)$$

用方括號 [ ] 代表離散變數， $r$  和  $s$  代表離散座標，將權重表示成離散形式，第  $i$  個

能量區間的權重  $w_{\phi}[\lambda_i]$  和  $w_A[\lambda_i]$  可表示成：

$$w_{\phi}[\lambda_i] \propto \sum_{r=0}^{N-1} \sum_{s=0}^{N-1} \frac{|\bar{\phi}_{d_1, d_2}^1[r, s; \lambda_i] - \bar{\phi}_{d_1, d_2}^0[r, s; \lambda_i]|}{\sqrt{\text{var} \left\{ \phi_{d_1, d_2}^1[r, s; \lambda_i] \right\} + \text{var} \left\{ \phi_{d_1, d_2}^0[r, s; \lambda_i] \right\}}} \quad (3.7)$$

和

$$w_A[\lambda_i] \propto \sum_{r=0}^{N-1} \sum_{s=0}^{N-1} \frac{|\bar{A}_{d_1, d_2}^1[r, s; \lambda_i] - \bar{A}_{d_1, d_2}^0[r, s; \lambda_i]|}{\sqrt{\text{var}\{A_{d_1, d_2}^1[r, s; \lambda_i]\} + \text{var}\{A_{d_1, d_2}^0[r, s; \lambda_i]\}}} \quad (3.8)$$

其中(Chou and Anastasio, 2009)

$$\begin{aligned} & \text{var}\{\phi_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i]\} \\ &= \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} \frac{\cos^2[\pi\lambda_i d_2(p^2 + q^2)]\sigma_{d_1}^2[r, s; \lambda_i] + \cos^2[\pi\lambda_i d_1(p^2 + q^2)]\sigma_{d_2}^2[r, s; \lambda_i]}{4 \sin^2[\pi\lambda_i(d_1 - d_2)(p^2 + q^2)] N^2 S_m^2[\lambda]} \end{aligned} \quad (3.9)$$

和

$$\begin{aligned} & \text{var}\{A_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i]\} \\ &= \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} \frac{\sin^2[\pi\lambda_i d_2(p^2 + q^2)]\sigma_{d_1}^2[r, s; \lambda_i] + \sin^2[\pi\lambda_i d_1(p^2 + q^2)]\sigma_{d_2}^2[r, s; \lambda_i]}{4 \sin^2[\pi\lambda_i(d_1 - d_2)(p^2 + q^2)] N^2 S_m^2[\lambda]} \end{aligned} \quad (3.10)$$

其中  $\sigma_{d_1}^2[r, s; \lambda_i]$  為探測器擺放在距離  $d_1$  處測量到的雜訊的變異數， $\sigma_{d_2}^2[r, s; \lambda_i]$  為探測器擺放在距離  $d_2$  處測量到的雜訊的變異數。  $r$  和  $s$  為  $x$  和  $y$  在離散狀態下之座標， $p$  和  $q$  為  $u$  和  $v$  在離散狀態下之座標。  $N$  為影像寬度的像素個數。

## 3.2 觀察者效能模擬

由於光子計數探測器一次輸出數個不同能量區間之光強度數值，用式 2.13 和式 2.14 做相位擷取後，依不同加權方式，可得到能量加權影像和平均影像兩種情況。而能量積分探測器之輸出只有一個光強度數值。

以下將模擬能量加權影像、平均影像和能量積分影像三種不同情況之觀察者效能。能量加權影像和平均影像是由光子計數探測器來測量光強度後，做相位擷取並加權，不同之處在於能量加權影像使用式 3.7 和式 3.8 計算出之權重，而平均影像在不同能量之權重皆相等。

光子計數探測器輸出之像素解析度為  $5 \mu\text{m}$ 。探測器能量範圍介於  $\lambda_{\min}$  到  $\lambda_{\max}$  之

間，可設定  $T$  個閾值，將入射光譜切割成  $T$  個能量區間，在此將每個能量區間的寬度設為相等。探測器擺放距離分別為  $d_1$  和  $d_2$ 。模擬之能量間隔以 1keV 為一個單位。

程式流程圖如圖 3-1 所示：

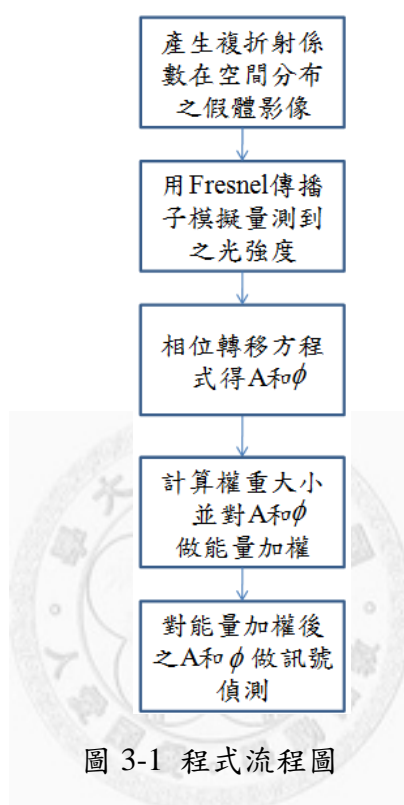


圖 3-1 程式流程圖

首先產生複折射係數在空間分布之假體影像。假體為  $640\mu\text{m}$  乘  $640\mu\text{m}$  乘  $640\mu\text{m}$  之球體，即 128 個像素乘 128 像素乘 128 像素。脂肪(adipose)組織半徑為  $250\mu\text{m}$ 。兩個腺體(glandular)組織半徑分別為  $50\mu\text{m}$  和  $66\mu\text{m}$ 。無訊號之假體僅含有脂肪組織，而有訊號之假體含有脂肪和腺體組織，等於有訊號之假體的複折射係數加上腺體組織的複折射係數。

計算物體之複折射係數在空間中的分布，藉此產生假體影像。空間中某一點  $(x, y, z)$  複折射係數的數值大小與組織種類及波長  $\lambda$  有關。複折射係數之複數部分  $\beta(\lambda)$  的數值大小如式 3.11 所示：



$$\beta(\lambda) = \frac{\lambda\mu(\lambda)}{4\pi} \quad (3.11)$$

其中  $\mu(\lambda)$  如式 3.12 所示(Phelps *et al.*, 1975) :

$$\mu(\lambda) = \Lambda_1 e^{-\xi_1 \lambda} + \Lambda_2 e^{-\xi_2 \lambda} + \Lambda_3 e^{-\xi_3 \lambda} + \Lambda_4 e^{-\xi_4 \lambda} \quad (3.12)$$

其中  $\Lambda$  和  $\xi$  參數數值視組織種類而定，可查表得到。複折射係數之實數部分  $a(\lambda)$  的數值大小如式 3.13 所示：

$$a(\lambda) = \frac{1}{2\pi} N_e r_e \lambda \quad (3.13)$$

$\lambda$  為波長， $r_e$  為古典電子半徑(classical electron radius)，大小為  $2.818 \times 10^{-15}$ 。其中  $N_e$  如式 3.14 所示：

$$N_e = \frac{\rho N_{el} N_A}{MW} \quad (3.14)$$

其中  $\rho$  為密度， $N_A$  為亞佛加厥數(Avogadro's number)，大小為  $6.022 \times 10^{23}$ ， $N_{el}$  為一個分子含有之電子數， $MW$  為分子量。 $N_e$  所需之參數可由 Ullman 之報告中得到(Ullman *et al.*, 2003)。

接著用菲涅耳傳播子模擬量測到之光強度。光子計數探測器一次輸出六個能量區間之光強度數值，而能量積分探測器一次輸出一個數值。在光強度加入探測器之電子雜訊，為平均值為零且標準差為 0.1 或 0.05 兩種情況之高斯雜訊，有訊號和無訊號的光強度各產生 3000 個實現值(realization)，共 6000 個實現值。入射光強度之計算採用 SPEKTR v2.1 函式庫(Siewerdsen *et al.*, 2004)，產生 120kVp 之 X 光光源。

光子計數探測器擺放在距離物體  $d_1$  和  $d_2$  所量測到第  $i$  個能量區間的光強度可藉由式 2.8 計算模擬而得，分別為  $S_{d_1}[r, s; \lambda_i]$  和  $S_{d_2}[r, s; \lambda_i]$ ， $i=1 \sim T$ 。將此光強度分別代入式 2.13 和式 2.14，可分別計算得到  $\tilde{\phi}_{d_1, d_2}[p, q; \lambda_i]$  和  $\tilde{A}_{d_1, d_2}[p, q; \lambda_i]$ ，再對其

做反傅立葉轉換得到第  $i$  個能量區間之  $\phi_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i]$  和  $A_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i]$ ， $i = 1 \sim T$ 。

接著計算權重大小並對  $\phi_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i]$  和  $A_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i]$  做加權。能量加權影像

$\hat{\phi}_{d_1, d_2}[r, s]$  和平均影像  $\widehat{\phi}_{d_1, d_2}[r, s]$  如式 3.15 所示：

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_{d_1, d_2}[r, s] &= \sum_{i=1}^T w_{\phi}[\lambda_i] \phi_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i] \\ \widehat{\phi}_{d_1, d_2}[r, s] &= \sum_{i=1}^T (1/T) \phi_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i]\end{aligned}\quad (3.15)$$

其中權重  $w_{\phi}[\lambda_i]$  為能量加權影像之權重，其為將  $\phi_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i]$  代入式 3.7 計算得到的

結果，而平均影像在  $T$  個能量區間之權重皆相等，大小為  $1/T$ 。能量加權影像

$\hat{A}_{d_1, d_2}[r, s]$  和平均影像  $\widehat{A}_{d_1, d_2}[r, s]$  如式 3.16 所示：

$$\begin{aligned}\hat{A}_{d_1, d_2}[r, s] &= \sum_{i=1}^T w_A[\lambda_i] A_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i] \\ \widehat{A}_{d_1, d_2}[r, s] &= \sum_{i=1}^T (1/T) A_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i]\end{aligned}\quad (3.16)$$

其中權重  $w_A[\lambda_i]$  為能量加權影像之權重，其為將  $A_{d_1, d_2}[r, s; \lambda_i]$  代入式 3.8 計算得到的

結果，而平均影像在  $T$  個能量區間之權重皆相等，大小為  $1/T$ 。

接著對  $\hat{\phi}_{d_1, d_2}[r, s]$ 、 $\widehat{\phi}_{d_1, d_2}[r, s]$ 、 $\hat{A}_{d_1, d_2}[r, s]$  和  $\widehat{A}_{d_1, d_2}[r, s]$ ，以及從能量積分探測器

量測並計算出之  $\phi_{d_1, d_2}[r, s]$  和  $A_{d_1, d_2}[r, s]$  做訊號偵測。欲計算  $\phi_{d_1, d_2}[r, s]$  之觀察者效

能，需先計算其共變異數矩陣  $\mathbf{K}_{\phi}$ ，如式 3.17 所示(Barrett, 1990)：

$$\mathbf{K}_{\phi} = 0.5(\mathbf{K}_{\phi_0} + \mathbf{K}_{\phi_1}) \quad (3.17)$$

用大寫正體粗體字表示矩陣，小寫正體粗體字表示向量。 $\mathbf{K}_{\phi_0}$  代表無訊號之  $\phi$  的共

變異數矩陣， $\mathbf{K}_{\phi_1}$  代表有訊號之  $\phi$  的共變異數矩陣。接著計算反矩陣  $\mathbf{K}_{\phi}^{-1}$ ，使用

blockwise inversion 可節省記憶體空間。然後代入式 2.27 計算 Hotelling 觀察者之樣

板  $\mathbf{w}_{\text{Hot},\phi}$ ，如式 3.18 所示 (Beutel *et al.*, 2000)：

$$\mathbf{w}_{\text{Hot},\phi} = \mathbf{K}_\phi^{-1} \Delta \bar{\phi} \quad (3.18)$$

其中  $\Delta \phi = \bar{\phi}_1 - \bar{\phi}_0$  為將有訊號的輸入資料期望值  $\bar{\phi}_0$  和有訊號的輸入資料期望值  $\bar{\phi}_1$  相減。依式 2.28 計算 Hotelling 觀察者之輸出  $\mathbf{t}_{\text{Hot},\phi}$  如式 3.19 所示：

$$\mathbf{t}_{\text{Hot},\phi} = \mathbf{w}_{\text{Hot},\phi}^t \phi \quad (3.19)$$

將此統計量  $\mathbf{t}_{\text{Hot},\phi}$  代入式 2.22，可計算觀察者效能  $\text{SNR}_{\mathbf{t},\phi}$ ，如式 3.20 所示：

$$\text{SNR}_{\mathbf{t},\phi} = \sqrt{\frac{(\bar{\mathbf{t}}_{\phi_0} - \bar{\mathbf{t}}_{\phi_1})^2}{0.5 \text{var}(\mathbf{t}_{\phi_0}) + 0.5 \text{var}(\mathbf{t}_{\phi_1})}} \quad (3.20)$$

將反矩陣  $\mathbf{K}_\phi^{-1}$  代入式 2.29，可計算觀察者效能  $\text{SNR}_{\text{Hot},\phi}$ ，如式 3.21 所示：

$$\text{SNR}_{\text{Hot},\phi} = \sqrt{\Delta \bar{\phi}' \mathbf{K}_\phi^{-1} \Delta \bar{\phi}} \quad (3.21)$$

用觀察者輸出之統計量  $\mathbf{t}_{\text{Hot},\phi}$  計算在不同閾值時之 TPF 和 FPF，然後代入式 2.23，可計算  $\text{AUC}_\phi$ ，如式 3.22 所示：

$$\text{AUC}_\phi = \int_0^1 \text{TPF}_\phi d(\text{FPF}_\phi) \quad (3.22)$$

將  $\text{AUC}_\phi$  代入式 2.24，可計算  $d_\phi$ ，如式 3.23 所示：

$$d_\phi = 2 \text{erf}^{-1}(2 \text{AUC}_\phi - 1) \quad (3.23)$$

同理可得  $A_{d_1, d_2}[r, s]$  之觀察者效能  $\text{SNR}_{\mathbf{t}, \mathbf{A}}$ 、 $\text{SNR}_{\text{Hot}, \mathbf{A}}$ 、 $\text{AUC}_{\mathbf{A}}$  和  $d_{\mathbf{A}}$ 。

訊號偵測分別考慮 SKE/BKE 和 SKE 與隨機背景兩種情況。在背景為隨機的情況下，可能無法滿足物體相位變化很小之假設，故使用混合法為相位擷取的方法。當訊號偵測任務為 SKE/BKE 時，使用對比轉移方程式，其為非迭帶的相位擷取方法。

## 第四章 結果與討論

入射光之能量頻譜如圖 4-1 所示：

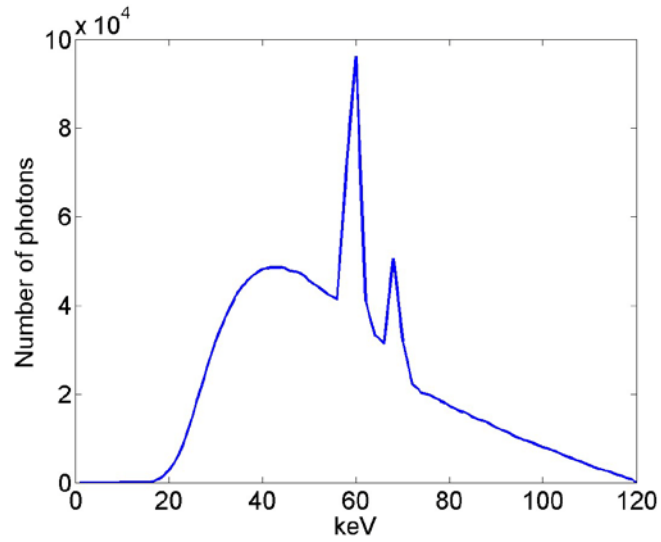


圖 4-1 入射光之能量頻譜(Siewerdsen *et al.*, 2004)

在 60keV 和 68keV 處各有一個光子數的尖峰值。

圖 4-2 為脂肪和腺體組織之複折射係數與能量的關係：

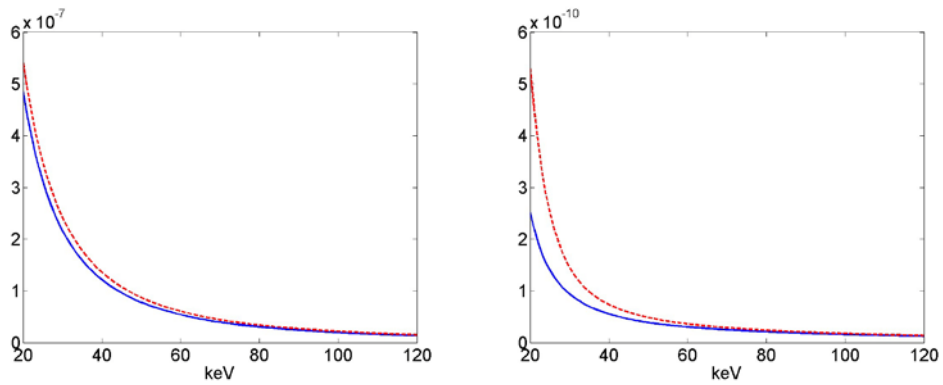


圖 4-2 複折射係數與能量的關係

左圖為複折射係數的實數部分，右圖為複折射係數的虛數部分。實線代表脂肪組織，虛線代表腺體組織。脂肪和腺體組織之複折射係數的實部和虛部數值大小皆隨著能量增加而減小。複折射係數之實數部分比虛數部分大了三個數量級。

圖 4-3 為有訊號的 20keV 假體影像之複折射係數沿著光行進方向的線積分：

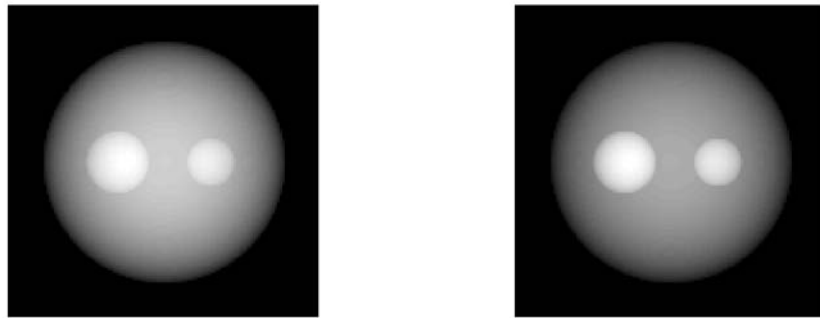


圖 4-3 假體影像之複折射係數的線積分

左圖為複折射係數的實數部分，右圖為複折射係數的虛數部分。灰色的部分為脂肪組織(背景)，白色的部分為腺體組織(訊號)。複折射係數的虛數部分對比度較佳。

圖 4-4 為有訊號的 20keV 假體影像之複折射係數沿著光行進方向的線積分的中央剖面圖：

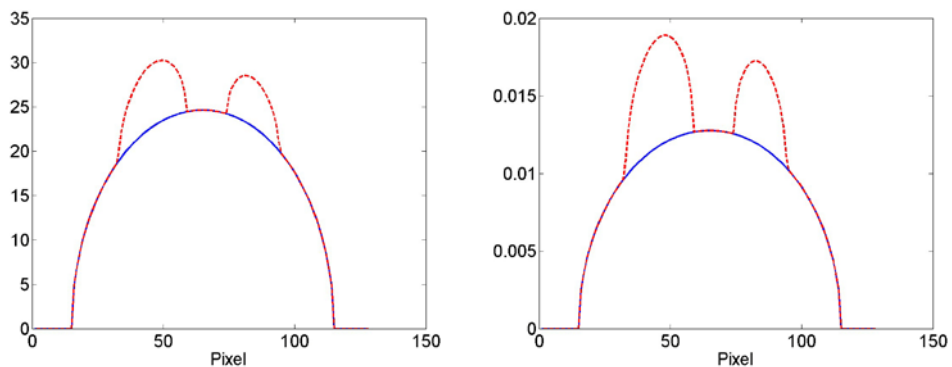


圖 4-4 假體影像之複折射係數的線積分剖面圖

左圖為複折射係數的實數部分，右圖為複折射係數的虛數部分。實線代表有訊號的情況，虛線代表無訊號的情況。複折射係數的虛數部分對比度較佳。

當能量區間的寬度為 10keV 時，探測器擺放在接觸平面上所量測到之第一個能量區間( 20~30keV)的光強度訊息剖面圖如圖 4-5 所示：

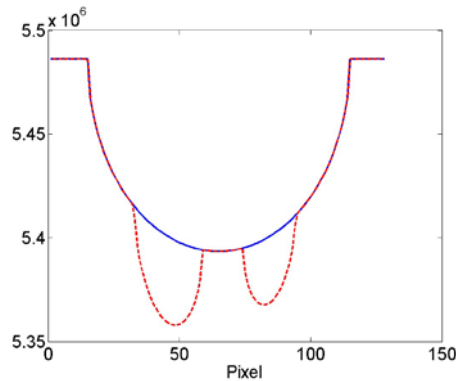


圖 4-5 探測器在接觸平面量測到之光強度剖面圖

實線代表無訊號的情況，虛線代表有訊號的情況。

當能量區間的寬度為 10keV 時，探測器擺放在距離物體 50mm 處所量測到之第一個能量區間( 20~30keV)的光強度訊息剖面圖如圖 4-6 所示：

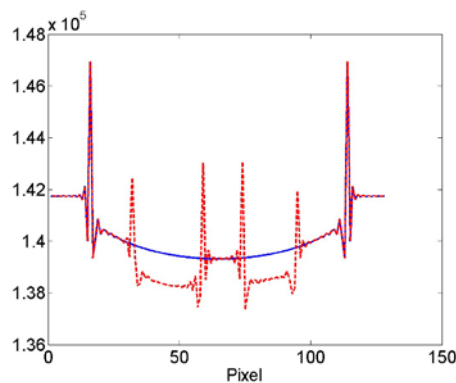


圖 4-6 探測器在 50mm 處量測到之光子數剖面圖

實線代表無訊號的情況，虛線代表有訊號的情況。在邊界處有明顯之數值大小變

化。

當能量區間的寬度為 10keV 時，探測器擺放在距離物體 200mm 處所量測到之第一個能量區間(20~30keV)的光強度訊息剖面圖如圖 4-7 所示：

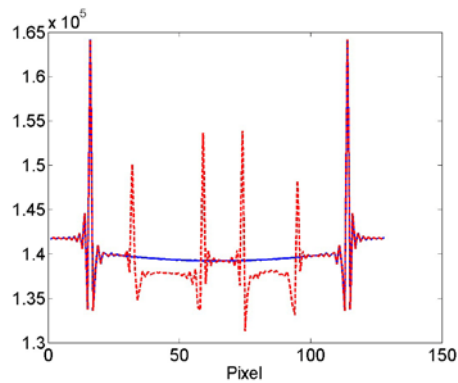


圖 4-7 探測器在 200mm 處量測到之光子數剖面圖

實線代表無訊號的情況，虛線代表有訊號的情況。在邊界處之數值大小變動幅度比探測器在 50mm 處量測到的大。

#### 4.1 能量加權後之相位對比影像

當探測器偵測之光子能量範圍介於 20~120keV，可設定閾值個數分別為 5、20、50 和 100，雜訊之變異數為 0.1， $d_1$  和  $d_2$  分別為 0mm 和 400mm 時，加權所使用之權重如圖 4-8 所示：

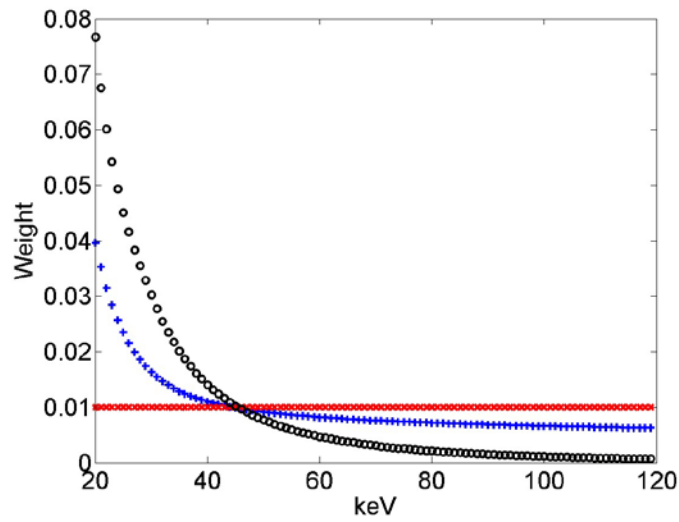


圖 4-8 加權所使用之權重

圓圈為相位之權重，十字為吸收之權重，交叉為無加權之權重。閾值個數為 100。  
一般而言，低能量之權重比高能量之權重大。

使用能量積分探測器得到之相位影像  $\phi_{D_1, D_2}(x, y)$  如圖 4-9 所示：

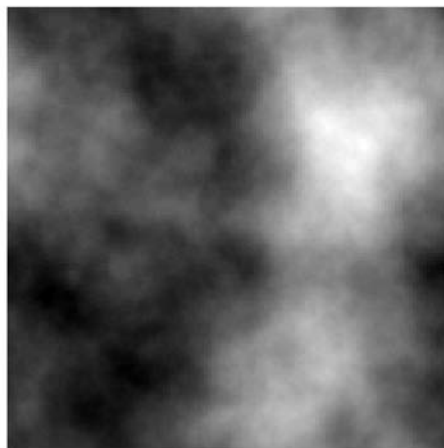


圖 4-9 使用能量積分探測器之相位影像



無法用肉眼看出影像為有訊號與否。

平均相位影像  $\hat{\phi}_{D_1, D_2}(x, y)$  如圖 4-10 所示：

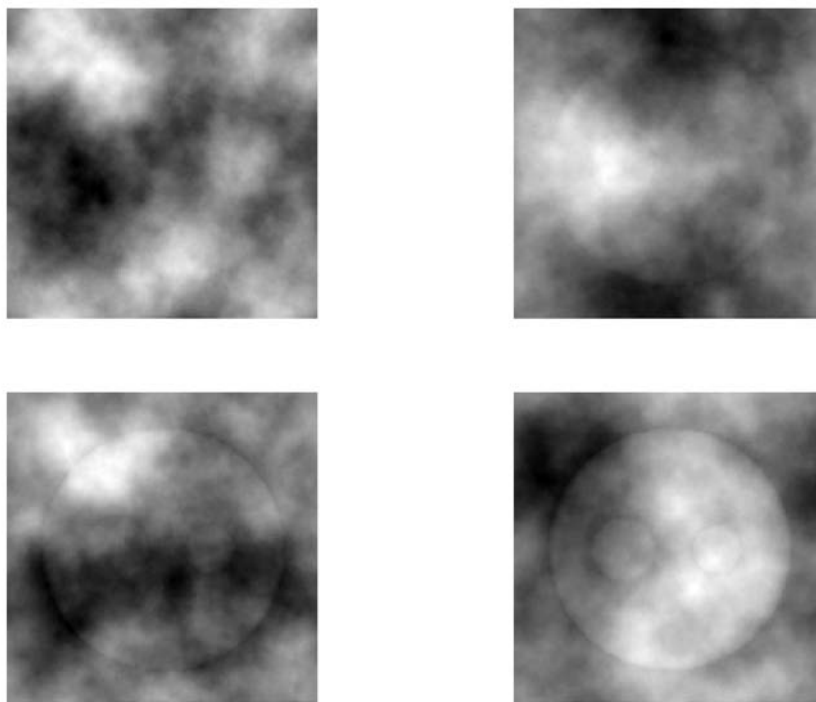


圖 4-10 平均相位影像

勉強可看出閾值個數為 100 的影像為有訊號，其餘皆難以用肉眼看出影像為有訊號與否。

能量加權之相位影像  $\hat{\phi}_{d_1, d_2}[r, s]$  如圖 4-11 所示：

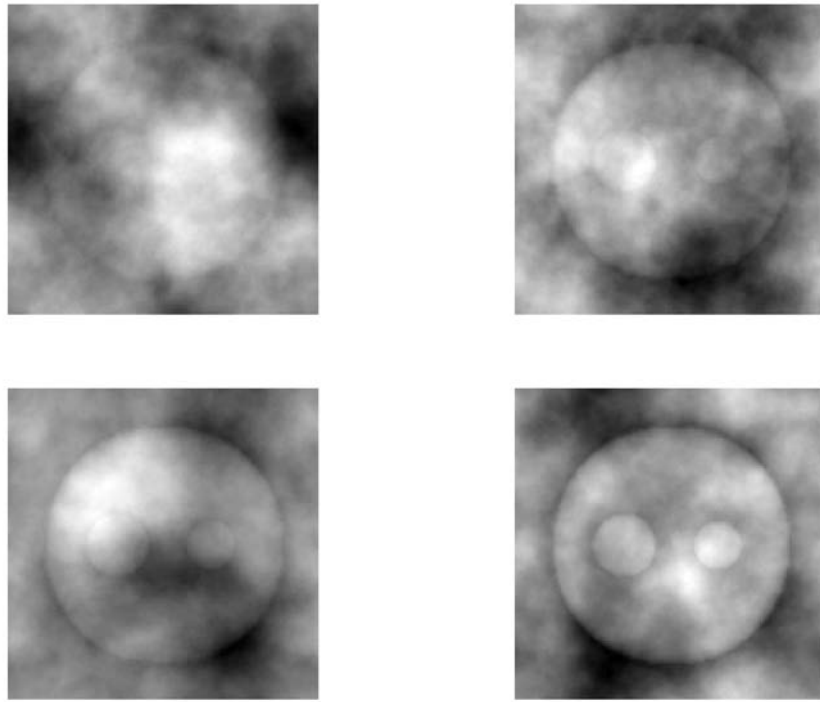


圖 4-11 能量加權之相位影像

左上圖的閾值個數為 5，右上圖為的閾值個數為 20，左下圖的閾值個數為 50，右下圖的閾值個數為 100。可看出閾值個數為 100 的影像為有訊號且最清晰，閾值個數為 50 的次之，閾值個數為 5 和 20 的較難以用肉眼辨別影像中是否含有訊號。能量加權之相位影像的清晰度較平均影像佳。

將雜訊之變異數調整為 0.003，使用能量積分探測器得到之吸收影像

$A_{D_1, D_2}(x, y)$  如圖 4-12 所示：

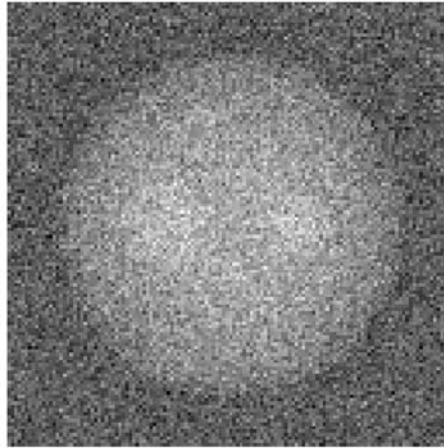


圖 4-12 使用能量積分探測器之吸收影像

無法用肉眼看出影像為有訊號與否。

平均吸收影像  $\hat{A}_{D_1, D_2}(x, y)$  如圖 4-13 所示：

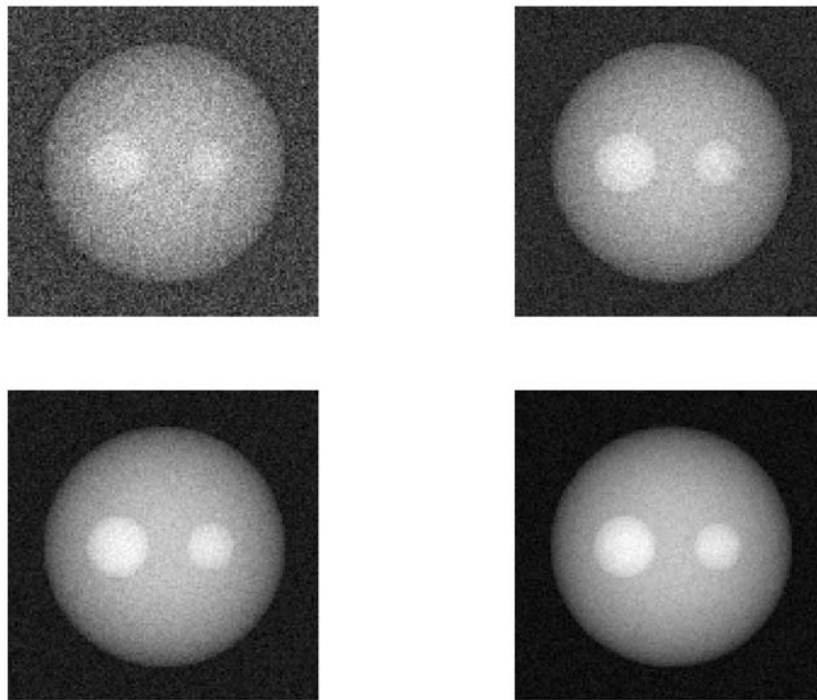


圖 4-13 平均吸收影像

左上圖的閾值個數為 5，右上圖為的閾值個數為 20，左下圖的閾值個數為 50，右下圖的閾值個數為 100。

能量加權之吸收影像  $\hat{A}_{D_1, D_2}(x, y)$  如圖 4-14 所示：

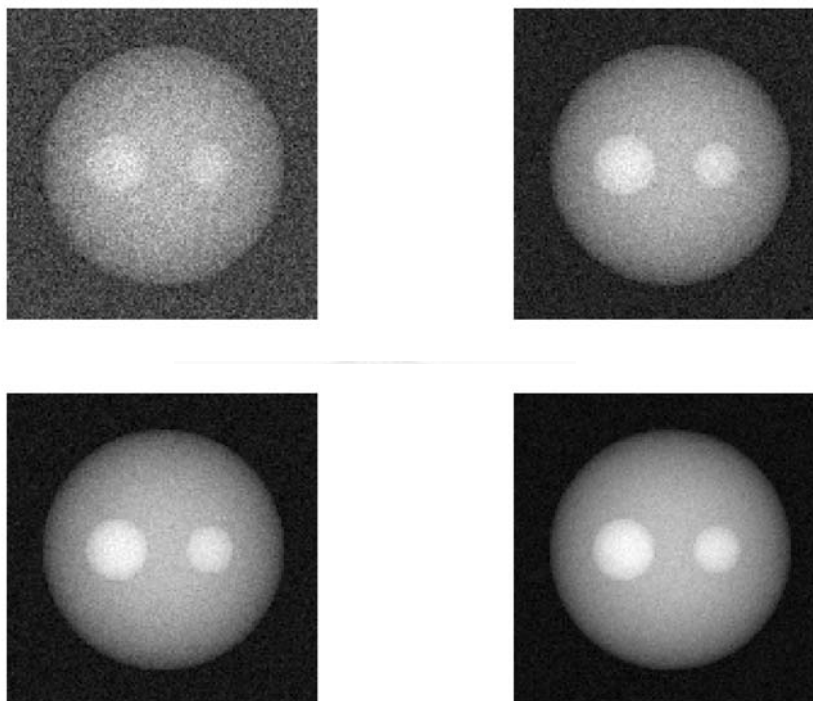


圖 4-14 能量加權之吸收影像

左上圖的閾值個數為 5，右上圖為的閾值個數為 20，左下圖的閾值個數為 50，右下圖的閾值個數為 100。可看出閾值個數為 100 的影像為有訊號且最清晰，閾值個數為 50 的次之，閾值個數為 5 和 20 的較難以用肉眼辨別影像中是否含有訊號。能量加權之吸收影像的清晰度和平均影像幾乎相同。

## 4.2 觀察者效能分析

當探測器偵測之光子能量範圍介於 20~80keV，可設定閾值個數為 10，雜訊之

變異數分別為 0.05 和 0.1， $D_1$  為 0mm，和  $D_2$  分別為 50mm 和 200mm 時，相位影像之接受器操作特性曲線如圖 4-15 所示：

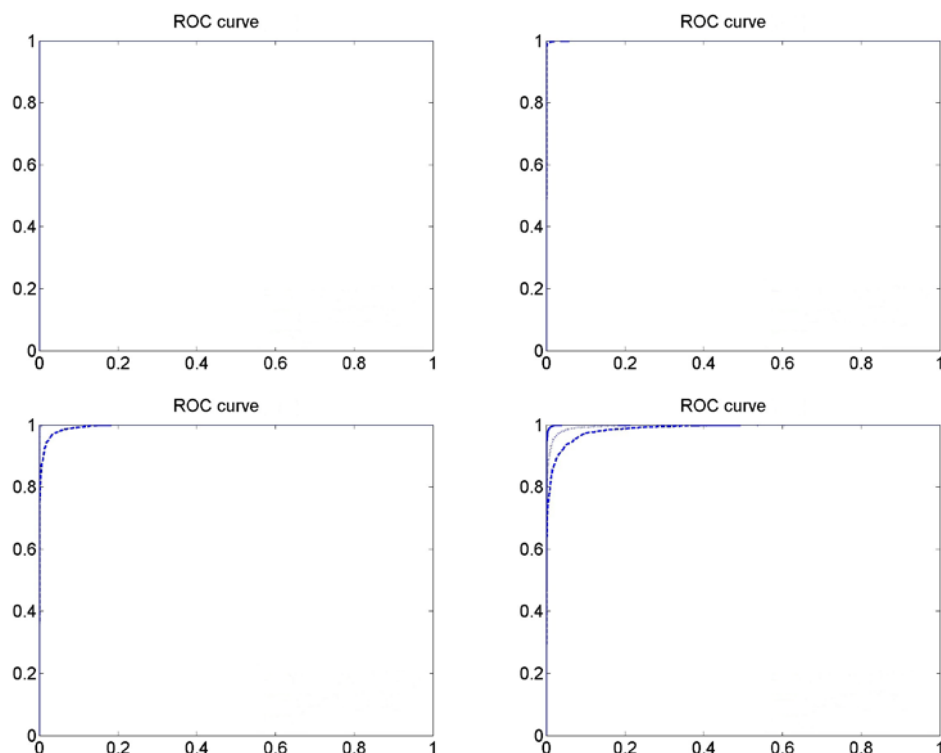


圖 4-15 相位影像之接受器操作特性曲線

橫軸為 FPF，縱軸為 TPF。左上圖為探測器擺放在距離物體 200mm 且雜訊變異數為 0.05，右上圖為探測器距離 200mm 且雜訊變異數為 0.1，左下圖為探測器距離 50mm 且雜訊變異數為 0.05，右下圖為探測器距離 50mm 且雜訊變異數為 0.1。實線為能量加權影像的情況，點線為平均影像的情況，虛線為使用能量積分探測器的情況。左上圖之曲線重疊在最頂端。右上圖能量加權影像和平均影像之曲線重疊在一起，勉強可看出使用能量積分探測器的觀察者效能較差。從左下圖可勉強看出能量加權影像較平均影像好，使用能量積分探測器的觀察者效能最差。從右下圖可看出能量加權影像較平均影像好，使用能量積分探測器的觀察者效能最差。此外左上圖之觀察者效能最佳，右上圖其次，右下圖最差。

吸收影像之接受器操作特性曲線如圖 4-16 所示：

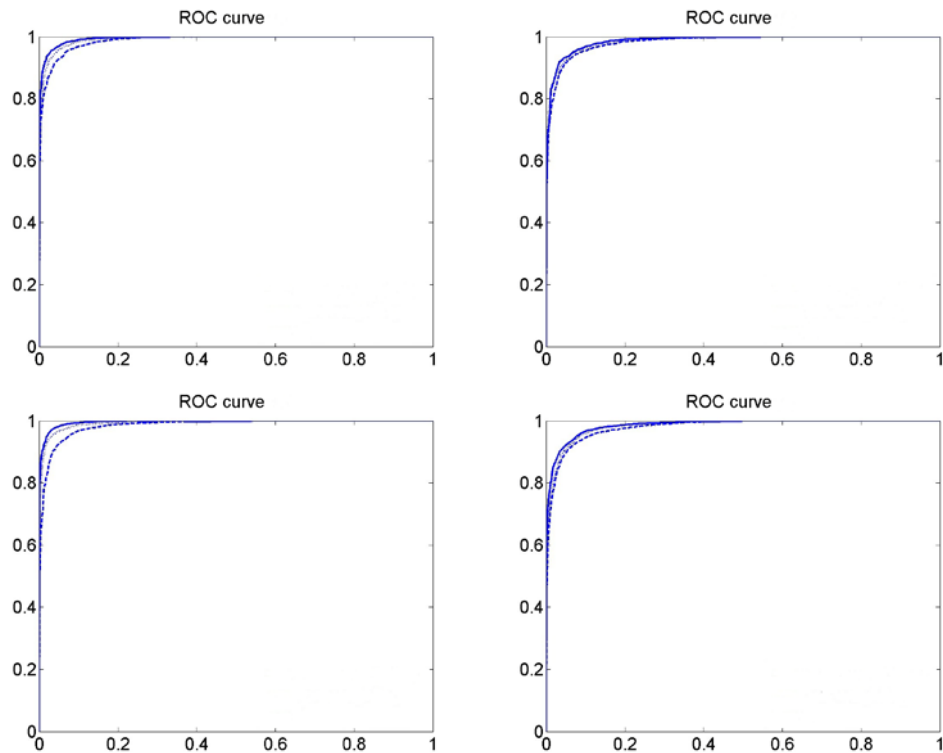


圖 4-16 吸收影像之接受器操作特性曲線

橫軸為 FPF，縱軸為 TPF。實線為能量加權影像的情況，點線為平均影像的情況，虛線為使用能量積分探測器的情況。從四個影像皆可看出能量加權影像較平均影像好，使用能量積分探測器的觀察者效能最差。此外左上圖之觀察者效能最佳，左下圖其次，右下圖最差。

將加權後的相位影像輸入觀察者，從觀察者輸出之統計量計算出觀察者效能 (式 3.20) 如表 4-1 所示：

表 4-1 相位影像之統計量觀察者效能

	能量加權影像	平均影像	能量積分影像
$d_2 = 200mm, \sigma = 0.05$	26.1136	17.6055	8.4840
$d_2 = 200mm, \sigma = 0.1$	13.5396	9.3481	4.8662
$d_2 = 50mm, \sigma = 0.05$	7.6133	5.3764	3.6780
$d_2 = 50mm, \sigma = 0.1$	4.6602	3.7177	3.1578

由此可看出能量加權影像之觀察者效能較平均影像佳，使用能量積分探測器的觀察者效能最差。在固定權重情況下，探測器擺放在距離物體 200mm 之觀察者效能較距離 50mm 佳，又雜訊之標準差為 0.05 之觀察者效能較 0.1 佳。

將加權後的相位影像輸入 Hotelling 觀察者，其觀察者效能(式 3.21)如表 4-2 所示：

表 4-2 相位影像之 Hotelling 觀察者效能

	能量加權影像	平均影像	能量積分影像
$d_2 = 200mm, \sigma = 0.05$	26.1136	17.6055	8.4840
$d_2 = 200mm, \sigma = 0.1$	13.5396	9.3481	4.8662
$d_2 = 50mm, \sigma = 0.05$	7.6133	5.3764	3.6780
$d_2 = 50mm, \sigma = 0.1$	4.6602	3.7177	3.1578

由此可看出能量加權影像之觀察者效能較平均影像佳，使用能量積分探測器的觀察者效能最差。在固定權重情況下，探測器擺放在距離物體 200mm 之觀察者效能較距離 50mm 佳，又雜訊之標準差為 0.05 之觀察者效能較 0.1 佳。由於 Hotelling 觀察者效能可由統計量觀察者效能推導出，故其數值相等。

將加權後的相位影像輸入觀察者，從觀察者輸出之統計量計算出曲線下面積(式 3.22)如表 4-3 所示：

表 4-3 相位影像之曲線下面積

	能量加權影像	平均影像	能量積分影像
$d_2 = 200mm, \sigma = 0.05$	1	1	1
$d_2 = 200mm, \sigma = 0.1$	1	1	0.9998
$d_2 = 50mm, \sigma = 0.05$	1	0.9999	0.9953
$d_2 = 50mm, \sigma = 0.1$	0.9996	0.9957	0.9867

當探測器擺放在距離物體 200mm 且雜訊之標準差為 0.05 時，三種方法之相位影像

的曲線下面積皆為 1。當探測器擺放在距離物體 200mm 且雜訊之標準差為 0.1 時，能量加權影像和平均影像之相位影像的曲線下面積為 1，使用能量積分探測器的觀察者效能較差。當探測器擺放在距離物體 200mm 且雜訊之標準差為 0.05 或 0.1 時，能量加權影像之觀察者效能較平均影像佳，使用能量積分探測器的觀察者效能最差。

從相位影像之曲線下面積，換算得觀察者之可偵測性(式 3.23)如表 4-4 所示：

表 4-4 相位影像之可偵測性

	能量加權影像	平均影像	能量積分影像
$d_2 = 200\text{mm}, \sigma = 0.05$	Inf	Inf	Inf
$d_2 = 200\text{mm}, \sigma = 0.1$	Inf	Inf	4.9263
$d_2 = 50\text{mm}, \sigma = 0.05$	Inf	5.3200	3.6713
$d_2 = 50\text{mm}, \sigma = 0.1$	4.7120	3.7161	3.1354

當探測器擺放在距離物體 200mm 且雜訊之標準差為 0.05 時，三種方法之相位影像的可偵測性皆為無窮大。當探測器擺放在距離物體 200mm 且雜訊之標準差為 0.1 時，能量加權影像和平均影像之相位影像的可偵測性為無窮大，使用能量積分探測器的觀察者效能較差。當探測器擺放在距離物體 200mm 且雜訊之標準差為 0.05 或 0.1 時，能量加權影像之觀察者效能較平均影像佳，使用能量積分探測器的觀察者效能最差。



## 第五章 結論

本研究之目標為應用能量加權於相位對比影像之觀察者效能的評估。利用菲涅耳傳遞運算子模擬探測器擺放在距離物體距離  $d$  量測到之光強度訊息，並藉由對比轉移方程式做相位擷取。然後對相位和吸收做能量加權，最後計算觀察者效能，以評估訊號偵測的效果。

比較能量加權影像、平均影像和能量積分影像之觀察者效能。能量加權影像和平均影像使用光子計數探測器來測量光強度後，做相位擷取並加權，不同之處在於能量加權影像使用計算出之權重，而平均影像在不同能量之權重皆相等。

探測器擺放距離為 0 mm 和 200 mm，或 0 mm 和 50 mm 兩種情況。在光強度加入探測器之電子雜訊，為平均值為零且標準差為 0.1 或 0.05 兩種情況之高斯雜訊。亦即比較四種不同情況之觀察者效能。

藉由模擬計算比較三種影像在四種不同情況之觀察者效能。相位和吸收影像之觀察者效能以能量加權影像為最佳，平均影像次之，使用能量積分探測器的觀察者效能最差。相位影像在固定權重情況下，探測器擺放在距離物體 200mm 之觀察者效能較距離 50mm 佳，又雜訊之標準差為 0.05 之觀察者效能較 0.1 佳。吸收影像在固定權重情況下，雜訊之標準差為 0.05 之觀察者效能較 0.1 佳，又探測器擺放在距離物體 200mm 之觀察者效能較距離 50mm 佳。

此外比較當探測器偵測之光子能量範圍介於 20~120keV，可設定閾值個數分別為 5、20、50 和 100，雜訊之變異數分別為 0.003 和 0.1， $d_1$  和  $d_2$  分別為 0mm 和 400mm 時之能量加權後之相位對比影像。當雜訊之變異數大小固定時，閾值個數愈多，影像清晰度愈高。

運用光子計數探測器的可分辨能量特性，將能量加權用於相位對比影像。經過觀察者效能之計算，我們可評估其訊號偵測的效能。能量加權影像具有比平均

影像較佳的觀察者效能，亦優於使用能量積分探測器所得到的影像。

在此模擬之情境皆為 SKE/BKE 任務，未來可將任務複雜度提高，例如考慮背景之隨機性，以及訊號的大小和位置等因素，使此研究的應用範圍能夠更廣。



## 參考文獻

Anastasio, M.A., C.Y. Chou, A.M. Zysk, and J.G. Brankov. 2010. Contributions to ideal observer SNRs in propagation-based x-ray phase-contrast imaging. In "Proc. Medical Imaging 2010: Physics of Medical Imaging", 76220S. San Diego, California, USA: SPIE.

Anastasio, M.A., C.Y. Chou, A.M. Zysk, and J.G. Brankov. 2010. Ideal observer analysis of signal detectability in phase-contrast imaging employing linear shift-invariant optical systems. *Journal of the Optical Society of America A: Optics and Image Science, and Vision*. 27(12): 2648-2659.

Ballabriga, R., M. Campbell, E.H.M. Heijne, X. Llopart, and L. Tlustos. 2006. The Medipix3 Prototype, a Pixel Readout Chip Working in Single Photon Counting Mode with Improved Spectrometric Performance. In "Proc. IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record", 3557-3561. San Diego, CA, USA: IEEE.

Barrett, H.H., C.K. Abbey, and E. Clarkson. 1998. Objective assessment of image quality. III. ROC metrics, ideal observers, and likelihood-generating functions. *Journal of the Optical Society of America A: Optics and Image Science, and Vision*. 15(6): 1520-1535.

Barrett, H.H. 1990. Objective assessment of image quality: effects of quantum noise and object variability. *Journal of the Optical Society of America A: Optics and Image Science, and Vision*. 7(7): 1266-1278.

Beutel, J., H.L. Kundel, and R.L. Van Metter. 2000. *Handbook of Medical Imaging: Physics and Psychophysics*. Bellingham: SPIE Press.

Bronnikov, A.V. 2002. Theory of quantitative phase-contrast computed tomography. *Journal of the Optical Society of America A: Optics and Image Science, and Vision*. 19(3): 472-480.

Cahn, R.N., D. Nygren, B. Cederström, M. Danielsson, A. Hall, and M. Lundqvist. 1999. Detective quantum efficiency dependence on x-ray energy weighting in

mammography. *Medical Physics*. 26(12): 2680-2683.

Chou, C.Y. and M.A. Anastasio. 2009. Influence of imaging geometry on noise texture in quantitative in-line X-ray phase-contrast imaging. *Optics Express*. 17(17): 14466-14480.

Chou, C.Y. and M.A. Anastasio. 2010. Noise texture and signal detectability in propagation-based x-ray phase-contrast tomography. *Medical Physics*. 37(12): 270-281.

Cloetens, P. 1999. Contribution to Phase Contrast Imaging, Reconstruction and Tomography with Hard Synchrotron Radiation: Principles, Implementation and Applications. PhD dissertation. Brussel: Vrije Universiteit Brussel, Faculteit Toegepaste Wetenschappen.

Gallas, B.D., J.S. Boswell, A. Badano, R.M. Gagne, and K.J. Myers. 2004. An energy- and depth-dependent model for x-ray imaging. *Medical Physics*. 31(11): 3132-3149.

Guigay, J.P. 1977. Fourier transform analysis of Fresnel diffraction patterns and in-line holograms. *Optik*. 49(1): 121-125.

Hotelling, H. 1931. The generalization of Student's ratio. *The Annals of Mathematical Statistics*. 2(3): 360-378.

Langer, M., P. Cloetens, J.P. Guigay, and F. Peyrin. 2008. Quantitative comparison of direct phase retrieval algorithms in in-line phase tomography. *Medical Physics*. 35(10): 4556-4566.

Lundqvist, M. 2003. Silicon strip detectors for scanned multi-slit x-ray imaging. PhD dissertation. Stockholm: Kungliga Tekniska högskolan, Fysiska Institutionen.

Marchal, J.P. 2005. Extension of x-ray imaging linear systems analysis to detectors with energy discrimination capability. *Medical Physics*. 32(8): 2717-2728.

Tapiovaara, M.J. and R.F. Wagner. 1985. SNR and DQE analysis of broad spectrum x-ray imaging. *Physics in Medicine and Biology*. 30(6): 519-529.

Phelps, M.E., E.J. Hoffman, and M. Ter-Pogossian. 1975. Attenuation Coefficients of

Various Body Tissues, Fluids, and Lesions at Photon Energies of 18 to 136 keV. *Radiology*. 117: 573-583.

Rolland, J. P. 1990. Factors Influencing Lesion Detection in Medical Imaging. PhD dissertation. USA: University of Arizona.

Rolland, J. P. and H. H. Barrett. 1992. Effect of random background inhomogeneity on observer detection performance. *Journal of the Optical Society of America A: Optics and Image Science, and Vision*. 9(5): 649-658.

Siewerdsen, J.H., A.M. Waese, D.J. Moseley, S. Richard, and D.A. Jaffray. 2004. Spektr: A computational tool for x-ray spectral analysis and imaging system optimization. *Medical Physics*. 31(11): 3057-3067.

Wagner, R.F. and D.G. Brown. 1985. Unified SNR analysis of medical imaging systems. *Physics in Medicine and Biology*. 30(6): 489-518.

Wu, X. and H. Liu. 2003. A general theoretical formalism for X-ray phase contrast imaging. *Journal of X-Ray Science and Technology*. 11(1): 33-42.

