國立臺灣大學社會科學院經濟學系

碩士論文

Department of Economics

College of Social Sciences

National Taiwan University

Master Thesis

貨幣與信念趨動的經濟成長：小型開放經濟分析

Money and Belief-Driven Economic Growth: A Small Open Economy Analysis

洪珮甄

Pei-Chen Hung

指導教授：賴景昌 博士

Advisor: Ching-Chong Lai, Ph.D.

中華民國 100 年 7 月

July, 2011

謝詞

能夠順利完成論文，首要感謝的是我的指導教授賴景昌老師，老師對於教學的熱誠是我開始這篇論文的緣由，在寫作過程中老師的指導與教誨令我感念於心，即使事務繁忙仍願抽空為學生論文逐字斧正，也令學生深受感動；此外，老師在待人處世與人生經驗的分享，更是讓我受益良多，在人生中能有這個機會向老師學習是我的榮幸。另外，承蒙口試委員洪福聲老師及金志婷老師提出許多寶貴的意見及想法，使我能更加完善此篇論文，在此向各位老師致上誠摯的謝意。

在寫作論文的過程中，也受到許多學長姐的照顧，尤其是陳冠任學長及張振維學長，感謝學長們幫助我修改論文以及解答我的疑惑，讓我的論文及學識都有所精進。也要感謝我的好友易珊、立文及筱穎，謝謝你們陪我走過大學及研究所的歲月，傾聽我的煩惱並在我感到挫折時給予我支持。

最後要感謝的是我的家人，謝謝你們給予我無限寬容與付出，在我感到迷惘時不讓我迷失方向，因為有你們的鼓勵與支持，才使我能無畏的朝目標邁進，在此將完成這篇論文的榮耀與你們分享。

洪珮甄謹誌於

台灣大學經濟學研究所

中華民國一百年七月

摘要

本文以現金付現限制將貨幣引進經濟體系，以此建構一個勞動內生化且生產外部性存在的小型開放貨幣內生成長模型。據此，探討開放經濟及封閉經濟的均衡不確定性條件是否相同，以及通貨膨脹率指標是否能有效避免經濟體系受到民眾自我信念預期衝擊影響。

我們發現在央行採行名目貨幣供給成長率指標時，當僅有購買消費財受流動性限制，由於實質資本的市場價格為一定值，經由無套利條件可知，此時均衡有確定性。另外，當購買投資財受流動性限制時則有不同，此時實質資本的市場價格具有前瞻性的調整性質，因此當生產外部性足夠大時，均衡可能有不確定性。因此我們能進一步推知，開放經濟體系的均衡不確定性存在條件與封閉經濟體系相同。

在央行採行通貨膨漲率指標時，購買投資財受流動性限制的情境下，由於通貨膨脹率及外國債券報酬率固定，因此實質資本的市場價格為一定值，均衡有確定性，此貨幣政策能有效避免經濟體系受民眾自我信念實現影響。然而，當投資有調整成本時則有不同，此時實質資本的市場價格仍具有前瞻性的調整性質，因此當生產外部性足夠大，均衡可能有不確定性，通貨膨脹率指標無法避免經濟體系受民眾自我信念預期衝擊影響。

關鍵詞：現金付現限制；內生成長模型；信念；外部性；小型開放；通貨膨脹率指標

Abstract

This thesis is written for two purposes. First, we analyze whether the indeterminacy condition in small open economy is the same as in closed economy. Second, we discuss whether the central bank can use inflation rate targeting to eliminate the possibilities of households' self-fulfilling expectations in small open economy. We construct an endogenous growth model that features the production externalities by Benhabib and Farmer (1994) and introduces the role of money by cash-in-advance constraint. Under nominal monetary growth rate targeting, we found that local indeterminacy could occur due to the real capital market price isn't fixed when consume investment goods faced liquidity constraint. Besides, indeterminacy condition in small open economy is the same as closed economy.

Under inflation rate targeting, the real capital market price is fixed when consume investment goods faced liquidity constraint, so equilibrium is local determinacy and this monetary policy could eliminate the possibilities of households' self-fulfilling expectations. However, local indeterminacy could occur when investment has adjustment cost due to real capital market price isn't fixed. This monetary policy couldn't avoid the households' self-fulfilling expectations.

Keywords: Cash-in-advance; Endogenous growth; Indeterminacy; Production externalities; Small open economy; Inflation rate targeting

目 錄

圖表目錄

第一章 緒論

1.1 研究動機

經濟體系的景氣波動受兩方面影響，其一為市場基本面(fundamental)因素，如生產函數、效用函數的參數或折現因子等；另一方面則為非基本面(non-fundamental)因素，如民眾的自我信念預期。

在研究非基本面因素所引起的景氣波動中，Benhabib and Farmer (1994)利用生產的外部性(externality)特質，創造規模報酬遞增的生產函數，並將其引進實質景氣循環模型，證明民眾信念改變能夠驅使景氣波動。實證研究中也支持這種預期自我實現(self-fulfilling expectations)的景氣波動，Oh and Waldman (1990)證實民眾對未來景氣的錯誤預期，可解釋 8%至 20%的工業產出成長。Matsusaka and Sbordone (1995)則證實，民眾的信心變化能夠解讀 13%至 26%的 GNP 波動。Chauvet and Guo (2003)發現民眾對未來景氣的悲觀預期，是造成景氣衰退的一個原因。

延續 Benhabib and Farmer (1994)的研究，也有經濟學家嘗試在不同的經濟體系下分析均衡不確定性(indeterminacy)的議題，如封閉及開放貨幣經濟體系。在封閉經濟體系下，Itaya and Mino (2003)以交易成本將貨幣引入模型，當央行採行名目貨幣成長率指標時，發現若勞動外部性足夠大，經濟體系的均衡具不確定性。Itaya and Mino (2004)以現金付現限制將貨幣引入模型，在央行採取具有回饋機制的利率法則時，發現央行的政策會影響均衡不確定性的條件。Chin, Guo and Lai (2009)以現金付現限制將貨幣引入模型，在政府採取實質利率指標下分析，發現只有當購買投資財受流動性限制時，生產外部性足夠大，經濟體系的均衡具不確定性。由上述可知，央行所採取的貨幣政策，會影響均衡不確定性的條件。此外，在封閉體系且生產外部性存在時，以交易成本亦或現金付現限制方式引入貨幣，並未對經濟體系的均衡不確定性條件有所影響；而模型引進貨幣也未改變 Benhabib and Farmer (1994)均衡不確定的條件。但這也同時引起一個疑問，若是在開放體系下分

析，結果是否如同封閉體系的情境。

然而，在小型開放貨幣體系下分析均衡不確定性的文獻不多，只有少數如 Lai and Chin (2010) 以交易成本引入貨幣，在央行採名目貨幣成長率下分析，發現若投資有調整成本，當生產外部性足夠大，經濟體系的均衡具不確定性。Lai and Chin (2011)同樣以交易成本引入貨幣，但模型不含生產外部性下分析，發現在央行採行名目貨幣或名目所得成長率指標時，經濟體系均衡具不確定性，民眾的預期得以自我實現；然而，央行採行通貨膨脹率指標，經濟體系均衡具確定性，因此能避免經濟體系受民眾自我信念預期的衝擊影響。由此可知，在開放體系下，貨幣政策對經濟體系均衡特性有所影響；但從中也衍生出了其他問題，若是貨幣引進模型的方式不同，以及勞動外部性存在下，是否能得到相同的結論。

準此，本文延續 Lai and Chin (2011)的分析，並改以 Chin, Guo and Lai (2009)現金付現限制將貨幣引入模型，探討在小型開放經濟體系下，均衡不確定性條件是否與封閉體系所得的條件相同，以及當央行採行通貨膨脹率指標，是否仍能避免經濟體系受到民眾自我信念預期的衝擊影響。

1.2 文獻回顧

在總體經濟理論發展中，有關經濟體系均衡不確定性或信念驅動的景氣波動（believe-driven fluctuation）議題，在近十幾年來有許多深入的討論與研究。首先，Benhabib and Farmer (1994)與 Farmer and Guo (1994)以生產的外部性特質，創造規模報酬遞增的生產函數，並證明當規模報酬遞增程度足夠大時，經濟體系動態均衡具不確定性。然而，Burnside (1996)與 Basu and Fernald (1997)的實證研究卻發現，現實經濟體系中的規模報酬程度不足以發生信念驅動的景氣波動[1]。因而，此後相關研究發展開始致力於找尋適當的管道，以壓低信念驅動的景氣波動所要求

1 Burnside (1996)與 Basu and Fernald (1997)實證研究中，規模報酬遞增程度參數$\eta \in [0.03, 0.18]$；而 Benhabib and Farmer (1994)模型中所要求規模報酬遞增程度參數η至少須大於 0.5。

的規模報酬程度。Wen (1998)以資本使用率內生化方式，證明如此可能壓低 Benhabib and Farmer (1994)信念驅動的景氣波動所要求的規模報酬程度。Guo and Lansing (2007)延伸 Wen (1998)的研究，以折舊率內生化與維修機器設備的機制，壓低信念驅動的景氣波動所要求的規模報酬程度。Benhabib and Farmer (1996)、Weder (2000)以及 Harrison (2001)建構一兩部門模型，以消費財與投資財兩種商品的相對價格機制，壓低所需規模報酬程度。

除了私部門分析外，也有文獻將公部門的角色引入模型中。Devereux, Head and Lapham (1996)發現當規模報酬程度足夠大時，政府支出的變化足以驅使景氣波動。Guo (2004)進一步闡述 Devereux, Head and Lapham (1996)與採放任主義下的均衡不確定性文獻，兩者之間的緊密關係。Guo and Lansing (1998)將累進所得稅設置引入模型中，發現當所得稅累進程度足夠大時，即使規模報酬再大也無法發生信念驅動的景氣波動。Guo and Harrison (2001)建構一兩部門模型，在生產投資財具外部性下，若此外部性足夠大時，採累退所得稅制可穩定因信念驅動的景氣波動。Schmitt-Grohe and Uribe (1997)在政府支出固定且所得稅率內生化下分析，發現此時經濟體系均衡具不確定性。Guo and Harrison (2004)以稅率固定及政府支出內生化下發現，經濟體系的均衡確定性與政府收入來源及移轉性支出的存在無關。

以上研究多注重實質經濟體系的分析，卻忽略了貨幣面的分析。從貨幣經濟的文獻中我們可了解，將貨幣引進經濟體系的方法大致可分成四種：第一種方法是貨幣直接進入效用函數(money in the utility function)，如 Sidrauski (1967)認為持有貨幣可方便日常交易的進行，因此能直接提供效用。第二種方法是由 Lucas (1980)與 Stockman (1981)所提出的現金付現(cash-in-advance)限制，他們認為民眾之所以持有貨幣，是由於購買消費財或投資財時必須以現金支付。第三種方法是現金交易成本(pecuniary transaction cost)，Zhang(2000)認為由於民眾在購買商品及廠商在銷售商品的過程，需要消耗一些實質資源於購物、支付、搜尋、談判及訂價，而這些消耗的資源就是交易成本。第四種方法是將貨幣引入生產函數(money in the production function)，Levhari and Patinkin (1968)認為持有貨幣可減少從事交易耗費的資源，因此可將釋放的資源用於商品生產。藉由以上方式，也有學者將貨幣引入模型，以分析貨幣經濟體系的均衡不確定性議題。

在探討貨幣經濟體系下動態均衡不確定性議題的文獻中，Itaya and Mino (2003)以交易成本將貨幣引入模型中，發現貨幣的存在不會改變 Benhabib and Farmer (1994)動態均衡不確定性的條件。Suen and Yip (2005)以交易成本及現金付現限制兩種機制將貨幣引入模型，發現即使生產不具外部性，經由跨期替代效果，貨幣的存在能促使均衡具不確定性。Chen and Guo (2008)同樣的以現金付現限制方式引進貨幣，證明當現金付現限制同時適用於購買消費財與投資財時，若消費的跨期替代彈性足夠大，經濟體系均衡具不確定性，即民眾預期得以自我實現。Chin, Guo and Lai (2009)以現金付現限制將貨幣引入模型中，在政府採取實質利率指標下，他們發現當購買投資財受流動性限制時，若生產外部性足夠大時，民眾樂觀預期得以自我實現。

以上討論動態均衡不確定性的文獻皆侷限於封閉經濟體系的分析，在開放經濟體系方面，Lahiri (2001)以人力資本驅動的內生成長模型，比較封閉經濟與開放經濟中均衡具不確定性的可能。Weder (2001)及 Meng and Valasco (2003,2004)則延伸 Benhabib and Farmer (1994)兩部門且生產函數具有外部性的研究，發現在國際資金完全自由移動下，開放經濟體系均衡相較封閉經濟體系均衡容易具有不確定性。Chin, Guo and Lai (2011)發現在小型開放體系下，若投資有調整成本，則生產的外部性足夠大時，經濟體系具不確定性；反之，則均衡具確定性。Lai and Chin (2011)在一小型開放的貨幣內生成長模型下，分析不同貨幣政策對於經濟體系的影響，其中，央行採行名目貨幣成長率指標或名目所得成長率指標時，經濟體系容易受到民眾預期的自我實現影響；然而，當央行採行通貨膨脹率指標時，則能避免經濟體系受到民眾的預期自我實現影響。

以通貨膨脹率指標作為貨幣政策的國家有許多，如英國、加拿大、澳洲、紐西蘭…等，早期大部分國家，一般以控制貨幣總數或利率的方式作為政策的中間目標，但在金融創新及自由化下，政府當局已無法單純以控制貨幣總數來穩定物價，因此通貨膨脹率指標逐漸嶄露頭角。實行通貨膨脹率指標的好處可歸納為以下兩點，其一是增加貨幣政策的透明度，如 Bernake and Mishkin (1997)及 Mishkin (2000)的分析；其二是直接控制最終目標而不經由中間目標，能避免中間目標與最終目標之間關係變化帶來的影響，如 Bernake and Mishkin(1992)所分析的貨幣流通速度不穩定(velocity instability)問題。

1.3 本文架構

本文一共包括四章。第一章為前言，介紹本文的研究動機與文獻回顧。第二章，我們建立一個考慮勞動供給內生化及小型開放的貨幣內生成長模型，探討央行實行名目貨幣供給成長率或通貨膨脹率兩種不同指標，以及購買投資財受流動性限制與否，會如何影響經濟體系的均衡確定性。第三章，則將投資的調整成本概念引入前一章所建構的模型，並排除購買投資財受流動性限制的情境，探討兩種指標對此經濟體系均衡確定性的影響。最後，將於第四章提出結論。

第二章 現金付現模型兩種指標分析

我們以 Benhabib and Farmer (1994)與 Wang and Yip (1992)的模型為基礎，建立一個考慮勞動供給內生化及現金付現限制的小型開放內生成長模型，並分別分析央行實行名目貨幣供給成長率和通貨膨脹率兩種不同指標下，以及現金付現限制的不同形式，對經濟體系的動態均衡確定性亦或不確定性是否有所影響。

2.1 基本模型

此經濟體系由生產部門、家計部門、政府與中央銀行所組成，因此以下我們將先逐步分析各部門的決策行為，並建構一個總體經濟模型，且在此模型架構下進行分析。

2.1.1 廠商

假定生產最終財的部門由許多同質的廠商組成，廠商的產出皆以 Cobb-Douglas 生產函數形式決定：

$$y = x\,k^{\alpha} n^{1-\alpha}\,;\, 0 < \alpha < 1, \tag{2.1}$$

式中 k 為實質資本，n 為勞動雇用量，x 代表生產技術的參數。

依據 Benhabib and Farmer (1994)與 Farmer and Guo (1994)，假定生產技術有以下的函數關係：

$$x = K^{1-\alpha} N^{(1-\alpha)\eta}\,;\, \eta > 0\,, \tag{2.2}$$

式中 η 為反應生產外部性的參數，K 與 N 分別為整體經濟的平均資本數量及勞動雇用量，即個別廠商生產的外部性。此函數源於 Romer(1986)的邊做邊學機制(learning by doing)，個別廠商在生產過程中所習得的知識，由於無法完全保密或擁有專利，因此對於其它廠商而言有正的外部性。

將式(2.2)代入式(2.1)可得[2]：

$$y = \left(K^{1-\alpha} N^{(1-\alpha)\eta}\right) k^{\alpha} n^{1-\alpha}\,. \tag{2.3}$$

---

[2] 此處我們假設資本的外部性 K 指數為 $(1-\alpha)$，是為了使模型能夠持續成長。

個別廠商的最適決策為：

$$\underset{k,n}{Max}\ \left(K^{1-\alpha}N^{(1-\alpha)\eta}\right)k^{\alpha}n^{1-\alpha}-rk-wn\,. \tag{2.4a}$$

式中r為資本租賃利率，w為實質工資。

由式(2.4a)可得：

$$r=\alpha\left(K^{1-\alpha}N^{(1-\alpha)\eta}\right)n^{1-\alpha}k^{\alpha-1} \tag{2.4b}$$

$$w=(1-\alpha)\left(K^{1-\alpha}N^{(1-\alpha)\eta}\right)n^{-\alpha}k^{\alpha}\,. \tag{2.4c}$$

式(2.4b)與式(2.4c)中，資本租賃利率r與資本邊際產量(marginal products of physical capital)相等，實質工資w與勞動邊際產量(marginal products of labor)相等。令整體經濟的廠商數目單位化為一；在對稱均衡下，每個廠商將雇用相同的勞動與資本。因此對所有廠商而言，$k=K$ 且$n=N$ 。

由式(2.3)、式(2.4b)及式(2.4c)可進一步推得：

$$y=n^{(1+\eta)(1-\alpha)}k\,, \tag{2.5}$$

$$r=\alpha n^{(1+\eta)(1-\alpha)}, \tag{2.6}$$

$$w=(1-\alpha)n^{(1+\eta)(1-\alpha)-1}k\,. \tag{2.7}$$

2.1.2 代表性個人

假設本國僅生產並消費一種貿易商品，在小型開放經濟體系下，人們將本國商品與外國商品視為完全替代品，且價格由國際市場所決定。在沒有貿易障礙的情境下，購買力平價說(purchasing power parity)成立並可表示成：

$$\pi=\pi^{*}+e\,, \tag{2.8}$$

其中π為本國通貨膨脹率，π^{*}為外國通貨膨脹率，定義E為名目匯率，$e(=\dot{E}/E)$為本國名目貨幣貶值率。

接著我們假設經濟體系有一生命無窮期(infinite-life)且具有完全預知能力(perfect-foresight)的代表性個人，該代表性個人從事跨期最適化決策。本國最終財、生產要素與國際資本市場皆為完全競爭。在代表性個人追求終生跨時效用折現總值極大下，令代表性個人的效用函數為：

$$U=\int_0^{\infty}\left\{\log c-A\frac{n^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon}\right\}e^{-\rho t}\,dt\;;\quad A>0\,. \tag{2.9}$$

式中c為個人消費，$\varepsilon>0$為勞動的跨時替代彈性倒數，$\rho>0$為時間偏好率。

依據 Wang and Yip (1992)與 Palivos et al. (1993)，代表性個人之所以持有貨幣，是由於購買消費財及部分投資財時，身邊必須保有貨幣，因此代表性個人面對以下的現金付現或稱流動性限制的條件：

$$c+\phi\, i\le m\;;\;\; \phi\in[0,1]. \tag{2.10}$$

定義M為名目貨幣餘額，P為本國物價，則個人消費與ϕ部分的投資必須以實質貨幣餘額$m\left(=M/P\right)$支付。

在考慮資本折舊下，購買機器設備會促成實質資本累積，因此代表性個人面對的實質資本累積方程式為：

$$\dot{k}=i-\delta k\,. \tag{2.11}$$

式中i為投資，$\delta\in\left(0,1\right)$為實質資本折舊率。

在各個時點下，代表性個人財富累積受限於總收入與總支出差額的流量限制，個人儲蓄可以本國資本、本國實質貨幣與國外債券的形式持有。定義B^*為以外國貨幣表示的國外債券，則$b^*\left(=EB/P\right)$為以本國產出表示的國外債券，假定每一單位的國外債券每期可獲得R^*單位的世界名目利率報酬。代表性個人的跨時預算限制式表示如下：

$$\dot{m}+\dot{b}^*=rk+wn+\left(R^*+e-\pi\right)b^*-c-i-\pi m+\tau\,, \tag{2.12}$$

式中τ為政府移轉性支出。

代表性個人在流動性限制式(2.10)、資本累積方程式(2.11)與預算限制式(2.12)的限制下，選擇$\left\{c、n、m、k、i、b^*\right\}_{t=0}^{\infty}$以追求個人終身效用折現值極大，其最適決策可表達如下：

$$\max \int_0^{\infty} \left\{ \log c - A\frac{n^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon} \right\} e^{-\rho t}\, dt,$$

$$\text{s.t.}\quad \dot{m} + \dot{b}^* = rk + wn + (R^* + e - \pi) b^* - c - i - \pi m + \tau,$$

$$\dot{k} = i - \delta k,$$

$$c + \phi i \le m.$$

令λ_a與λ_k分別為實質財富 a ($=m+b^*$)與資本存量k的影子價格，ψ為現金付現限制式的 Lagrange 乘數。假設在均衡時現金付現條件嚴格受限，因此$\psi > 0$。接著我們可設定以下的現值 Hamiltonian 函數H：

$$H = \left(\log c - A\frac{n^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon} \right) + \lambda_a \left[rk + wn + \left(R^* + e - \pi \right) b^* - c - i - \pi m + \tau \right]$$

$$+ \lambda_k (i - \delta k) + \psi (m - c - \phi i), \tag{2.13}$$

由式(2.13)可推得代表性個人的最適一階條件：

$$c:\quad \frac{1}{c} = \lambda_a + \psi, \tag{2.14a}$$

$$n:\quad A n^{\varepsilon} = w \lambda_a, \tag{2.14b}$$

$$i:\quad \lambda_k = \lambda_a + \phi \psi, \tag{2.14c}$$

$$k:\quad \dot{\lambda}_k = (\rho + \delta) \lambda_k - \lambda_a r, \tag{2.14d}$$

$$m:\quad \dot{\lambda}_a = (\rho + \pi) \lambda_a - \psi, \tag{2.14e}$$

$$b^*:\quad \dot{\lambda}_a = \left[\rho - \left(R^* + e - \pi \right) \right] \lambda_a. \tag{2.14f}$$

終端條件(transversality conditions)為：

$$\lim_{t \to \infty} \lambda_k k e^{-\rho t} = 0, \tag{2.15a}$$

$$\lim_{t \to \infty} \lambda_a m e^{-\rho t} = 0, \tag{2.15b}$$

$$\lim_{t \to \infty} \lambda_a b^* e^{-\rho t} = 0, \tag{2.15c}$$

由於代表性個人追求終生效用折現值的極大，因此，於最終之際，所有資產將不再能帶來效用。相對而言，若於未來無窮期時終端條件不為零，則累積的資產還能產生效用，代表性個人可經由調整決策來增加效用，這樣的情況下代表該決策並未達到終身效用折現值的極大。所以，終端條件需限制代表性個人於最終之際$\left(t\rightarrow\infty\right)$，持有資產所獲得的效用折現值為零。

2.1.3 政府與中央銀行

在開放體系下，本國貨幣供給來自國內信用與外匯存底加總，因此，在假設本國採取浮動匯率制度(flexible exchange rate)下，外匯存底將不會變動，本國貨幣供給將完全來自國內信用變動。此外，假定政府由央行發行本國名目貨幣作為唯一收入來源，並且政府將其收入以移轉性支付的方式交給民眾，則政府的預算限制式可表示為：

$$\tau=\frac{\dot{M}}{P}=\mu m\,, \tag{2.16}$$

其中μ為本國名目貨幣供給成長率，$m\left(=M/P\right)$為實質貨幣餘額，M為名目貨幣餘額，P為本國物價。因此，央行的實質貨幣供給式為：

$$\dot{m}=\mu m-\pi m\,, \tag{2.17}$$

將政府預算限制式(2.16)與式(2.17)代入代表性個人的預算限制式(2.12)可得：

$$\dot{b}^{*}=rk+wn+\left(R^{*}+e-\pi\right)b^{*}-c-i\ , \tag{2.18}$$

上式為社會資源限制式，描述本國國際收支平衡；等號左邊為資本帳，即國外債券淨累積，等號右邊為經常帳，即貿易帳與國外債券利息加總。由於社會資源限制式(2.18)為個人預算限制式(2.12)與本國政府預算限制式(2.16)的加總，意指只要任意兩式成立，第三式也必定成立。因此以下我們將只考慮政府預算限制式與社會資源限制式，省略個人預算限制式。

2.1.4 總體經濟模型

將式(2.6)至式(2.8)、式(2.10)、式(2.11)、式(2.14a)至(2.14f)與式(2.16)至(2.18)重述如下，總體經濟模型為：

$$r = \alpha n^{(1+\eta)(1-\alpha)}, \tag{2.19a}$$

$$w = (1-\alpha) n^{(1+\eta)(1-\alpha)-1} k, \tag{2.19b}$$

$$\frac{1}{c} = \lambda_a + \psi, \tag{2.19c}$$

$$A n^{\varepsilon} = w \lambda_a, \tag{2.19d}$$

$$\lambda_k = \lambda_a + \phi \psi, \tag{2.19e}$$

$$\dot{\lambda}_k = (\rho + \delta) \lambda_k - \lambda_a r, \tag{2.19f}$$

$$\dot{\lambda}_a = (\rho + \pi) \lambda_a - \psi, \tag{2.19g}$$

$$\dot{\lambda}_a = \left[\rho - \left(R^* + e - \pi \right) \right] \lambda_a , \tag{2.19h}$$

$$m = c + \phi i, \tag{2.19i}$$

$$\dot{k} = i - \delta k, \tag{2.19j}$$

$$\dot{m} = \mu m - \pi m, \tag{2.19k}$$

$$\tau = \mu m, \tag{2.19l}$$

$$\pi = \pi^* + e, \tag{2.19m}$$

$$\dot{b}^* = rk + wn + \left(R^* + e - \pi \right) b^* - c - i , \tag{2.19n}$$

式(2.19a)與式(2.19b)為廠商最適實質資本與勞動雇用量的選擇，式(2.19c)至式(2.19h)分別為個人最適消費、勞動供給、投資、實質資本、實質貨幣餘額及實質外國債券持有的選擇，式(2.19i)至式(2.19n)則分別為現金付現限制式、資本累積方程式、貨幣累積方程式、政府預算限制式、購買力平價說與社會資源限制式。

首先，依據以上總體經濟模型我們可求得代表性個人對不同資產間的跨期最適配置條件。由式(2.19g)與式(2.19h)可得國外債券b^*與本國實質貨幣m的無套利

條件(non-arbitrage condition)：

$$R^* + e - \pi = \frac{\psi}{\lambda_a} - \pi \,, \tag{2.20}$$

由上式可知持有國外債券的報酬率需等於持有本國實質貨幣的報酬率。國外債券的報酬率由三種因素組成，即國外名目利率(R^*)、本國貨幣貶值率上升(e)的利得與因本國物價上漲所帶來的損失$(-\pi)$。而本國實質貨幣的報酬率由持有實質貨幣的利得(ψ/λ_a)與因本國物價上漲造成的損失$(-\pi)$組成。我們可以由此式了解，如果購買商品沒有付現的限制，相當於式(2.13)的 Hamiltonian 函數限定$\psi = 0$。此時持有實質貨幣有負的報酬率，持有外國債券有正的報酬率，代表性個人當然不會持有貨幣。

令$q = \lambda_k/\lambda_a$，由式(2.19f)與式(2.19h)可得國外債券b^*與本國資本k的無套利條件為：

$$R^* + e - \pi = \frac{\dot{q}}{q} + \frac{r}{q} - \delta \,, \tag{2.21}$$

從上式可知持有國外債券的報酬率需等於投資本國資本的報酬率。本國資本的實質報酬率由三種因素組成，即資本利得率(rate of capital gain, $\dot{q}/q$)，以實質資本市場價格(q)衡量的邊際資本產量(r/q)，以及實質資本折舊損失$(-\delta)$。

2.2 名目貨幣供給成長率指標

在 2.2，我們將探討央行以名目貨幣供給成長率指標(money growth rate targeting)作為貨幣政策時，考慮現金付現限制條件不同的情況下，個人如何經由非基本面因素而形成的信念影響經濟體系。由於央行試圖經由控制名目貨幣供給成長率影響經濟體系，因此，我們視名目貨幣供給成長率μ為外生給定的政策參數，由 2.1.4 所推導的總體經濟模型，式(2.19a)至式(2.19n)，共十四條方程式，我們可求解模型中十四個內生變數，這些變數分別為r、w、c、n、i、k、m、b^*、λ_a、λ_k、ψ、π、τ、e，其中k、m、b^*、λ_a、λ_k涉及微分方程的處理。以下我們將

藉由數學推導，了解經濟體系的動態結構，求出經濟體系的均衡成長路徑，並探討模型的動態均衡特性；此外，為顯示購買投資財是否受流動性限制對均衡確定性的影響，將分別以購買消費財受流動性限制，以及購買消費財與部分投資財受流動性限制，兩種不同的情況來討論。

2.2.1 購買消費財受流動性限制

如同 Clower (1967)與 Lucas (1980)，在這個情境下，僅限制代表性個人於購買消費財時才必須付現，因此$\phi = 0$，由式(2.19e)可知此時$q = 1$。另外，由式(2.21)國外債券b^*與本國資本k的無套利條件可得：

$$R^* - \pi^* = r - \delta \,, \tag{2.22}$$

將上式代入式(2.19a)整理後可得：

$$n = \tilde{n} = \left(\frac{R^* - \pi^* + \delta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{(1+\eta)(1-\alpha)}}, \tag{2.23}$$

$\tilde{n}$為經濟體系達到均衡時的本國勞動雇用量。因此在購買投資財不受流動性限制下，透過資產間的無套利條件，均衡時的勞動雇用量將瞬時調整至式(2.23)。

接著，由貨幣累積方程式(2.19k)、購買力平價說式(2.19m)與現金限制式(2.19i)可推得本國消費成長率γ_c：

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{m}}{m} = \mu - \pi = \mu - \frac{\psi}{\lambda_a} + \left(R^* - \pi^*\right), \tag{2.24}$$

由於相關的經濟變數皆會持續地增加，為求取均衡，令轉換變數$v = 1/(\lambda_a c)$。據此，由式(2.19h)與本國消費成長率式(2.24)可推得：

$$\frac{\dot{v}}{v} = -\left(\frac{\dot{c}}{c} + \frac{\dot{\lambda}_a}{\lambda_a} \right) = -[\mu - (v-1) + \rho], \tag{2.25a}$$

在靜止均衡時$\dot{v} = 0$，令$\tilde{v}$為v的均衡值，則從式(2.25a)可得：

$$\tilde{v} = \mu + \rho + 1, \tag{2.25b}$$

由生產函數式(2.5)與式(2.23)可得在任何時點，本國產出成長率均等於本國資本成長率[3]。給定$v=1/(\lambda_a c)$下，可得靜止均衡的經濟成長率為$\tilde{\gamma}$：

$$\tilde{\gamma}=\tilde{\gamma}_c=\tilde{\gamma}_m=\tilde{\gamma}_k=\tilde{\gamma}_y=-\tilde{\gamma}_{\lambda_a}=\left(R^*-\pi^*\right)-\rho\,. \tag{2.26}$$

令s為式(2.25a)動態體系的特性根，則可得：

$$s=\tilde{v}>0\,, \tag{2.27}$$

依據 Burmeister (1980)、Buiter (1984) 及 Turnovsky (2000)，在理性預期的模型下，若跳躍變數的數目與正根數目相同，此時經濟體系才會存在唯一確定的均衡解；相對來說，假使正根數目小於跳躍變數數目時，經濟體系會有無限多個均衡成長路徑，也就是說，均衡具有不確定性。由於c可瞬時調整，λ_a是有前瞻性質的共狀態變數，因此v是跳躍變數。從式(2.27)得知，即使在勞動與資本外部性存在，且產出外部性足夠大的情境下，因動態體系的正根數目等於跳躍變數數目，此動態體系僅存在唯一收斂路徑至均衡解$\tilde{v}$。

當民眾期望未來實質資本的報酬上升，也就是期望未來資本邊際生產力(marginal productivity of capital,簡稱MPK)上升時，會減少今天的消費並增加投資。然而，由式(2.22)國外債券與本國資本的無套利條件可看出，$R^*-\pi^*=MPK-\delta$，為符合此無套利條件，本國資本報酬率等於一定值。因此，即使民眾對未來景氣保持樂觀的信念，並預期未來持有本國實質資本的邊際生產力將增加，也無法真正促使本國資本的邊際生產力增加；是以，原先樂觀的預期無法實現，經濟體系均衡具確定性。

在開放經濟體系下，央行以名目貨幣成長率為指標，若投資財不受流動性限制，由於本國資本報酬率等於一定值，因此即使勞動外部性足夠大，經濟體系均衡仍具確定性，故不會受到民眾自我信念預期的衝擊影響。

[3] 由於在任何時點下勞動雇用量皆會瞬時調整至均衡值式(2.23)，勞動雇用量不會持續成長，因此由生產函數式$y=n^{(1+\eta)(1-\alpha)}k$可得$\gamma_k=\gamma_y$。

2.2.2 購買消費財與部分投資財受流動性限制

將式(2.19c)代入式(2.19d)整理後，可得個人消費與勞動的最適選擇為：

$$w^{s}=\frac{An^{\varepsilon}c}{(1-\psi c)}, \tag{2.28a}$$

式(2.28a)表示勞動供給價格$\left(w^{s}\right)$將等於消費與勞動的邊際替代率(marginal rate of substitution)，根據消費與勞動的邊際替代率定義，上式也可視為個人的勞動供給函數。此外，由式(2.19b)可知廠商的勞動需求函數為：

$$w^{d}=(1-\alpha)n^{(1+\eta)(1-\alpha)-1}k, \tag{2.28b}$$

從式(2.28a)與(2.28b)可得知勞動供給曲線與勞動需求曲線斜率分別為ε與$(1+\eta)(1-\alpha)-1$。結合上述二式，並令$x=c/k$，我們可以將勞動市場均衡表現如下：

$$\frac{An^{\varepsilon}x}{(1-\psi c)}=(1-\alpha)n^{(1+\eta)(1-\alpha)-1}, \tag{2.28c}$$

由上述關係式與式(2.19e)，我們可求得滿足勞動市場均衡下的勞動雇用量：

$$n(x,q)=\left[\frac{(1-\alpha)\phi}{Ax(\phi+q-1)}\right]^{\frac{1}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}, \tag{2.29}$$

依據式(2.29)，我們可以推得勞動雇用量與本國消費—實質資本比x、實質資本市場價格q關係為[4]：

$$n_x,n_q>0,\ 若\ \varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)<0,$$

$$n_x,n_q<0,\ 若\ \varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)>0,$$

由上述可知，$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)$的值在決定$n_x$、$n_q$的符號上扮演了一重要角色。在給定勞動供給曲線斜率為ε與勞動需求曲線斜率為$(1+\eta)(1-\alpha)-1$之下，可推論$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)$的正負符號決定於勞動供給曲線的斜率與勞動需

[4] $n_x=\frac{1}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\left[\frac{(1-\alpha)\phi}{Ax(\phi+q-1)}\right]^{\frac{1}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}\left(\frac{-1}{x}\right)$；

$n_q=\frac{1}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\left[\frac{(1-\alpha)\phi}{Ax(\phi+q-1)}\right]^{\frac{1}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}\left(\frac{-1}{q}\right)$。

求曲線斜率的相對大小。因此，當勞動供給曲線斜率大於勞動需求曲線斜率時，勞動雇用量n與本國消費—實質資本比x、實質資本市場價格q存在負向關係；然而，當勞動供給曲線斜率小於勞動需求曲線斜率時，勞動雇用量n與本國消費—實質資本比x、實質資本市場價格q存在正向關係。

以下我們以圖 2.1、圖 2.2 與圖 2.3 就三種不同情況下，闡述式(2.29)中本國消費—實質資本比、實質資本市場價格與勞動雇用量之間的關係。其中，圖 2.1 描繪勞動需求曲線斜率小於零，即$(1+\eta)(1-\alpha)-1<0$的情況；圖 2.2 描繪勞動需求曲線斜率大於零，但勞動供給曲線斜率仍較勞動需求曲線陡峭的情況，即$\varepsilon<(1+\eta)(1-\alpha)-1$；圖 2.3 描繪勞動需求曲線斜率大於零且勞動供給曲線斜率較勞動需求曲線平坦的情況，即$(1+\eta)(1-\alpha)-1>\varepsilon$。

從圖 2.1 可知，當勞動需求曲線斜率小於零時，勞動供給曲線斜率必大於總合勞動需求曲線。假設期初本國消費—實質資本比為x_0，實質資本市場價格為q_0，且勞動市場均衡在勞動供給曲線$S(x_0,q_0)$與總和勞動需求曲線$D(x_0,q_0)$的交點Q_0，此時實質工資與均衡勞動雇用量分別為w_0與n_0。當本國消費—實質資本比由x_0增加為x_1時，將使勞動供給曲線$S(x_0,q_0)$上移至$S(x_1,q_0)$，且總合勞動需求曲線$D(x_0,q_0)$上移至$D(x_1,q_0)$，新均衡點為$S(x_1,q_0)$與$D(x_1,q_0)$的交點Q_1，此時實質工資與均衡勞動雇用量分別為w_1與n_1。因此，本國消費—實質資本比上升將使得均衡時的實質工資增加，但均衡勞動雇用量減少。

接著由圖 2.2 可看出，即使勞動需求曲線斜率大於零，但勞動供給曲線斜率仍大於勞動需求曲線斜率的情況下，當本國消費—實質資本比由x_0增加為x_1時，與圖 2.1 相似，此時勞動供給曲線將由$S(x_0,q_0)$上移至$S(x_1,q_0)$，勞動需求曲線也由上移至$D(x_1,q_0)$，而兩曲線相交點即為新均衡Q_1，且實質工資與均衡勞動雇用量分別為w_1與n_1。因此，本國消費—實質資本比上升會使得均衡時的實質工資與均衡勞動雇用量相對於期初均衡下降。

由上述兩個例子可知，當勞動供給曲線斜率大於勞動需求曲線斜率的情況下(即$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)>0$)，增加本國消費—實質資本比$x$，將促使均衡時的勞動雇用量$n$減少。

在圖 2.3 勞動需求曲線斜率大於勞動供給曲線(即$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)<0$)的情況下，當本國消費—實質資本比由$x_0$增加為$x_1$時，勞動供給曲線將由$S(x_0,q_0)$上移至$S(x_1,q_0)$，勞動需求曲線也由$D(x_0,q_0)$上移至$D(x_1,q_0)$，而勞動市場新均衡點為$Q_1$。在新的均衡情況下，實質工資由$w_0$上升為$w_1$且均衡勞動雇用量也從$n_0$增加為$n_1$。

因此我們可以推得，在勞動需求曲線斜率大於勞動供給曲線時(即$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)<0$)，本國消費—實質資本比增加$x$會促使均衡勞動雇用量$n$減少。

接著我們可由式(2.19c)與式(2.19e)推得本國消費成長率γ_c：

$$\frac{\dot{c}}{c}=\left(\frac{\phi-1}{\phi+q-1}\right)\frac{\dot{q}}{q}-\rho-\delta+\frac{r}{q}, \tag{2.30a}$$

令$z=m/k$，由現金付現限制式(2.19i)與資本累積方程式(2.19j)可得資本成長率γ_k：

$$\frac{\dot{k}}{k}=\frac{1}{\phi}(z-x)-\delta, \tag{2.30b}$$

將式(2.19k)、式(2.19e)與式(2.20)整理過後可得本國實質貨幣成長率γ_m為：

$$\frac{\dot{m}}{m}=\mu-\left(\frac{q-1}{\phi}\right)-\left(R^*-\pi^*\right), \tag{2.30c}$$

依先前定義的三個轉換變數$(q、z、x)$，微分方程式表示如下：

$$\frac{\dot{q}}{q}=\frac{\dot{\lambda}_k}{\lambda_k}-\frac{\dot{\lambda}_a}{\lambda_a}=\left(R^*-\pi^*+\delta\right)-\frac{\alpha}{q}\left[\frac{(1-\alpha)\phi}{Ax(\phi+q-1)}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}, \tag{2.31a}$$

$$\frac{\dot{z}}{z}=\frac{\dot{m}}{m}-\frac{\dot{k}}{k}=\mu-\left(\frac{q-1}{\phi}\right)+\left(R^{*}-\pi^{*}\right)-\frac{1}{\phi}(z-x)-\delta\,, \tag{2.31b}$$

$$\frac{\dot{x}}{x}=\frac{\dot{c}}{c}-\frac{\dot{k}}{k}=\left(\frac{\phi-1}{\phi+q-1}\right)\frac{\dot{q}}{q}-\rho+\frac{\alpha}{q}\left[\frac{(1-\alpha)\phi}{A\,x(\phi+q-1)}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}-\frac{1}{\phi}(z-x). \tag{2.31c}$$

由 $\dot{q}=\dot{x}=\dot{z}=0$ 我們可求得在靜止均衡時各轉換變數的均衡值會滿足下列關係：

$$\left(R^{*}-\pi^{*}+\delta\right)-\frac{\alpha}{q}\left[\frac{(1-\alpha)\phi}{A\,x(\phi+q-1)}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}=0\,, \tag{2.32a}$$

$$\mu-\left(\frac{q-1}{\phi}\right)+\left(R^{*}-\pi^{*}\right)-\frac{1}{\phi}(z-x)-\delta=0\,, \tag{2.32b}$$

$$\frac{\alpha}{q}\left[\frac{(1-\alpha)\phi}{A\,x(\phi+q-1)}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}-\frac{1}{\phi}(z-x)-\rho=0\,. \tag{2.32c}$$

由於假設代表性個人有固定的時間稟賦(endowed with a unit of time)，因此在經濟體系達到均衡成長路徑時，勞動雇用量不會持續成長而會收斂至一定值 $\tilde{n}$，故此時本國勞動雇用量的成長率為零，又靜止均衡時 $\dot{q}=\dot{x}=\dot{z}=0$，給定 $q=\lambda_{k}/\lambda_{a}$、$z=m/k$ 與 $x=c/k$ 的定義下，則可得經濟體系的均衡成長率為 $\tilde{\gamma}$[5]：

$$\tilde{\gamma}=\tilde{\gamma}_{c}=\tilde{\gamma}_{m}=\tilde{\gamma}_{k}=\tilde{\gamma}_{y}=\left(R^{*}-\pi^{*}\right)-\rho\,. \tag{2.33}$$

對動態系統式(2.31a)至式(2.31c)的靜止均衡值式(2.32a)至式(2.32c)做一階泰勒展開：

$$\begin{bmatrix}\dot{q}\\ \dot{z}\\ \dot{x}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}F_{q} & F_{z} & F_{x}\\ J_{q} & J_{z} & J_{x}\\ Q_{q} & Q_{z} & Q_{x}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q-\tilde{q}\\ z-\tilde{z}\\ x-\tilde{x}\end{bmatrix}. \tag{2.34}$$

以上 Jacobian 矩陣式中，各偏導數之關係分別為：

$$F_{q}=R^{*}-\pi^{*}+\delta+\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\frac{\tilde{r}}{(\phi+\tilde{q}-1)}\,, \tag{2.35a}$$

[5] 在式(2.33)成立下，終端條件式(2.15a)及式(2.15b)必成立。此外，為滿足終端條件式(2.15c)，還需滿足附錄 A 所推得的條件。

$$F_z = 0\,, \tag{2.35b}$$

$$F_x = \frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\frac{\tilde{r}}{\tilde{x}}\,, \tag{2.35c}$$

$$J_q = -\frac{\tilde{z}}{\phi}\,, \tag{2.35d}$$

$$J_z = -\frac{\tilde{z}}{\phi}\,, \tag{2.35e}$$

$$J_x = \frac{\tilde{z}}{\phi}\,, \tag{2.35f}$$

$$Q_q = -\frac{\tilde{x}\,\tilde{r}}{(\phi+\tilde{q}-1)^2}\left\{\frac{(\phi+\tilde{q}-1)}{\tilde{q}}+\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\right\}, \tag{2.35g}$$

$$Q_z = -\frac{\tilde{x}}{\phi}\,, \tag{2.35h}$$

$$Q_x = \frac{-\tilde{r}}{(\phi+\tilde{q}-1)}\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}+\frac{\tilde{x}}{\phi}\,. \tag{2.35i}$$

動態體系(2.34)的特性方程式如下：

$$-s^3 + TrJ\,s^2 - BJ\,s + DetJ = 0\,, \tag{2.36a}$$

式中

$$TrJ = \rho > 0\,, \tag{2.36b}$$

$$BJ = \frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\frac{\tilde{r}\,\tilde{x}}{(\phi+\tilde{q}-1)\phi}+\left(\frac{\tilde{x}}{\phi}-\frac{\tilde{z}}{\phi}\right)\frac{\tilde{r}}{\tilde{q}}\,, \tag{2.36c}$$

$$DetJ = \frac{\alpha(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\frac{\tilde{z}}{\phi^2}\left[\frac{(1-\alpha)\phi}{A\tilde{x}(\phi+\tilde{q}-1)}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}. \tag{2.36d}$$

在上述的動態系統中我們可看出，由於c與m皆可瞬時調整，又λ_a是有前瞻性質的共狀態變數，因此q、z、x皆是跳躍變數。由此可知，如三個特性根皆大於零，則在靜止均衡時會存在一唯一成長路徑收斂至均衡值；相對來說，假使其中一特性根小於零，則會有均衡不確定的情況。

從式(2.36a)根與係數的關係可知，$s_1 s_2 s_3 = DetJ$的符號由

$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)$的符號決定；我們可利用 Routh 定理(Routh Theorem)來判定式(2.36a)的正實根數目，依據該定理，式(2.36a)的正實根數目等於以下數列正負符號的變動數目：

$$-1 \qquad TrJ \qquad -BJ+\frac{DetJ}{TrJ} \qquad DetJ\ . \tag{2.36e}$$

由式(2.36e)我們可以得到以下推論。當$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)>0$時，經濟體系均衡具確定性[6]；當$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)<0$時，均衡有不確定性。

接著，我們將解釋以上所求得的結果。由式(2.28b)我們可得均衡工資—工時軌跡(equilibrium wage-hours locus)斜率為$(1+\eta)(1-\alpha)-1$，式(2.28a)可知家計單位的勞動供給線斜率為ε。由上述的條件可知，若均衡工資—工時軌跡為正斜率且大於勞動供給線斜率時，經濟體系均衡具不確定性。相對來說，若產出外部性η不夠大時，均衡工資—工時軌跡較勞動供給線為平坦，此時均衡具確定性，民眾的樂觀預期無法實現。

假設民眾對未來經濟持有樂觀預期，期望未來實質資本市場價格q上升，在此信念下，他們將會傾向增加今天的投資並減少今天的消費，以增加未來的消費。然而，當民眾期望實質資本市場價格q上升時，會產生以下兩種效果：首先，資本數量增加會使資本邊際生產力 *MPK* 下降；其次，未來消費的增加將促使勞動供給曲線上移，均衡勞動雇用量增加，經由生產外部性，使得資本邊際生產力 *MPK* 上升。當產出的外部性η足夠大，使$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)<0$，後者的效果將大於前者，下期的資本邊際生產力 *MPK* 上揚，民眾的樂觀預期得以實現。

由 2.2.1 及 2.2.2 的分析結果可知，與 Chin, Guo and Lai (2009)的封閉體系相同，僅有購買消費財受流動性限制時，均衡具確定性；當購買投資財同時受流動性限制時，均衡具不確定性的條件為$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)<0$。這是由於在開放體系下，國外債券報酬率固定，因此從貨幣與國外債券無套利條件式(2.20)可知

[6]當$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)>0$，須使$-BJ+DetJ/TrJ$為負值，式(2.36e)數列的正負符號為$(-+-+)$，式(2.36a)有三正根。

$\lambda_a(R^* - \pi^* + \pi) = \psi$ ，其效果如同 Chin, Guo and Lai (2009)封閉體系下釘住實質利率指標，使$\lambda_a(r+\pi)=\psi$ ，因此兩者在分析結論上相同。

2.3 通貨膨脹率指標

在這裡我們將分析當央行以通貨膨脹率指標(inflation targeting)作為貨幣政策時，以及當現金限制條件不同的情況下，個人無法經由自我信念實現影響經濟體系。由於央行試圖經由控制通貨膨脹率影響經濟體系，因此，我們視通貨膨脹率π為外生給定的政策參數，由 2.1.4 所推導的總體經濟模型，式(2.19a)至式(2.19n)，共十四條方程式，我們可求解模型中的十四個內生變數，這些變數分別為r、w、c、n、i、k、m、b^*、λ_a、λ_k、ψ、μ、τ、e，其中k、m、b^*、λ_a、λ_k五個變數涉及微分方程的處理。以下我們將藉由數學推導，了解經濟體系的動態結構，求出經濟體系的均衡成長路徑，並探討模型的動態均衡特性；此外，如同 2.2，我們也分別以購買消費財受流動性限制，以及購買消費財與部分投資財受流動性限制，兩種不同情境來討論。

2.3.1 購買消費財受流動性限制

首先，我們將推導在滿足勞動市場均衡下，勞動雇用量n的瞬時調整式，接著再討論相關經濟變數的成長路徑。在限定購買消費財必須付現即$\phi=0$的情境下，由式(2.19e)可知此時$q=1$。另外，由式(2.21)國外債券b^*與本國資本k的套利條件可得：

$$R^* - \pi^* = r - \delta \,, \tag{2.22}$$

將上式代入式(2.19a)整理後可得：

$$n = \tilde{n} = \left(\frac{R^* - \pi^* + \delta}{\alpha} \right)^{\frac{1}{(1+\eta)(1-\alpha)}} , \tag{2.23}$$

$\tilde{n}$為經濟體系達到均衡時的本國勞動雇用量。由此可知透過資產間的套利條件，均衡時的勞動雇用量將瞬時調整至式(2.23)。假設轉換變數為本國消費—實質資本比

$x = c / k$，將式(2.23)代入勞動市場均衡式(2.28c)，則可得滿足勞動市場瞬時均衡下的本國消費—實質資本比：

$$x = \tilde{x} = \frac{(1-\alpha)}{A(1+\pi+R^*-\pi^*)}\left(\frac{\alpha}{R^*-\pi^*+\delta}\right)^{\frac{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}{(1+\eta)(1-\alpha)}}, \tag{2.37}$$

由此可知本國消費—實質資本比x在任何時點下皆將瞬時調整至式(2.37)，而不需經過動態調整過程，即能達到均衡的狀態。

經由式(2.5)、式(2.23)與式(2.37)可知，在任何時點下本國資本與本國產出成長率等於本國消費成長率，因此我們可得：

$$\tilde{\gamma} = \tilde{\gamma}_c = \tilde{\gamma}_k = \tilde{\gamma}_y = (R^* - \pi^*) - \rho . \tag{2.38}$$

從上述推導我們可知，本國資本、本國消費及產出成長率都將瞬間調整至式(2.38)，並達到均衡成長路徑，而不需經過動態調整過程。此外，透過社會資源限制式(2.19n)，可推導國外債券的成長率為[7]：

$$\frac{\dot{b}^*}{b^*} = (R^* - \pi^*) + B\frac{c}{b^*}, \tag{2.39}$$

其中 $B = \left\{A\left(1+\pi+R^*-\pi^*\right)\left[n^{(1+\eta)(1-\alpha)} - (R^*-\pi^*)+\rho\right] / (1-\alpha) n^{(1+\eta)(1-\alpha)-(1+\varepsilon)}\right\} - 1$。假設轉換變數為本國消費—國外債券比$u = c / b^*$，此時為滿足終端條件式(2.15c)必須滿足下述條件[8]：

$$B\tilde{u} < 0 , \tag{2.40}$$

由式(2.39)可知，國外債券成長率與本國消費—國外債券比u有關，當國外債券於均衡成長路徑時，本國消費與外國債券將有相同的成長率。此外由式(2.38)與式(2.39)，可得u的微分方程式為：

$$\frac{\dot{u}}{u} = -\rho - Bu , \tag{2.41}$$

當經濟體系達到均衡時$\dot{u} = 0$，由式(2.41)可知，此時均衡值$\tilde{u}$為：

---

[7] 詳見附錄 B。

[8] 將式(2.39)代入終端條件式(2.15c)，$\lim_{t\to\infty}\lambda_a(0)b^* e^{-\rho t} = \lambda_a(0)b^*(0)\lim_{t\to\infty}\exp(B\tilde{u}t)=0$；因此為符合終端條件$B\tilde{u} < 0$。

$$\tilde{u} = -\frac{\rho}{B}, \tag{2.42}$$

令此動態體系的特性根為s，則：

$$s = -B\tilde{u}. \tag{2.43}$$

由上式可知，在此動態體系中存在一正根。而在理性預期的模型下，若跳躍變數的數目與正根數目相同，此時經濟體系才會存在唯一確定的均衡解。由於c可瞬時調整，因此u是跳躍變數，從式(2.43)得知，因動態體系的正根數目等於跳躍變數數目，此動態體系僅存在唯一收斂路徑至均衡解$\tilde{u}$，即使在勞動與資本外部性存在，且產出外部性足夠大的情境下，此時經濟體系中的均衡具確定性。

由此可知，雖然當民眾期望未來實質資本的報酬率上升時，會傾向減少今天的消費並增加投資。但在符合式(2.22)國外債券與本國資本的無套利條件下，本國資本報酬率將等於固定參數。因此，即使民眾在初始形成對未來景氣表示樂觀的信念，並預期未來持有本國實質資本的邊際生產力將增加，也無法真正促使本國資本的邊際生產力增加；是以，原先樂觀的預期無法實現，經濟體系均衡具確定性。併同 2.2.1 的分析，不論央行採行名目貨幣成長率指標或通貨膨脹率指標，若購買投資財不受流動性限制，在小型開放經濟下，由於外國實質利率為一定值，為符合資產間的無套利條件，貨幣的存在也無法促使民眾增加投資，因此經濟體系的動態均衡具確定性。

2.3.2 購買消費財與部分投資財受流動性限制

同樣的，我們首先推導，在滿足勞動市場均衡下，勞動雇用量n的瞬時調整式，接著再討論相關經濟變數的成長路徑。由貨幣與國外債券的無套利條件式(2.20)、購買力平價說式(2.19m)與式(2.19e)整理後可得：

$$q = 1 + \phi\left(\pi + R^* - \pi^*\right), \tag{2.44}$$

從上式可知q此時為一定值，在給定$q = \lambda_k / \lambda_a$之下，可推得$\dot{\lambda}_k = \dot{\lambda}_a$。將上式帶入國外債券與資本的無套利條件式(2.21)可得：

$$R^{*}-\pi^{*}=\frac{r}{1+\phi\left(\pi+R^{*}-\pi^{*}\right)}-\delta\,, \tag{2.45}$$

由式(2.45)可知，當央行採通貨膨脹率指標作為貨幣政策時，資本的邊際生產力等於一定值。將式(2.45)與式(2.19a)聯立求解，我們可得：

$$n=\tilde{n}=\left\{\frac{\left(R^{*}-\pi^{*}-\delta\right)\left[1+\phi\left(\pi+R^{*}-\pi^{*}\right)\right]}{\alpha}\right\}^{\frac{1}{(1+\eta)\,(1-\alpha)}}\,, \tag{2.46}$$

從式(2.46)可以了解，當政府採行釘住通貨膨脹指標的貨幣政策時，透過資產間的無套利條件，均衡勞動雇用量將瞬時調整至式(2.46)。而對應此均衡勞動雇用量，此時勞動市場也將決定一均衡的實質工資，因此，假設轉換變數為本國消費—實質資本比 $x=c/k$，將式(2.44)及式(2.46)代入式(2.29)，則可得滿足勞動市場瞬時均衡下的本國消費—實質資本比 x：

$$x=\tilde{x}=\frac{(1-\alpha)}{A\left(1+\pi+R^{*}-\pi^{*}\right)}\left\{\frac{\alpha}{\left(R^{*}-\pi^{*}+\delta\right)\left[1+\phi\left(\pi+R^{*}-\pi^{*}\right)\right]}\right\}^{\frac{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}{(1+\eta)(1-\alpha)}} \tag{2.47}$$

由此可知本國消費—實質資本比 x 在任何時點下皆將瞬時調整至式(2.47)，而不需經過動態調整過程，即能達到均衡的狀態。

求解完勞動雇用量的瞬時調整式後，接下來我們將討論相關經濟變數成長路徑。經由式(2.5)、式(2.46)與式(2.47)可知，在任何時點下本國資本與本國產出成長率等於本國消費成長率，因此我們可得：

$$\tilde{\gamma}=\tilde{\gamma}_{c}=\tilde{\gamma}_{k}=\tilde{\gamma}_{y}=\left(R^{*}-\pi^{*}\right)-\rho\,. \tag{2.48}$$

從上述推導我們可知，本國資本、本國消費及產出成長率都將瞬間調整至式(2.48)，並達到均衡成長路徑，而不需經過動態調整過程。此外，透過社會資源限制式(2.19n)，可推導國外債券的成長率為[9]：

$$\frac{\dot{b}^{*}}{b^{*}}=\left(R^{*}-\pi^{*}\right)+\zeta\frac{c}{b^{*}}\,, \tag{2.49}$$

[9] 詳見附錄 C。

其中$\zeta=\left\{A\left(1+\pi+R^{*}-\pi^{*}\right)\left[n^{(1+\eta)(1-\alpha)}-\left(R^{*}-\pi^{*}\right)+\rho\right]/\left(1-\alpha\right)n^{(1+\eta)(1-\alpha)-(1+\varepsilon)}\right\}-1$。假設轉換變數為本國消費—國外債券比$u=c/b^{*}$，此時為滿足終端條件式(2.15c)必須滿足下述條件[10]：

$$\zeta\tilde{u}<0\,, \tag{2.50}$$

由式(2.49)可知，國外債券成長率與本國消費—國外債券比u有關，當國外債券於均衡成長路徑時，本國消費與外國債券將有相同的成長率。此外由式(2.48)與式(2.49)，可得u的微分方程式為：

$$\frac{\dot{u}}{u}=-\rho-\zeta u\,, \tag{2.51}$$

由於在經濟體系達到均衡時，所有經濟變數成長率將不再變動，因此$\dot{u}=0$，而均衡值為：

$$\tilde{u}=-\frac{\rho}{\zeta}\,, \tag{2.52}$$

令此動態體系的特性根為s，則：

$$s=-\zeta\tilde{u}\,. \tag{2.53}$$

由上式可知，在此動態體系中存在一正根。而在理性預期的模型下，若跳躍變數的數目與正根數目相同，此時經濟體系才會存在唯一確定的均衡解。由於c可瞬時調整，因此u是跳躍變數，從式(2.53)得知，因動態體系的正根數目等於跳躍變數數目，此動態體系僅存在唯一收斂路徑至均衡解$\tilde{u}$，即使在勞動與資本外部性存在，且產出外部性足夠大的情境下，此時經濟體系中的均衡仍具確定性。

由此可知，和央行採行名目貨幣成長率指標的情境不同，當央行採行通貨膨脹率指標時，由於國外債券報酬率及通貨膨脹率皆被釘住(即名目利率被釘住)，因此 $q=1+\phi\left(\pi+R^{*}-\pi^{*}\right)$為一定值(故$\dot{q}/q=0$)，由國外債券與本國資本無套利條件式(2.21)可知，此時實質資本的報酬率為一定值，即使民眾對未來經濟保持樂觀預期，期望未來資本的報酬率上升，並減少今天的消費並增加投資，也會因為

[10] 將式(2.49)代入終端條件式(2.15c)，$\lim_{t\to\infty}\lambda_a(0)b^{*}e^{-\rho t}=\lambda_a(0)b^{*}(0)\lim_{t\to\infty}\exp(\zeta\tilde{u}t)=0$；因此為符合終端條件$\zeta\tilde{u}<0$。

必須符合無套利條件的緣故，無法真正促使資本的報酬率上升，是以，原先樂觀的預期無法實現。此與 Lai and Chin (2011)的結論相同，相較於名目貨幣成長率指標，當央行採行通貨膨脹率指標時，有助於避免經濟體系受民眾自我信念預期實現的衝擊影響。

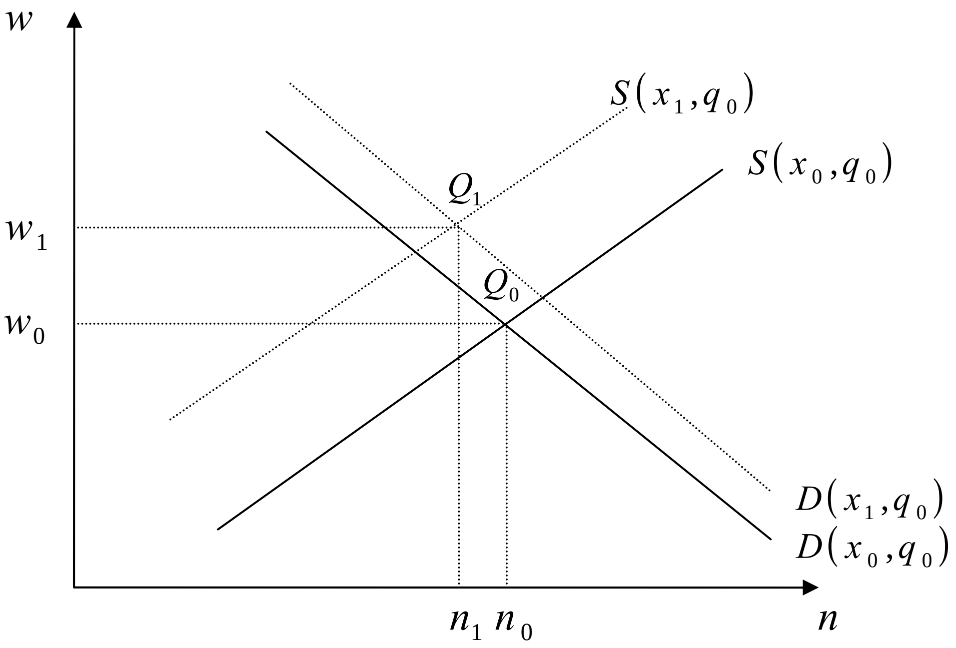

圖 2.1 $(1+\eta)(1-\alpha)-1 < 0$

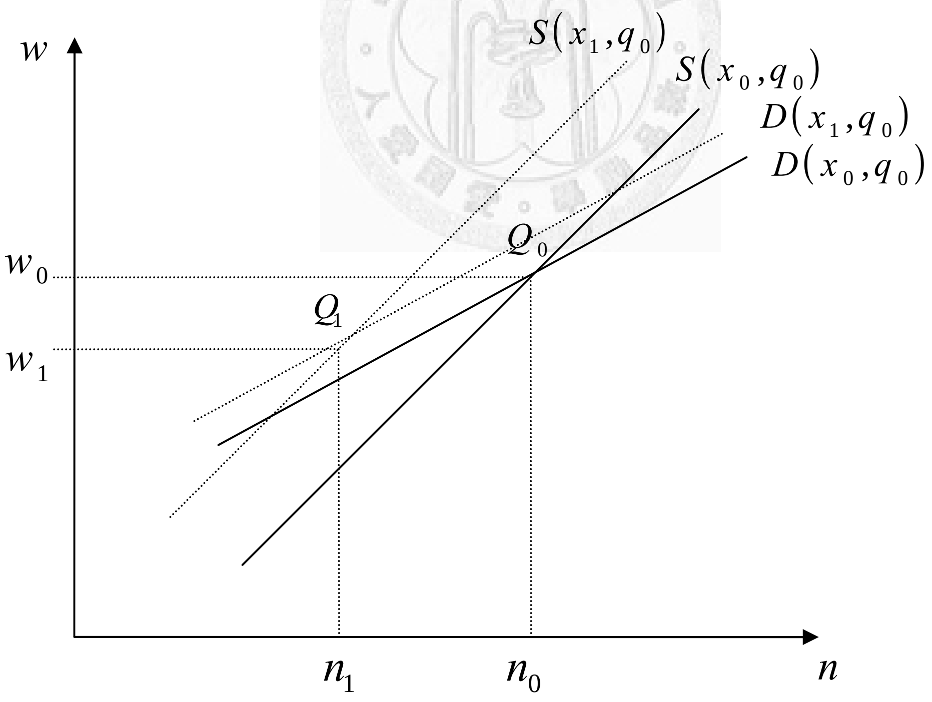

圖 2.2 $0 < (1+\eta)(1-\alpha)-1 < \varepsilon$

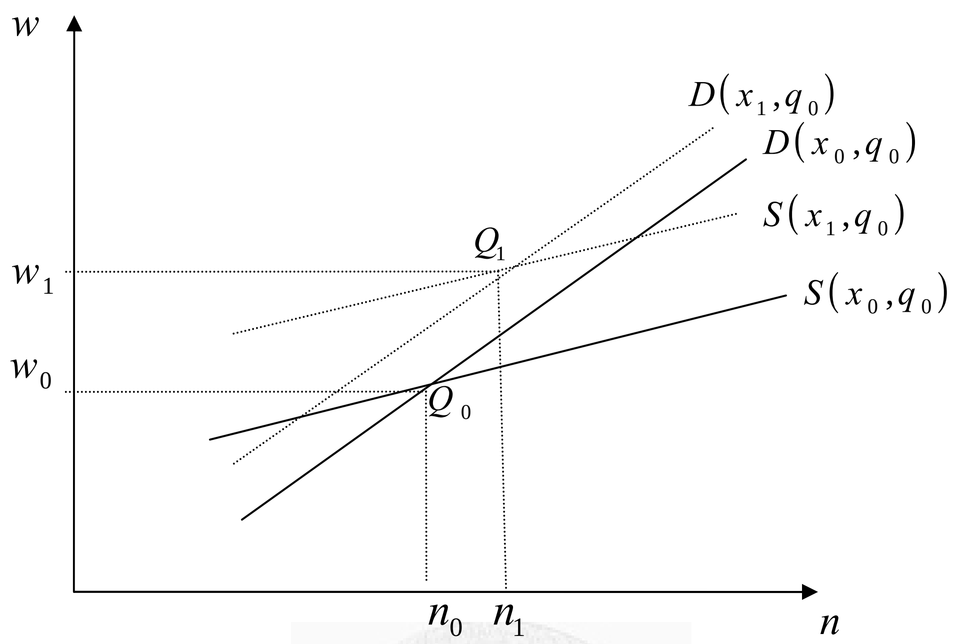

圖 2.3 $(1+\eta)(1-\alpha)-1 > \varepsilon$

第三章 調整成本模型兩種指標分析

在這裡我們將投資的調整成本概念引入模型中，依此分別分析央行實行名目貨幣供給成長率和通貨膨脹率兩種不同指標下，是否影響經濟體系均衡，使其具確定性亦或不確定性。

3.1 基本模型

此經濟體系仍由生產部門、家計部門、政府與中央銀行所組成，模型的設置於 2.1 相似，但由於現在投資需要調整成本，並限制代表性個人僅於購買消費財時才需付現，家計部門的決策行為因而有些許變動，以下我們將個別敘述之。

3.1.1 代表性個人、廠商、政府與央行

此處代表性個人之所以持有貨幣，是由於購買消費財身邊必須保有貨幣，因此代表性個人面對現金付現限制的條件：

$$c \le m \,, \tag{3.1}$$

另外，假定投資需要裝置成本(installation costs)，當增加投資時除了機器的購買成本，尚需額外付出的裝置或運輸成本，該成本也被稱為調整成本(adjustment costs)，此處依據 Hayashi (1982)與 Turnovsky (1996)的設定，當投資相對資本存量的比例越高時，調整成本也越高，因此調整成本函數定義[11]為：

$$\Omega(i,k) = i\left(1+\frac{h}{2}\frac{i}{k}\right); \quad h \ge 0 \,, \tag{3.2}$$

式中 h 反映調整成本的敏感度。且由上式可知，$\Omega_i > 0$，$\Omega_{ii} > 0$，投資總成本會隨著投資數量遞增。

代表性個人的跨時預算限制式表示如下：

$$\dot{m} + \dot{b}^* = rk + wn + \left(R^* + e - \pi\right)b^* - c - i\left(1+\frac{h}{2}\frac{i}{k}\right) - \pi m + \tau \,, \tag{3.3}$$

[11] 調整成本受投資與資本比影響的概念，可以裝置過程中的邊做邊學來解釋。Feichtinger et al. (2001, 頁 255)提及，如資本存量大，代表廠商過去已有許多裝置機器的經驗，也就是說它們在裝置新機器時能更有效率。

代表性個人在流動性限制式(3.1)、資本累積方程式(2.11)與預算限制式(3.3)的限制下，選擇$\left\{c、n、m、k、i、b^*\right\}_{t=0}^{\infty}$以追求個人終身效用折現值極大，我們將代表性個人最適決策敘述如下：

$$\max \int_0^{\infty}\left\{\log c - A\frac{n^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon}\right\}e^{-\rho t}\,dt,$$

$$\text{s.t. } \dot{m}+\dot{b}^* = rk + wn + (R^*+e-\pi)b^* - c - i\left(1+\frac{h}{2}\frac{i}{k}\right) - \pi m + \tau,$$

$$\dot{k} = i - \delta k,$$

$$c \le m.$$

令λ_a與λ_k分別為實質財富$a\left(=m+b^*\right)$與資本存量k的影子價格，ψ為現金付現限制式的 Lagrange 乘數。假設在均衡時現金付現條件嚴格受限，因此$\psi>0$。接著我們可設定以下的現值 Hamiltonian 函數H：

$$H=\left(\log c - A\frac{n^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon}\right)+\lambda_a\left[rk + wn + (R^*+e-\pi)b^* - c - i\left(1+\frac{h}{2}\frac{i}{k}\right)\right.$$
$$\left. -\pi m + \tau\right] + \lambda_k(i-\delta k) + \psi(m-c), \tag{3.4}$$

由式(3.4)可推得代表性個人的最適一階條件：

$$c:\ \frac{1}{c} = \lambda_a + \psi, \tag{3.5a}$$

$$n:\ An^{\varepsilon} = w\lambda_a, \tag{3.5b}$$

$$i:\ \lambda_k = \lambda_a\left(1+\frac{hi}{k}\right), \tag{3.5c}$$

$$k:\ \dot{\lambda}_k = (\rho+\delta)\lambda_k - \lambda_a\left(r+\frac{h}{2}\frac{i^2}{k^2}\right), \tag{3.5d}$$

$$m:\ \dot{\lambda}_a = (\rho+\pi)\lambda_a - \psi, \tag{3.5e}$$

$$b^*:\ \dot{\lambda}_a = \left[\rho-\left(R^*+e-\pi\right)\right]\lambda_a. \tag{3.5f}$$

終端條件(transversality conditions)為：

$$\lim_{t\to\infty}\lambda_k k e^{-\rho t}=0\,, \tag{3.6a}$$

$$\lim_{t\to\infty}\lambda_a m e^{-\rho t}=0\,, \tag{3.6b}$$

$$\lim_{t\to\infty}\lambda_a b^* e^{-\rho t}=0\,, \tag{3.6c}$$

由於廠商、政府與央行的行為仍與前述現金付現模型分析相同，故不在此重複分析。將政府預算限制式(2.16)與式(2.17)代入代表性個人的預算限制式(3.3)可得：

$$\dot{b}^*=rk+wn+\left(R^*+e-\pi\right)b^*-c-i\left(1+\frac{h}{2}\frac{i}{k}\right)\,, \tag{3.7}$$

上式為社會資源限制式，同樣的，因社會資源限制式(3.7)為個人預算限制式(3.3)與本國政府預算限制式(2.16)的加總，意指只要任意兩式成立，第三式也必定成立。因此以下我們將只考慮政府預算限制式與社會資源限制式，省略個人預算限制式。

3.1.2 總體經濟模型

將式(2.6)至式(2.8)、式(2.10)、式(2.11)、式(2.16)、式(2.17)、式(3.5a)至(3.5f)與式(3.7)重述如下，總體經濟模型為：

$$r=\alpha n^{(1+\eta)(1-\alpha)}\,, \tag{3.8a}$$

$$w=(1-\alpha)n^{(1+\eta)(1-\alpha)-1}k\,, \tag{3.8b}$$

$$\frac{1}{c}=\lambda_a+\psi\,, \tag{3.8c}$$

$$An^{\varepsilon}=w\lambda_a\,, \tag{3.8d}$$

$$\lambda_k=\lambda_a\left(1+\frac{hi}{k}\right), \tag{3.8e}$$

$$\dot{\lambda}_k=(\rho+\delta)\lambda_k-\lambda_a\left(r+\frac{h}{2}\frac{i^2}{k^2}\right), \tag{3.8f}$$

$$\dot{\lambda}_a=(\rho+\pi)\lambda_a-\psi\,, \tag{3.8g}$$

$$\dot{\lambda}_a = \left[\rho - \left(R^* + e - \pi\right)\right]\lambda_a \,, \tag{3.8h}$$

$$m = c \ , \tag{3.8i}$$

$$\dot{k} = i - \delta k \,, \tag{3.8j}$$

$$\dot{m} = \mu m - \pi m \,, \tag{3.8k}$$

$$\tau = \mu m \,, \tag{3.8l}$$

$$\pi = \pi^* + e \,, \tag{3.8m}$$

$$\dot{b}^* = rk + wn + \left(R^* + e - \pi\right)b^* - c - i\left(1 + \frac{h}{2}\frac{i}{k}\right) \,, \tag{3.8n}$$

以上(3.8a)與(3.8b)式為廠商最適實質資本與勞動雇用量的選擇，(3.8c)至(3.8h)分別為個人最適消費、勞動供給、投資、實質資本、實質貨幣餘額及實質外國債券持有的選擇，(3.8i)至(3.8n)則分別為現金付現限制式、資本累積方程式、政府貨幣累積方程式、預算限制式、購買力平價說與社會資源限制式。

首先，依據以上總體經濟模型我們可求得代表性個人對不同資產間的跨期最適配置條件。由式(3.8g)與式(3.8h)可得國外債券b^*與本國實質貨幣m的無套利條件為：

$$R^* + e - \pi = \frac{\psi}{\lambda_a} - \pi \,, \tag{3.9}$$

由上式可知持有國外債券的報酬率需等於持有本國實質貨幣的報酬率。國外債券的報酬率由三種因素組成，即國外名目利率$\left(R^*\right)$、本國貨幣貶值率上升$\left(e\right)$的利得與因本國物價上漲所帶來的損失$\left(-\pi\right)$。而本國實質貨幣的報酬率由持有實質貨幣的利得$\left(\psi / \lambda_a\right)$與因本國物價上漲造成的損失$\left(-\pi\right)$組成。我們可以由此式了解，如果購買商品沒有付現的限制，相當於式(3.4)的 Hamiltonian 函數限定$\psi = 0$。此時持有實質貨幣有負的報酬率，持有外國債券有正的報酬率，代表性個人當然不會持有貨幣。

令 $q=\lambda_k/\lambda_a$ ，由式(3.8f)與式(3.8h)可得國外債券 b^* 與本國資本 k 的無套利條件為：

$$R^* + e - \pi = \frac{\dot{q}}{q} + \frac{1}{q}\left(r + \frac{h}{2}\frac{i^2}{k^2}\right) - \delta\ , \tag{3.10}$$

從上式可知持有國外債券的報酬率需等於投資本國資本的報酬率。本國資本的實質報酬率由三種因素組成，即資本利得率(rate of capital gain, $\dot{q}/q$)，以實質資本的市場價格 (q) 衡量的邊際資本產量 (r/q)，因提高資本存量而能減少裝置成本支出所帶來的額外利益($\left(hi^2/2k^2\right)/q$)，以及實質資本折舊損失 $(-\delta)$。

由式(3.8e)可得投資的 Tobin q 理論：

$$\frac{i}{k} = \frac{q-1}{h}\ , \tag{3.11}$$

另外，將式(3.8c)代入式(3.8d)整理後，可得個人消費與勞動的最適選擇：

$$w^s = \frac{An^{\varepsilon}c}{(1-\psi c)}, \tag{3.12a}$$

式(3.12a)表示勞動供給價格 $\left(w^s\right)$ 將等於消費與勞動的邊際替代率(marginal rate of substitution)，根據消費與勞動的邊際替代率定義，上式也可視為個人的勞動供給函數。此外，由式(3.8b)可知廠商的勞動需求函數為：

$$w^d = (1-\alpha)n^{(1+\eta)(1-\alpha)-1}k, \tag{3.12b}$$

從式(3.12a)與(3.12b)可得知勞動供給曲線與總和勞動需求曲線斜率分別為 ε 與 $(1+\eta)(1-\alpha)-1$。結合上述二式，並令 $x=c/k$ ，我們可以將勞動市場均衡表現如下：

$$\frac{An^{\varepsilon}x}{(1-\psi c)} = (1-\alpha)n^{(1+\eta)(1-\alpha)-1}. \tag{3.12c}$$

3.2 名目貨幣供給成長率指標

在 3.2，我們將探討當央行以名目貨幣供給成長率指標(money growth rate targeting)作為貨幣政策時，個人如何經由非基本面因素而形成的信念影響經濟體系。由於央行試圖經由控制名目貨幣供給成長率影響經濟體系，因此，我們視名目貨幣供給成長率 μ 為外生給定的政策參數，由 3.1.2 所推導的總體經濟模型，式(3.8a)至式(3.8n)，共十四條方程式，我們可求解模型中十四個內生變數，這些變數分別為 r、w、c、n、i、k、m、b^*、λ_a、λ_k、ψ、π、τ、e，其中 k、m、b^*、λ_a、λ_k 五個變數涉及微分方程的處理。以下我們將藉由數學推導，了解經濟體系的動態結構，求出經濟體系的均衡成長路徑，並探討模型的動態均衡特性。

令 $x = c/k$，$v = 1/(\lambda_a c)$，將式(3.8c)與式(3.12c)勞動供給與勞動需求均衡整理後，我們可求得滿足勞動市場均衡下的勞動雇用量為：

$$n(x,v) = \left[\frac{(1-\alpha)}{Axv}\right]^{\frac{1}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}, \tag{3.13}$$

$$n_x, n_v > 0,\ 若\ \varepsilon + 1 - (1+\eta)(1-\alpha) < 0,$$

$$n_x, n_v < 0,\ 若\ \varepsilon + 1 - (1+\eta)(1-\alpha) > 0,$$ [12]

由現金付現限制式(3.8i)、式(3.8c)及(3.9)可求得消費成長率為：

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{m}}{m} = \mu - \pi = \mu - (v - 1) + (R^* - \pi^*), \tag{3.14a}$$

將式(3.11)代入資本累積方程式(3.8j)可得資本成長率為：

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{i}{k} - \delta = \frac{(q-1)}{h} - \delta, \tag{3.14b}$$

12 $n_x = \frac{1}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\left[\frac{(1-\alpha)}{Axv}\right]^{\frac{1}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}\left(\frac{-1}{x}\right)$；$n_v = \frac{1}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\left[\frac{(1-\alpha)}{Axv}\right]^{\frac{1}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}\left(\frac{-1}{v}\right)$。

依先前定義的三個轉換變數$(q、v、x)$微分方程式表示如下：

$$\frac{\dot{q}}{q}=\frac{\dot{\lambda}_k}{\lambda_k}-\frac{\dot{\lambda}_a}{\lambda_a}=\left(R^*-\pi^*+\delta\right)-\frac{1}{q}\left\{\alpha\left[\frac{(1-\alpha)}{Axv}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}+\frac{(q-1)^2}{2h}\right\}, \tag{3.15a}$$

$$\frac{\dot{v}}{v}=-\left(\frac{\dot{c}}{c}+\frac{\dot{\lambda}_a}{\lambda_a}\right)=-[\mu-(v-1)+\rho], \tag{3.15b}$$

$$\frac{\dot{x}}{x}=\frac{\dot{c}}{c}-\frac{\dot{k}}{k}=\mu-(v-1)+\left(R^*-\pi^*\right)-\frac{(q-1)}{h}+\delta. \tag{3.15c}$$

由 $\dot{q}=\dot{x}=\dot{v}=0$ 我們可求得在靜止均衡時各轉換變數的均衡值會滿足下列關係：

$$\left(R^*-\pi^*+\delta\right)-\frac{1}{q}\left\{\alpha\left[\frac{(1-\alpha)}{Axv}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}+\frac{(q-1)^2}{2h}\right\}=0, \tag{3.16a}$$

$$\mu-(v-1)+\rho=0, \tag{3.16b}$$

$$\mu-(v-1)+\left(R^*-\pi^*\right)-\frac{(q-1)}{h}+\delta=0. \tag{3.16c}$$

在經濟體系達到均衡成長路徑時，勞動雇用量不會持續成長而會收斂至一定值$\tilde{n}$，此時本國勞動雇用量的成長率為零，又靜止均衡時 $\dot{q}=\dot{x}=\dot{v}=0$ ，給定 $q=\lambda_k/\lambda_a$ ，$v=1/(\lambda_a c)$與$x=c/k$的定義下，則可得經濟體系的均衡成長率為[13]：

$$\tilde{\gamma}=\tilde{\gamma}_c=\tilde{\gamma}_m=\tilde{\gamma}_k=\tilde{\gamma}_y=-\tilde{\gamma}_{\lambda_a}=\left(R^*-\pi^*\right)-\rho. \tag{3.17}$$

對動態系統式(3.15a)至式(3.15c)的靜止均衡值式(3.16a)至式(3.16c)做一階泰勒展開：

$$\begin{bmatrix}\dot{q}\\ \dot{v}\\ \dot{x}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}F_q & F_v & F_x\\ J_q & J_v & J_x\\ Q_q & Q_v & Q_x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q-\tilde{q}\\ v-\tilde{v}\\ x-\tilde{x}\end{bmatrix}. \tag{3.18}$$

以上 Jacobian 矩陣式中，各偏導數之關係分別為：

[13]在式(3.17)成立下，終端條件式(3.6a)及式(3.6b)必成立。此外，為滿足終端條件式(3.6c)，還需滿足附錄 D 所推得的條件。

$$F_q = R^* - \pi^* + \delta - \frac{(\tilde{q}-1)}{h}, \tag{3.19a}$$

$$F_v = \frac{\alpha(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\left[\frac{(1-\alpha)}{A\tilde{x}\tilde{v}}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}\frac{1}{\tilde{v}}, \tag{3.19b}$$

$$F_x = \frac{\alpha(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\left[\frac{(1-\alpha)}{A\tilde{x}\tilde{v}}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}\frac{1}{\tilde{x}}, \tag{3.19c}$$

$$J_q = 0, \tag{3.19d}$$

$$J_v = \tilde{v}, \tag{3.19e}$$

$$J_x = 0, \tag{3.19f}$$

$$Q_q = -\frac{\tilde{x}}{h}, \tag{3.19g}$$

$$Q_v = -\tilde{x}, \tag{3.19h}$$

$$Q_x = 0. \tag{3.19i}$$

動態體系(3.18)的特性方程式如下：

$$-s^3 + TrJ s^2 - BJ s + DetJ = 0, \tag{3.20a}$$

式中

$$TrJ = R^* - \pi^* + \delta - \frac{(\tilde{q}-1)}{h} + \tilde{v} > 0, \tag{3.20b}$$

$$BJ = \frac{\alpha(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\frac{\tilde{x}\tilde{r}}{h\tilde{v}} + \left[R^* - \pi^* + \delta - \frac{(\tilde{q}-1)}{h}\right]\tilde{v}, \tag{3.20c}$$

$$DetJ = \frac{\alpha(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\frac{\tilde{v}}{h}\left[\frac{(1-\alpha)}{A\tilde{x}\tilde{v}}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}. \tag{3.20d}$$

在上述動態系統我們可看出，由於c可瞬時調整，λ_a是有前瞻性質的共狀態變數，因此q、v、x皆是跳躍變數。由此可知，若三個特性根皆大於零，則在靜止均衡時會存在一唯一成長路徑收斂至均衡值；相對來說，假使其中一特性根小於零，則會有均衡不確定的情況。

從式(3.20a)根與係數的關係可知，$s_1 s_2 s_3 = DetJ$ 的符號由 $\varepsilon + 1 - (1+\eta)(1-\alpha)$ 的符號決定；我們同樣利用 Routh 定理來判定式(3.20a)的正實根數目，依據該定理，式(3.20a)的正實根數目等於以下數列正負符號的變動數目：

$$-1 \qquad TrJ \qquad -BJ + \frac{DetJ}{TrJ} \qquad DetJ\ . \tag{3.20e}$$

由式(3.20a)我們可推論，當 $\varepsilon + 1 - (1+\eta)(1-\alpha) > 0$ 時，模型均衡具確定性[14]；當 $\varepsilon + 1 - (1+\eta)(1-\alpha) < 0$ 時，均衡有不確定性。

當民眾期望未來實質資本市場價格 q 上升時，將會減少今天的消費並增加投資，以增加未來的消費。然而，當民眾期望未來實質資本市場價格 q 上升時，會產生以下兩種效果：首先，資本數量增加會使資本邊際生產力 MPK 下降；其次，未來消費的增加將促使勞動供給曲線上移，均衡勞動雇用量增加，經由生產外部性，使得資本邊際生產力 MPK 上升。當產出的外部性 η 足夠大，使 $\varepsilon + 1 - (1+\eta)(1-\alpha) < 0$，後者的效果將大於前者，下期的資本邊際生產力 MPK 上揚，原先的樂觀預期因而實現。

3.3 通貨膨脹率指標

在 3.3 中，我們將探討當央行以通貨膨脹率指標(inflation targeting)作為貨幣政策時，個人能否經由自我信念實現影響經濟體系。由於央行試圖經由控制通貨膨脹率影響經濟體系，因此，我們視通貨膨脹率 π 為外生給定的政策參數，由 3.1.2 所推導的總體經濟模型，式(3.8a)至式(3.8n)，共十四條方程式，我們可求解模型中的十四個內生變數，這些變數為 r、w、c、n、i、k、m、b^*、λ_a、λ_k、ψ、μ、τ、e，其中 k、m、b^*、λ_a、λ_k 五個變數涉及微分方程的處理。以下我們將藉由數學推導，了解經濟體系的動態結構，求出經濟體系的均衡成長路徑，並探討模型的動態均衡特性。

[14] 當 $\varepsilon + 1 - (1+\eta)(1-\alpha) > 0$ 時，$-BJ + DetJ/TrJ = -\left(F_q^2 J_v + F_q J_v^2 + F_x Q_q F_q \cdot\right)/\left(F_q J_v\right)$，因此式(3.20e)數列的正負符號為 $(-+-+)$，故式(3.20a)有三個正根。

令 $x = c/k$，將式(3.8c)、式(3.9)與式(3.12c)勞動供給與勞動需求均衡整理後，我們可求得滿足勞動市場均衡下的勞動雇用量為：

$$n(x) = \left[\frac{(1-\alpha)}{Ax(1+\pi+R^*-\pi^*)}\right]^{\frac{1}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}, \tag{3.21}$$

$n_x > 0$，若 $\varepsilon + 1 - (1+\eta)(1-\alpha) < 0$，

$n_x < 0$，若 $\varepsilon + 1 - (1+\eta)(1-\alpha) > 0$，[15]

由國外債券與本國實質貨幣的無套利條件式(3.9)與式(3.8c)可求得消費成長率為：

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\frac{\dot{\lambda}_a}{\lambda_a} = (R^* - \pi^*) - \rho, \tag{3.22a}$$

將式(3.11)代入資本累積方程式(3.8j)可得資本成長率為：

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{i}{k} - \delta = \frac{(q-1)}{h} - \delta, \tag{3.22b}$$

依先前定義的兩個轉換變數 $(q、x)$ 微分方程式表示如下：

$$\frac{\dot{q}}{q} = \frac{\dot{\lambda}_k}{\lambda_k} - \frac{\dot{\lambda}_a}{\lambda_a} \tag{3.23a}$$

$$= (R^* - \pi^* + \delta) - \frac{1}{q}\left\{\alpha\left[\frac{(1-\alpha)}{Ax(1+\pi+R^*-\pi^*)}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}} + \frac{(q-1)^2}{2h}\right\}$$

$$\frac{\dot{x}}{x} = \frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{k}}{k} = (R^* - \pi^*) - \rho - \frac{(q-1)}{h} + \delta. \tag{3.23b}$$

由 $\dot{q} = \dot{x} = 0$ 我們可求得在靜止均衡時各轉換變數的均衡值會滿足下列關係：

$$(R^* - \pi^* + \delta) - \frac{1}{q}\left\{\alpha\left[\frac{(1-\alpha)}{Ax(1+\pi+R^*-\pi^*)}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}} + \frac{(q-1)^2}{2h}\right\} = 0, \tag{3.24a}$$

$$(R^* - \pi^*) - \rho - \frac{(q-1)}{h} + \delta = 0. \tag{3.24b}$$

---

15 $n_x = \frac{1}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}\left[\frac{1-\alpha}{Ax(1+\pi+R^*-\pi^*)}\right]^{\frac{1}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}\left(\frac{-1}{x}\right)$

在經濟體系達到均衡成長路徑時，勞動雇用量不會持續成長而會收斂至一定值$\tilde{n}$，此時本國勞動雇用量的成長率為零，又靜止均衡時$\dot{q}=\dot{x}=0$，給定$q=\lambda_k/\lambda_a$、與$x=c/k$的定義下，則可得經濟體系的均衡成長率為：

$$\tilde{\gamma}=\tilde{\gamma}_c=\tilde{\gamma}_k=\tilde{\gamma}_y=-\tilde{\gamma}_{\lambda_a}=\left(R^*-\pi^*\right)-\rho . \tag{3.25}$$

對動態系統式(3.23a)至式(3.23b)的靜止均衡值式(3.24a)至式(3.24b)做一階泰勒展開：

$$\begin{bmatrix}\dot{q}\\ \dot{x}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}F_q & F_x\\ J_q & J_x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q-\tilde{q}\\ x-\tilde{x}\end{bmatrix}. \tag{3.26a}$$

以上 Jacobian 矩陣式中，各偏導數之關係分別為：

$$F_q=R^*-\pi^*+\delta-\frac{(\tilde{q}-1)}{h}, \tag{3.26b}$$

$$F_x=\frac{\alpha(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\left[\frac{(1-\alpha)}{A\tilde{x}(1+\pi+R^*-\pi^*)}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}\frac{1}{\tilde{x}}, \tag{3.26c}$$

$$J_q=-\frac{\tilde{x}}{h}, \tag{3.26d}$$

$$J_x=0, \tag{3.26e}$$

令s_1，s_2為上述動態系統的特性根，在滿足終端條件下可得：

$$s_1+s_2=R^*-\pi^*+\delta-\frac{(\tilde{q}-1)}{h}>0, \tag{3.27a}$$

$$s_1 s_2=\frac{\alpha(1+\eta)(1-\alpha)}{[\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)]}\frac{\tilde{x}}{h}\left[\frac{(1-\alpha)}{A\tilde{x}(1+\pi+R^*-\pi^*)}\right]^{\frac{(1+\eta)(1-\alpha)}{\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)}}. \tag{3.27b}$$

由式(3.27a)與式(3.27b)我們可以得到以下的推論。當$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)>0$時，模型均衡具確定性；當$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)<0$時，均衡有不確定性。

3.3 的結果分析，與 3.2 央行採行名目貨幣成長率指標的分析相同。當民眾期望未來實質資本市場價格q上升時，將會減少今天的消費並增加投資，以增加未來

的消費。因此當民眾預期未來實質資本市場價格q上升時，會產生以下兩種效果：首先，資本數量增加會使資本邊際生產力MPK下降；其次，未來消費增加將促使勞動供給曲線上移，均衡勞動雇用量增加，經由生產外部性，使得資本邊際生產力MPK上升。當產出的外部性η足夠大，使$\varepsilon+1-(1+\eta)(1-\alpha)<0$，後者的效果將大於前者，下期的資本邊際生產力$MPK$上揚，民眾的樂觀預期得以實現。

但是此結果與 2.2.2 中，投資不具調整成本，購買消費財與投資財受流動性限制的模型架構下結果不同。在 2.2.2 中，若央行採通貨膨脹率指標，為符合無套利條件，實質資本市場價格$q=1+\phi\left(\pi+R^{*}-\pi^{*}\right)$與資本邊際生產力$MPK$將會是一定值，因此民眾對於未來實質資本市場價格$q$所做的任何預期皆無法自我實現，經濟體系的動態均衡具確定性。換句話說，通貨膨脹率指標能避免經濟體系受民眾預期自我實現的衝擊影響。然而，在模型具調整成本時，即使央行採取通貨膨脹率指標，實質資本的市場價格q仍具有前瞻的調整性質，不會因無套利條件而成一定值($\dot{q}/q\neq 0$)，因此民眾能經由對實質資本的市場價格q作樂觀預期，使經濟體系受民眾自我信念實現的衝擊影響。

在 Lai and Chin (2011)的分析中，預期未來實質資本市場價格q上升時，同樣會有兩種效果，其一是增加投資使資本數量上升，資本邊際生產力MPK因而下降；其二是，由於實質資本市場價格q上升使所得增加，增加持有貨幣，資本邊際生產力MPK因而上升。然而，在通貨膨漲率指標的情境下，為符合終端條件，限制前者效果必大於後者，因此民眾的樂觀預期無法實現，通貨膨脹指標有助於避免民眾自我信念的衝擊影響。在本文中，我們同樣設立一個投資調整成本模型，但涵蓋了勞動內生與生產外部性，當預期未來實質資本市場價格上升，不同於 Lai and Chin (2011)，實質資本的市場價格上升來自於生產外部性影響，即使在符合終端條件下，只要生產外部性足夠大，仍使得資本邊際生產力MPK上升，民眾的樂觀預期得以實現，因此央行採取通貨膨脹率指標也無法避免經濟體系受民眾自我信念預期的衝擊影響。

第四章 結論

在本文中，我們建立一個勞動供給內生化的小型開放內生成長模型，以現金付現限制將貨幣引入經濟體系，分析開放經濟體系均衡不確定性條件，是否與封閉體系相同。此外，我們探討當央行採取通貨膨脹率指標，是否能夠避免經濟體系受民眾自我信念實現所帶來的衝擊。

首先，在央行採取名目貨幣成長率指標時，僅有購買消費財受流動性限制的情境下，由於實質資本的市場價格為一定值，經由本國資本及國外債券的無套利條件可知，此時本國資本邊際生產力等於一固定常數，故經濟體系均衡為確定性。然而，當購買投資財同樣受流動性限制時，因實質資本的市場價格具有前瞻的調整性質，若資本及勞動外部性足夠大，均衡有不確定性，民眾預期得以自我實現。

又當投資有調整成本時，央行採取名目貨幣成長率指標，即使僅有購買消費財受流動性限制，由於此時實質資本的市場價格仍具有前瞻的調整性質，因此在資本與勞動外部性足夠大時，均衡有不確定性。

此外，當央行以通貨膨脹率做為指標時，在購買投資財同樣受流動性限制的情境下，由於國外債券報酬率及通貨膨脹率都被釘住，經由無套利條件，此時實質資本的市場價格及本國資本邊際生產力為一固定常數，因此即使資本及勞動外部性足夠大，民眾的預期也無法自我實現，故通貨膨脹率指標可避免經濟體系受到民眾自我信念預期的衝擊影響。

最後，當投資有調整成本時，央行採取通貨膨脹率指標，由於實質資本市場價格並未如同上例，因國外債券報酬率及通貨膨脹率被釘住而成一定值，故當資本及勞動外部性足夠大，民眾的預期將得以實現，因此實行通貨膨脹率指標並不能避免經濟體系受民眾自我信念預期實現的衝擊影響。

依據以上敘述可知，開放體系的均衡不確定性條件與封閉經濟相同。而通貨膨脹率指標，在勞動內生且生產的外部性存在時，於購買投資財受流動性限制的情境下，能避免經濟體系受民眾自我信念衝擊影響，但在投資有調整成本時則否。

附錄 A

令本國產出 $y=y_0 e^{\gamma_y t}$，本國資本 $k=k_0 e^{\gamma_k t}$，及本國消費 $c=c_0 e^{\gamma_c t}$，其中 y_0 是本國產出起始值(initial value)，k_0 與 c_0 分別是資本及消費起始值。因此，本國社會資源限制式(2.19n)可改寫成：

$$\dot{b}^* = y_0 e^{\gamma_y t} - (\gamma_k + \delta) k_0 e^{\gamma_k t} + \left(R^* - \pi^*\right) b^* - c_0 e^{\gamma_c t} \quad , \qquad \text{(A1)}$$

接著，令經濟體系處於期初均衡狀態，因此，本國產出成長率、資本成長率與消費成長率相等。此時國外債券的累積方程式為：

$$\dot{b}^* = [y_0 - (\tilde{\gamma} + \delta) k_0 - c_0] e^{\tilde{\gamma} t} + \left(R^* - \pi^*\right) b^* \quad , \qquad \text{(A2)}$$

解式(A2)，經由數學運算我們可得外國債券存量的調整式為：

$$b^* = e^{(R^* - \pi^*) t} \left\{ b_0^* + \int_0^t [y_0 - (\tilde{\gamma} + \delta) k_0 - c_0] e^{\rho \xi} \, d\xi \right\} \quad , \qquad \text{(A3)}$$

式中 b_0^* 是國外債券存量起始值。將式(A3)代入終端條件式(2.15c)可得：

$$\lim_{t \to \infty} \lambda_a b^* e^{-\rho t} = \lim_{t \to \infty} \lambda_a(0) b^* e^{-(R^* - \pi^*) t}$$

$$= \lambda_a(0) \left\{ b_0^* + \frac{y_0 - (\tilde{\gamma} + \delta) k_0 - c_0}{\rho} e^{-\rho t} \Big|_0^\infty \right\} = 0 . \qquad \text{(A4)}$$

從上式可知，為使終端條件式(2.15c)成立，需滿足下述條件：

$$c_0 = \rho b_0^* + y_0 - (\tilde{\gamma} + \delta) k_0 . \qquad \text{(A5)}$$

附錄 B

由社會資源限制式(2.19n)，我們可推得外國債券的成長率為：

$$\frac{\dot{b}^*}{b^*} = \frac{rk + wn}{b^*} + \left(R^* + e - \pi\right) - \frac{c}{b^*} - \frac{\dot{k}}{b^*} \quad , \qquad \text{(B1)}$$

將生產函數式(2.5)、式(2.37)本國消費—實質資本比 x 與式(2.38)資本均衡成長率 $\tilde{\gamma}_k = \left(R^* - \pi^*\right) - \rho$ 代入式(B1)，經過整理可得：

$$\frac{\dot{b}^*}{b^*} = \left\{ \frac{A\left(1 + \pi + R^* - \pi^*\right)}{(1-\alpha)} \left[\frac{n^{(1+\eta)(1-\alpha)} - \left(R^* - \pi^*\right) + \rho}{n^{(1+\eta)(1-\alpha)-(1+\varepsilon)}} \right] - 1 \right\} \frac{c}{b^*} + \left(R^* - \pi^*\right) \quad , \qquad \text{(B2)}$$

令 $B = \left\{ A\left(1 + \pi + R^* - \pi^*\right)\left[n^{(1+\eta)(1-\alpha)} - \left(R^* - \pi^*\right) + \rho\right] / (1-\alpha) n^{(1+\eta)(1-\alpha)-(1+\varepsilon)} \right\} - 1$，

則式(B2)可表示為：

$$\frac{\dot{b}^*}{b^*} = \left(R^* - \pi^*\right) + B\frac{c}{b^*} \ . \qquad \text{(B3)}$$

上式即為 2.3.1 中的式(2.39)。

附錄 C

由社會資源限制式(2.19n)，我們可推得外國債券的成長率為：

$$\frac{\dot{b}^*}{b^*}=\frac{rk+wn}{b^*}+\left(R^*+e-\pi\right)-\frac{c}{b^*}-\frac{\dot{k}}{b^*}\quad, \tag{C1}$$

將生產函數式(2.5)、式(2.47)本國消費—實質資本比 x 與式(2.48)資本均衡成長率 $\tilde{\gamma}_k=\left(R^*-\pi^*\right)-\rho$ 代入式(C1)，經過整理可得：

$$\frac{\dot{b}^*}{b^*}=\left\{\frac{A\left(1+\pi+R^*-\pi^*\right)}{(1-\alpha)}\left[\frac{n^{(1+\eta)(1-\alpha)}-\left(R^*-\pi^*\right)+\rho}{n^{(1+\eta)(1-\alpha)-(1+\varepsilon)}}\right]-1\right\}\frac{c}{b^*}+\left(R^*-\pi^*\right)\quad, \tag{C2}$$

令 $\zeta=\left\{A\left(1+\pi+R^*-\pi^*\right)\left[n^{(1+\eta)(1-\alpha)}-\left(R^*-\pi^*\right)+\rho\right]/(1-\alpha)n^{(1+\eta)(1-\alpha)-(1+\varepsilon)}\right\}-1$，

則式(C2)可表示為：

$$\frac{\dot{b}^*}{b^*}=\left(R^*-\pi^*\right)+\zeta\frac{c}{b^*}, \tag{C3}$$

上式即為 2.3.2 中的式(2.49)。

附錄 D

令本國產出 $y=y_0e^{\gamma_y t}$，本國資本 $k=k_0e^{\gamma_k t}$，及本國消費 $c=c_0e^{\gamma_c t}$，其中 y_0 是本國產出起始值，k_0 與 c_0 分別是資本及消費起始值。因此，本國社會資源限制式(3.8n)可改寫成：

$$\dot{b}^* = y_0e^{\gamma_y t} - (\gamma_k+\delta)\left[1+\frac{h}{2}(\gamma_k+\delta)\right]k_0e^{\gamma_k t} + \left(R^*-\pi^*\right)b^* - c_0e^{\gamma_c t} \quad , \tag{D1}$$

接著，令經濟體系處於期初均衡狀態，因此，本國產出成長率、資本成長率與消費成長率相等。此時國外債券的累積方程式為：

$$\dot{b}^* = \left\{y_0 - (\tilde{\gamma}+\delta)\left[1+\frac{h}{2}(\tilde{\gamma}+\delta)\right]k_0 - c_0\right\}e^{\tilde{\gamma} t} + \left(R^*-\pi^*\right)b^* \quad , \tag{D2}$$

解式(D2)，經由數學運算我們可得外國債券存量的調整式為：

$$b^* = e^{(R^*-\pi^*)t}\left\{b_0^* + \int_0^t\left\{y_0 - (\tilde{\gamma}+\delta)\left[1+\frac{h}{2}(\tilde{\gamma}+\delta)\right]k_0 - c_0\right\}e^{\rho\xi}\,d\xi\right\} \ , \tag{D3}$$

式中 b_0^* 是國外債券存量起始值。將式(D3)代入終端條件式(3.6c)可得：

$$\lim_{t\to\infty}\lambda_a b^* e^{-\rho t} = \lim_{t\to\infty}\lambda_a(0)b^* e^{-(R^*-\pi^*)t}$$

$$= \lambda_a(0)\left\{b_0^* + \frac{y_0 - (\tilde{\gamma}+\delta)\left[1+\frac{h}{2}(\tilde{\gamma}+\delta)\right]k_0 - c_0}{\rho}e^{-\rho t}\Bigg|_0^\infty\right\} = 0 \ . \tag{D4}$$

從上式可知，為使終端條件式(3.6c)成立，需滿足下述條件：

$$c_0 = \rho b_0^* + y_0 - (\tilde{\gamma}+\delta)\left[1+\frac{h}{2}(\tilde{\gamma}+\delta)\right]k_0 \ . \tag{D5}$$

參考文獻

Basu, S. and Fernald, J. G., 1997. Return to scale in US production: estimates and implications. *Journal of Political Economy* 105, 249-283.

Benhabib, J. and Farmer, R. E. A., 1994. Indeterminacy and increasing returns. *Journal of Economic Theory* 63, 19-41.

Benhabib, J. and Farmer, R. E. A., 1996. Indeterminacy and sector-specific externalities. *Journal of Monetary Economics* 37, 397-419.

Bernanke, B. S. and Mishkin, F. S., 1992. Central bank behavior and the strategy of monetary policy: observations from six industrialized countries. *NBER Macroeconomics Annual* 7, 183-238.

Bernanke, B. S. and Mishkin, F. S., 1997. Inflation targeting: a new framework for monetary policy? *Journal of Economic Perspectives* 11, 97-116

Buiter, W. H., 1984. Saddlepoint problems in continuous time rational expectations models: A general method and some macroeconomic examples. *Econometrica* 52, 665-680.

Burmeister, E., 1980. On some conceptual issues in rational expectations modeling. *Journal of Monetary Economics* 37, 177-201.

Burnside, C., 1996. Production funcation regression, return to scale, and externalities. *Journal of Money, Credit and Banking* 12, 800-816.

Chauvet, M. and Guo, J. T., 2003. Sunspots, animal spirits and economic fluctuations. *Macroeconomic Dynamics* 7, 140-169.

Chen, S. H. and Guo, J. T., 2008. Velocity of money, equilibrium indeterminacy and endogenous growth. *Journal of Macroeconomics* 30, 1085-1096.

Chin, C. T., Guo, J. T. and Lai, C. C., 2009. Macroeconomic (in)stability under real interest rate targeting. *Journal of Economic Dynamics and Control* 33, 1631-1638.

Chin, C. T., Guo, J. T. and Lai, C. C., 2011. A note on indeterminacy and investment adjustment costs in an endogenously growing small open economy. *Macroeconomic Dynamics,* forthcoming.

Clower, R., 1967. A reconsideration of the microfoundations of monetary theory. *Western Economic Journal* 6, 1-8.

Devereux, M. B., A. C. Head and B. J. Lapham, 1996. Monopolistic competition, increasing returns, and the effects of government spending, *Journal of Money, Credit* *and Banking* 28, 233-254.

Farmer, R. E. A. and Guo, J. T., 1994. Real business cycles and the animal spirits hypothesis. *Journal of Economic Theory* 63, 42-73.

Feichtinger, G., Hartl, R. F., Kort, P. M. and Wirl, F., 2001. The Dynamics of a simple relative adjustment cost framework. *German Economic Review* 2, 255-268.

Guo, J. T., 2004. Increasing returns, capital utilization, and the effects of government spending. *Journal of Economic Theory* 28, 1059-1078.

Guo, J. T. and Lansing, K. J., 1998. Indeterminacy and stabilization policy. *Journal of Economic Theory* 82, 481-490.

Guo, J. T. and Harrison, S. G., 2001. Tax policy and stability in a model with sector-specific externalities. *Review of Economic Dynamics* 4, 75-89.

Guo, J. T. and Harrison, S. G., 2001. Indeterminacy with capital utilization and sector-specific externalities. *Economics Letters* 72, 355-360.

Guo, J. T. and Harrison, S. G., 2004. Balanced-budget rules and macroeconomic (in)stability. *Journal of Economic Theory* 119, 357-363.

Guo, J. T. and Lansing, K. J., 2007. Maintenance expenditures and indeterminacy under increasing returns to scale. *International Journal of Economic Theory* 3, 147-158.

Harrison, S. G., 2001. Indeterminacy in a model with sector-specific externalities. *Journal of Economic Dynamics and Control* 25, 747-764.

Hayashi, F., 1982. Tobin's marginal and average q: A neoclassical interpretation. *Econometrica* 50, 213-224.

Itaya, J. I. and Mino, K., 2003. Inflation, transaction costs and indeterminacy in monetary economies with endogenous growth. *Economica* 70, 451-470.

Itaya, J. I. and Mino, K., 2004. Interest-rate rule and multiple equilibrium, with endogenous growth. *Economics Bulletin* 5, 1-8.

Lahiri, A., 2001. Growth and equilibrium indeterminacy: The role of capital mobility. *Economic Theory* 17, 197-208.

Lai, C. C. and Chin, C. T., 2010. (In)determinacy, increasing returns, and the optimality of the friedman rule in an endogenously growing open economy. *Economic Theory* 44, 69-100.

Lai, C. C. and Chin, C. T., 2011. Monetary rules and endogenous growth in an open economy. *Macroeconomic Dynamics*, forthcoming.

Levhari, D. and Patinkin, D., 1968. The role of money in a simple growth model. *American Economics Review* 58, 713-753.

Lucas, R. E., 1980. Equilibrium in a pure currency economy. *Economic Inquiry* 18, 203-220.

Matsusaka, J. and Sbordone, A., 1995. Consumer confidence and economic fluctuations. *Economic Inquiry* 33, 296-318.

Meng, Q. and Velasco, A., 2003. Indeterminacy in a small open economy with endogenous labor supply. *Economic Theory* 22, 661-669.

Mishkin, F. S., 2000. Inflation targeting in emerging-market countries. *American Economic Review* 90, 105-109.

Oh, S. and Waldman, M., 1990. The macroeconomic effects of false announcements. *Quarterly Journal of Economics* 105, 1017-1034.

Palivos, T., Wang, P. and Zhang, Z., 1993. Velocity of money in a modified cash-in-advanced economy: Theory and evidence. *Journal of Macroeconomics* 15, 225-248.

Romer, P. M., 1986. Increasing return and long-run growth. *Journal of Political Economics* 94, 1002-1037.

Schmitt-Grohé, S. and M. Uribe, 1997. Balanced-budget rules, distortionary taxes and aggregate instability. *Journal of Political Economy* 105, 976-1000.

Sidrauski, M., 1967. Rational choice and patterns of growth in a monetary economy. *American Economics Review* 57, 534-544.

Stockman, A. C., 1981. Anticipated inflation and the capital stock in a cash-in-advance economy. *Journal of Monetary Economics* 8, 387-393.

Suen, M. H. and Yip, C. K., 2005. Superneutrality, indeterminacy and endogenous growth. *Journal of Macroeconomics* 27, 579-595.

Turnovsky, S. J., 1996. Fiscal policy, growth, and macroeconomic performance in a small open economy. *Journal of International Economics* 40, 41-66.

Turnovsky, S. J., 2000. Method of Macroeconomic Dynamics. 2nd edition. Cambridge: MIT Press.

Wang, P. and Yip, C. K., 1992. Alternative approaches to money and growth. *Journal of Money, Credit and Banking* 24, 553-562.

Weder, M., 2000. Animal spirits, technology shocks and the business cycle. *Journal of Economic Theory* 98, 339-356.

Weder, M., 2001. Indeterminacy in the small open economy Ramsey growth model. *Journal of Economic Dynamics and Control* 24, 273-295.

Wen, Y., 1998. Capacity utilization under increasing returns to scale. *Journal of Economic Theory* 81, 7-36.

Zhang, J., 2000. Inflation and growth: pecuniary transaction costs and qualitative equivalence. *Journal of Money, Credit and Banking* 32, 1-12.