

國立臺灣大學工程學院化學工程學所

碩士論文

Department of Chemical Engineering


College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

應用數學規劃法設計含批式與連續式製程之跨廠區用水網路

Synthesis of Inter-Plant Water Networks Involving Batch and  
Continuous Processes

The logo of National Taiwan University is a circular emblem. It features a central design with a lamp and other symbols, surrounded by the university's name in Chinese characters: "國立臺灣大學" at the top and "愛·學·勵·品" at the bottom.

林均諺

Chun-Yen Lin

指導教授：陳誠亮 博士

Advisor: Cheng-Liang Chen, Ph.D.

中華民國 100 年 7 月

July, 2011



# 誌謝

感謝恩師陳誠亮教授，兩年來的指導以及教誨，在學術研究方面細心的指引我思考的方向，並讓我了解到做研究應有的態度，順利完成此論文，在此致上最高的敬意與感謝。感謝錢義隆教授與 Ward Jeff 教授給予研究上寶貴的建議。感謝中國文化大學的王子奇教授以及台北科技大學的鄭智成教授在口試期間提出許多寶貴的意見與指正，使論文更加完善。

在這兩年期間，特別感謝瑞元學長的耐心指導；另外感謝志曜、惠楚、義章、玠廷、士暉、玉龍、乾元、建凱等學長姐，在學業方面給我許多協助；也要感謝同屆的傳真、宗翰、鎮宇、郁迪、孟達、育賢、哲維，平常一起面對喜怒哀樂，讓生活更彩色化；感謝學弟：紹群、偉倫、Paul、子軒、騰允、桐霖、賈澤的陪伴，讓實驗室研究氣氛更好。很珍惜這難得的緣分。珍重，祝福你們。

最後，感謝我的家人，因為有你們的支持才能有今天的我，謝謝你們。



# 摘要

本文針對跨廠區水網路，提出以數學規劃法的方式進行整體最適化的設計，在些許的廠區內同時擁有批式與連續式的製程。此論文針對整合這兩種製程提出兩種情況進而討論之。第一種是針對連續式製程為主的廠區，提出兩階段的構想。首先將所有批式單元視為連續式操作，設計最小新鮮水消耗量的跨廠區水網路系統。而後去計算批式單元儲存桶的儲存流量，達到最小化儲存桶的大小；第二種情況則是以批式製程為主的廠區。將連續式單元視為批式單元之特例，而操作的起始與結束時間點分割是根據批式單元為定。

本研究以超結構為基礎建立數學模式，並利用此數學模式分析兩種不同的目標函數最小化新鮮水消耗量以及最小化儲存桶大小。本論文所提出之方法皆經由不同的例子去說明。



# Abstract

This work presents a mathematical technique for the synthesis of inter-plant water network, where some of the plants involve batch and continuous processes. To integrate both kinds of process units, two scenarios are investigated. Scenario one is for continuous units in majority, a two-phase approach is proposed for this scenario. First, all batch units are treated as operating in continuous mode, and the inter-plant water network is synthesized for minimum fresh water consumption. Policy of water storage for these batch units is then determined, on which they can be operated as continuous units with the aids of a pair of input/output storage tanks for each batch unit. The objective of the second phase is to minimize the capacity of storage tanks subject to determined water flow rates. Scenario two is for batch units in majority, where each continuous unit is divided into a series of batch operating sections according to the start and end times of existing batch units. A batch water network with or without storage tanks is synthesized accordingly. The model formulation is based on superstructures, and the system is designed according to two objectives including the minimization of fresh water consumption and the minimization of storage tank size. Illustrative examples are supplied to demonstrate the applicability of proposed schemes for inter-plant water network synthesis.

**Key words:** Inter-plant water network, Mathematical optimization, Process integration, Superstructure, Batch and continuous process





# 目 錄

致謝	i
摘要	iii
Abstract	v
附圖目錄	xi
附表目錄	xv
<b>1 緒論</b>	<b>1</b>
1.1 前言	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 批式製程與連續式製程之不同	4
1.4 研究動機與目的	5
1.5 組織章節	7
<b>2 跨廠區水網路最適化模式建構 - 用水單元以連續式為主製程</b>	<b>9</b>
2.1 模型建立之背景	9
2.2 模型建立之基本假設條件	12
2.3 模式建立之圖解說明	13
2.4 模式之符號、集合、系統參數與系統變數 (Indices, Sets, Parameters, and Variables)	17
2.4.1 指標符號與集合說明 (Indices and Sets)	17
2.4.2 系統參數 (Parameters)	19

2.4.3	系統變數 (Variables)	20
2.5	問題描述 (Problem Statement)	22
2.6	階段 1 的限制式 (Constraints for Phase 1)	23
2.6.1	製程用水單元中流量平衡與溶質平衡 (Flow Rate Balance and Contaminant Balance for Water-using Unit)	23
2.6.2	Water main 流量平衡與溶質平衡 (Flow Rate Balance and Contaminant Balance for Water Main)	24
2.6.3	污水處理單元的流量平衡與溶質平衡 (Flow Rate Balance and Contaminant Balance for Treatment Unit)	25
2.6.4	污水收集桶的流量平衡與溶質平衡 (Flow Rate Balance and Contaminant Balance for Receiving Tank)	27
2.6.5	邏輯限制式 (Logical Constraints)	28
2.7	階段 1 的目標函數 (Objective Function for Phase 1)	29
2.8	階段 2 的限制式 (Constraints for Phase 2)	30
2.8.1	儲存桶 (Tank $S$ ) 的儲存策略 (Storage Policy for Tank $s_1$ )	30
2.9	階段 2 的目標函數 (Objective Function for Phase 2)	32
2.10	水網路系統之情境模擬與結果分析	
	- 當用水單元以連續式為主製程	33
2.10.1	最適化軟體	33
2.10.2	跨廠區水網路的設計	34
2.10.3	最小化新鮮水消耗量之模擬結果分析與討論	37
2.10.4	最小化桶子大小之模擬結果分析與討論	38
<b>3</b>	<b>跨廠區水網路最適化模式建構 - 用水單元以批式為主製程</b>	<b>41</b>
3.1	模型建立之背景	41
3.2	模型建立之基本假設條件	42
3.3	模式建立之圖解說明	44
3.4	模式之符號、集合、系統參數與系統變數 (Indices, Sets, Parameters, and Variables)	46

3.4.1	指標符號與集合說明 (Indices and Sets) . . . . .	46
3.4.2	系統參數 (Parameters) . . . . .	47
3.4.3	系統變數 (Variables) . . . . .	47
3.5	問題描述 (Problem Statement) . . . . .	49
3.6	限制式 (Constraints) . . . . .	49
3.6.1	製程用水單元中流量平衡 (Flow Rate Balance for Water-using Unit) . . . . .	49
3.6.2	製程用水單元中溶質平衡 (Contaminant Balance for Water-using Unit) . . . . .	51
3.6.3	儲存桶中流量平衡 (Flow Rate Balance for Storage Tank) . . . . .	51
3.6.4	儲存桶中溶質平衡 (Contaminant Balance for Storage Tank) . . . . .	52
3.6.5	邏輯限制式 (Logical Constraints) . . . . .	53
3.7	目標函數 (Objective Function) . . . . .	54
3.8	水網路系統之情境模擬與結果分析 - 當製程用水單元以批式單元為主 . . . . .	56
3.8.1	最適化軟體 . . . . .	56
3.8.2	單一廠區水網路的設計 - 例子 3.1 . . . . .	56
3.8.3	單一廠區水網路的設計 - 例子 3.2 . . . . .	68
3.8.4	跨廠區水網路的設計 - 例子 3.3 . . . . .	72
<b>4</b>	<b>結論與未來展望</b> . . . . .	<b>75</b>
4.1	結論 . . . . .	75
4.2	未來展望 . . . . .	76
	參考文獻 . . . . .	79



# 附圖目錄

2.1 批式製程單元與儲存桶	10
2.2 直接整合 (不含 central main)	11
2.3 間接整合 (含 central main)	11
2.4 超結構 (Superstructure)	14
2.5 超結構 (Superstructure)	15
2.6 概念性的超結構	16
2.7 製程用水單元的超結構	23
2.8 Water main 的超結構	24
2.9 污水處理單元的超結構	26
2.10 污水收集桶的超結構	27
2.11 配置儲存桶的批式製程用水單元超結構	30
2.12 水網路結構最適化之結果	37
2.13 儲存桶內的儲存水量變化 - 單元 1	38
2.14 儲存桶內的儲存水量變化 - 單元 8	38
2.15 儲存桶內的儲存水量變化 - 單元 10	39
3.1 水網路設計問題	42
3.2 超結構 (Superstructure)	44
3.3 超結構 (Superstructure)	45
3.4 概念性的超結構	45
3.5 製程用水單元的超結構	49
3.6 儲存桶的超結構	51

3.7 無儲存桶的水網路結構 $-(C_{fc,max}^{in} = 0), (C_{fc,max}^{out} = 0.1)$ . . . . .	57
3.8 單次操作的水網路結構 $-(C_{fc,max}^{in} = 0), (C_{fc,max}^{out} = 0.1)$ . . . . .	58
3.9 單次操作下桶內水量變化及出口濃度 $-(C_{fc,max}^{in} = 0), (C_{fc,max}^{out} = 0.1)$ . . . . .	58
3.10 循環操作的水網路結構 $-(C_{fc,max}^{in} = 0), (C_{fc,max}^{out} = 0.1)$ . . . . .	59
3.11 循環操作下桶內水量變化及出口濃度 $-(C_{fc,max}^{in} = 0), (C_{fc,max}^{out} = 0.1)$ . . . . .	59
3.12 無儲存桶的水網路結構 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.1), (C_{fc,max}^{out} = 0.25)$ . . . . .	60
3.13 單次操作的水網路結構 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.1), (C_{fc,max}^{out} = 0.25)$ . . . . .	61
3.14 單次操作下桶內水量變化及出口濃度 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.1), (C_{fc,max}^{out} = 0.25)$ . . . . .	61
3.15 循環操作的水網路結構 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.1), (C_{fc,max}^{out} = 0.25)$ . . . . .	62
3.16 循環操作下桶內水量變化及出口濃度 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.1), (C_{fc,max}^{out} = 0.25)$ . . . . .	63
3.17 循環操作的水網路結構 (兩個儲存桶) $-(C_{fc,max}^{in} = 0.1), (C_{fc,max}^{out} = 0.25)$ . . . . .	63
3.18 循環操作下儲存桶 1 內水量變化及出口濃度 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.1), (C_{fc,max}^{out} = 0.25)$ . . . . .	64
3.19 循環操作下儲存桶 2 內水量變化及出口濃度 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.1), (C_{fc,max}^{out} = 0.25)$ . . . . .	64
3.20 無儲存桶的水網路結構 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.25), (C_{fc,max}^{out} = 0.51)$ . . . . .	65
3.21 單次操作的水網路結構 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.25), (C_{fc,max}^{out} = 0.51)$ . . . . .	65
3.22 單次操作下桶內水量變化及出口濃度 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.25), (C_{fc,max}^{out} = 0.51)$ . . . . .	66
3.23 循環操作的水網路結構 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.25), (C_{fc,max}^{out} = 0.51)$ . . . . .	67
3.24 循環操作下桶內水量變化及出口濃度 $-(C_{fc,max}^{in} = 0.25), (C_{fc,max}^{out} = 0.51)$ . . . . .	67
3.25 無儲存桶的水網路結構 . . . . .	69

3.26 單次操作的水網路結構 . . . . . 70

3.27 單次操作下桶內水量變化及出口濃度 . . . . . 70

3.28 循環操作的水網路結構 . . . . . 71

3.29 循環操作下桶內水量變化及出口濃度 . . . . . 71

3.30 廠區 I 的水網路結構 . . . . . 73

3.31 廠區 I 儲存桶內水量變化量及出口濃度 . . . . . 73

3.32 廠區 II 的水網路結構 . . . . . 74

3.33 廠區 II 儲存桶內水量變化量及出口濃度 . . . . . 74







# 附表目錄

2.1 指標符號與集合說明 . . . . .	18
2.2 系統參數 . . . . .	19
2.3 連續變數 . . . . .	20
2.4 連續變數 . . . . .	21
2.5 Plant A 的製程用水單元操作圖表 . . . . .	34
2.6 Plant B 的製程用水單元操作圖表 . . . . .	35
2.7 Plant C 的製程用水單元操作圖表 . . . . .	36
3.1 指標符號與集合說明 . . . . .	46
3.2 系統參數 . . . . .	47
3.3 連續變數 . . . . .	48
3.4 製程用水單元操作圖表 . . . . .	56
3.5 例子 3.1 的總結 . . . . .	68
3.6 製程用水單元操作圖表 . . . . .	69
3.7 製程用水單元操作圖表 . . . . .	72



# 1

## 緒論

### 1.1 前言

水在生活中扮演著相當重要的角色，不論是民生用水、工業用水，水都直接或間接的與我們息息相關。隨著水使用量的增加以及水資源有限的情況下，省水議題顯得越來越重要。在現代的工業上，水占有非常重要的地位，被廣泛的應用於半導體產業、煉油產業、食品加工產業…等。在分離程序中水也常常被拿來當分離劑，例如常見的吸收、氣提、萃取等分離操作，除此之外工廠內的冷卻水塔、鍋爐亦須要使用大量的水，另外，隨著工業快速的發展，水污染的問題也越來越嚴重，加上近年來由於水來源的供應不足以及人類對於環保議題的重視，造成新鮮水和廢水處理成本的提升，由於這些原因促使我們去做工廠內水網路的整合，透過水網路的設計可以同時達到滿足製程需求的水資源分配最佳化，以及在符合環境限制下污水的排放，總體成本

的最小化，因此工業用水的減量與再利用，是個不容小覷的議題。然而，為了增加水的可回收率有三種基本的概念：

1. Reuse 再利用：一個用水單元所排放的廢水再送到其他用水單元再度使用的情形。
2. Recycle 再循環：用水單元所排放的廢水混和新鮮水或其他用水單元所排放的廢水，在濃度許可下再度回到相同或其它的用水單元使用。
3. Regeneration 再生：用水單元所排放的廢水經由污水處理單元的再生處理 (ex 吸收、氣提…等) 移除部分污染物後，可再度的循環使用。藉此也能控制排放到環境中的廢水濃度。

因此省水的工作相當重要，不但能達到節省成本也可以降低對環境造成的污染，所以廢水的處理與再利用除了可減少廢水的產生也同時達到節省新鮮水的目標。透過水網路的設計將可讓我們對於工廠中各單元水的利用以及再利用做最適化的分析。

## 1.2 文獻回顧

在水網路的設計整合領域，有許多學者提出看法與研究，最早是由 Takama(1980) [25] 等學者提出相關的水網路配置最適化問題，利用超結構的方式考慮完整的水網路系統，在降低新鮮水消耗量和減少污水產生方面，做了初步的探討。而在水網路整合設計的發展主要分為兩種方法，第一種為狹點分析 (pinch analysis) 的方法，第二種就是數學規劃

法 (mathematical optimization)。Smith 和 Wang(1994) [26] [27] 延續了熱交換器的狹點分析研究，將水網路交換也利用狹點分析來討論，使用圖解的方式使污水產量最小化，狹點分析法因其分析過程對於物理意義的分析相當嚴謹，在水網路配置設計上，提供了許多重要的觀念，像是 Limiting Profile 的概念等等。之後 Alva-Argaez 等人[11] 便利用此概念，繼續發展超結構的最適化水網路設計，將水網路配置問題以混合整數非線性 (Mixed Integer Non-Linear Programming, MINLP) 問題呈現，以疊帶法尋求最佳的起始猜值，再求得污水最小化。

Majozi and Zhu (2001) [21] [30] 提出了一套以混合整數線性 (Mixed Integer Linear Programming, MILP) 模式來解決多功能 (multipurpose) 批式工廠的整合設計問題。Majozi (2005) [20] 更再進一步提出以混合整數非線性 (MINLP) 的方式來對多產品 (multiproduct) 和多功能 (multipurpose) 的批式工廠做廢水最適化的分析，能夠求得有無儲存槽的情況之下，工廠中能夠使用水量達最小生產的排程。但大部份的文獻都集中在單一廠區的水網路設計，當考慮到多個廠區時為了更進一步提升水的回收使用率，跨廠區的水網路整合就是必須的。

第一個提出跨廠區的水網路整合的 Olesen and Polley (1996) [24]，係使用狹點分析法提出負載圖 (load table) 進而將整個結構分割成許多小結構。在這之後有部份的文獻則使用數學規劃法，Lovelady and El-Halwagi (2009) [17] 為了減少一個工廠內多個不同廠區的新鮮水使用量，提出了跨廠區的水網路整合。然而在近幾年 Liao 等人[16] 討論多期間 (multi-period) 的

問題在多廠區的水網路系統；Chew 等人[6]討論直接與間接的跨廠區水網路系統；Chew and Foo [5]將自動尋找目標的技術從單一廠區延伸至跨廠區水網路的問題，最後Chen 等人(2010) [3]使用廠區間 (central) 以及廠區內 (decentralized) 的 water main 做跨廠區的水網路整合使結構簡單化且操作更具有彈性。

### 1.3 批式製程與連續式製程之不同

在一般工廠中的製程若以連續式的流動和不連續式的流動區分，大致可分為兩種：連續式製程 (continuous) 和批式製程 (batch)。而兩者主要的差別就在於批式與時間相關而連續式則與時間無關。

一般對於批式製程和連續製程主要不同的描述如下：

1. 在批式製程中，物料流是分批進入操作單元；連續製程中則是連續進入設備單元。
2. 在批式製程中，不同產品的生產路線可以不同；連續製程的路線則通常完全一致。
3. 在批式製程中，當程序完成後物料可以在生產設備中做暫時停留；連續製程中則必須連續一直完成。
4. 在批式製程中，所需的操作時間較短；而連續製程時間較長。

根據以上所述之理論觀點可知，在程序中，批式製程比連續製程更具生產上的彈性，但是批式製程在操作上的難度會較連續式來的高，而

兩者最大的差異在於連續式的單元的操作為穩定狀態 (steady state)，批式的則為非穩定狀態 (unsteady state)。而在本論文中將針對兩者去做一個水網路上的整合，利用儲存桶的配置克服操作時間上的問題，得到最適化的設計。

## 1.4 研究動機與目的

本研究是用數學規畫法提出超結構，而超結構內包含跨廠區所有可能的管線連接，設計的結構則用混和整數非線性 (mixed-integer nonlinear program) 表述之。然而在先前的文獻中同一廠區的用水單元皆為連續式或批式的單元，但有些廠區內的用水單元卻是兩者皆有，所以我們針對兩種情況下提出不同的解決方案。

1. 當廠區內的製程用水單元以連續式單元為主時。
2. 當廠區內的製程用水單元以批式單元為主時。

當廠區內的製程用水單元以連續式單元為主時: 我們提出了兩階段的方法，第一階段先將所有的批式單元的操作視為連續式單元，於不同的廠區之間安裝了 central main，於各個廠區內安裝了 decentralized main 其功能就像是個緩衝的桶子使得用水單元間管線簡化，進一步的去做跨廠區水網路的設計整合第一個目標函數為最小新鮮水的消耗量 (參考 Chen et.al(2010)[3])，而第二階段則是設計批式單元專用的儲存桶進出口流量的大小，一個批式單元配上兩個儲存桶，則可視為連續式單元操作，然而第二個目標函數則為最小化儲存桶的大小

當廠區內的製程用水單元以批式單元為主時: 我們將連續式製程用水單元操作時間切割為多個時間區間，而切割時間點根據批式製程用水單元開始與結束的時間點去設計，而第一個目標函數為最小化新鮮水消耗量，為了得到不同的水網路結構，進一步去做第二個目標函數最小化桶子大小。

因此本研究針對兩個不同的問題提出各自的解決方案，透過數學規劃法提出的超結構，進一步達到目標函數的目的，設計出最適化的水網路結構系統。





## 1.5 組織章節

本文共分為四個章節，包含：

### 第一章 緒論：

介紹水網路系統的設計，以及發展背景、研究動機，並回顧近幾年相關的文獻所提出的數學模型包含狹點分析法 (insight-based pinch analysis) 和數學規劃法 (mathematical optimization)。

### 第二章 跨廠區水網路最適化模式建構 - 用水單元以連續式為主製程：

首先說明建構模型的背景，規劃本研究適合的問題範圍，然後提出所需要的假設條件，接下來解釋數學模型所會用到的符號、參數、變數的物理意義，最後是相關限制式的解釋，並討論目標函數。最後依所建立的數學模型，使用目標函數做最適化水網路設計，並加以分析討論。

### 第三章 跨廠區水網路最適化模式建構 - 用水單元以批式為主製程：

介紹建構模型的背景，配合研究適合解決的問題，提出所需要的假設條件，進一步解釋超結構所用到的符號、參數、變數的物理意義，添加必要的限制式，討論目標函數。針對幾個例子，使用目標函數達到最適化結構，並加以分析討論。

### 第四章 結論與未來展望：

為本論文所提出的問題做出總結並討論未來的可能發展性。



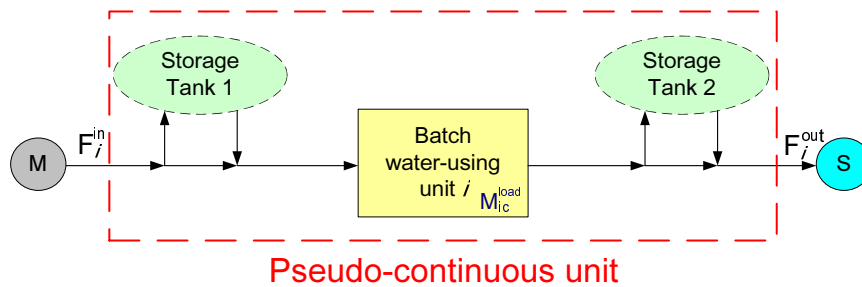
# 2

## 跨廠區水網路最適化模式建構 - 用水單元以連續式為主製程

### 2.1 模型建立之背景

一般而言，一個水網路的設計主要由四個基本元素所組成: (1) 多處水來源 (Source)、包括最乾淨的一級水 (Primary Water)，稍微含有污染物的次級水 (Secondary Water)，和待處理的廢水 (Wastewater)；(2) 需要移除污染物負載的製程用水單元 (Water-using Unit)；(3) 能夠將較高污染物濃度的污水變成乾淨水的污水處理單元 (Treatment Unit)；(4) 以及最後的污水排放去處 (Environment)，但考慮到批式與連續式用水單元操作時間上的不同所以我們必須添加儲存桶 (Storage Tanks) 給予批式用水單元如圖 2.1，因此我們能將批式單元視為連續式單元，以利於做最適化的水網路整合。水來源進入由批式與連續式用水單元、污水處理單元以及儲存桶

圖 2.1 批式製程單元與儲存桶



所形成的水網路，藉由許多相關的限制式 (Constraints)，並配合在污水排放方面的相關規定，試圖尋找出一個最適化的水網路設計。在 2001 年時，Feng and Seider [7] 提出了一個新的設計，在用水單元之間的連結加上了 “Water Main” 以簡化水網路的結構進一步的始操作更彈性化，。但大部分的文獻都注重在單一廠區的水網路設計，為了增加水的循環使用率以及減少廢水的排放量，研究的重點從單一廠區的問題延伸到跨廠區的問題。在 2008 年時，由 Chew et.al [6] 提出兩個針對跨廠區的設計，直接整合 (Direct integration) 和間接整合 (Indirect integration)。直接整合如圖 2.2 所示，在跨廠區的水網路設計是由管線直接連接不同的廠區。而間接整合如圖 2.3 所示，在不同的廠區中間添加了一個 central main，所有跨廠區管線的連結都必須透過 central main 才能傳送到另一個廠區。Central main 就像是一個緩衝的桶子降低管線連接的複雜性，進而使設計達到更簡單。

圖 2.2 直接整合 (不含 central main)

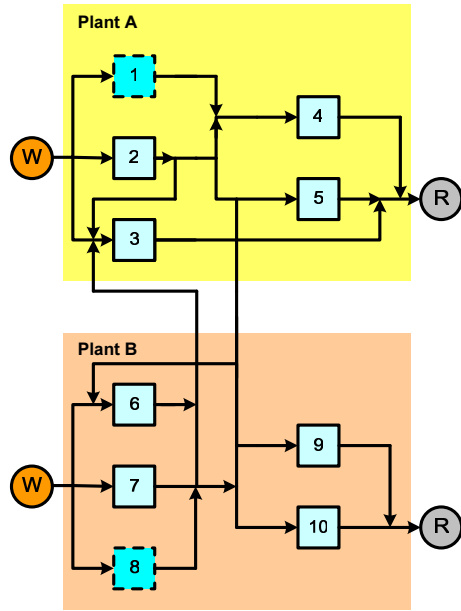
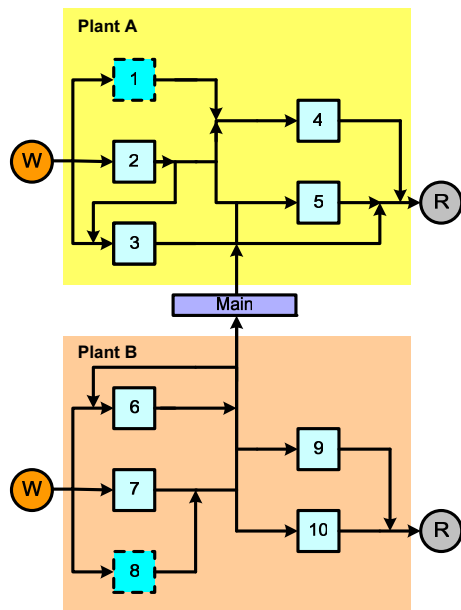


圖 2.3 間接整合 (含 central main)



## 2.2 模型建立之基本假設條件

由於真實工廠的用水網路結構相當的複雜，本研究為了簡化問題的複雜度，在建構模式前(不論在批式製程用水單元或連續式製程用水單元為主要時)，都必須做下列的假設：

1. 製程用水單元的數量是已知且固定的。
2. 各用水單元進出口濃度限制都有其最大值。
3. 各污水處理單元進口端的最大濃度限制。
4. 每一個製程用水單元中，必須被移除的質量負載是固定的。

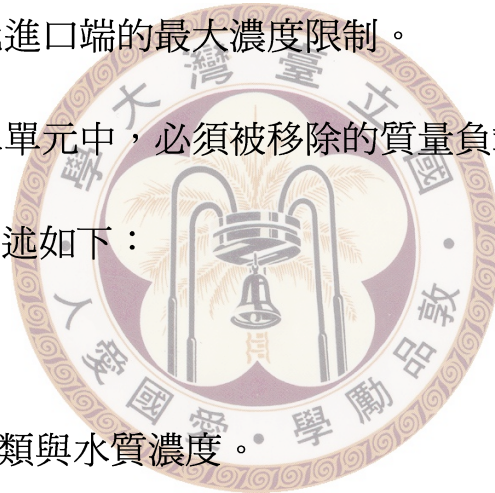
因此整個模式可以描述如下：

決策者提供：

- (a) 水來源的種類與水質濃度。
- (b) 每個污水處理單元所提供的最小出口濃度或是移除率。
- (c) 每一個連接管線的流量上下限的限制。
- (d) 額外的管線連接限制。

以模式計算出：

- (a) 各單元間相互管線的連接情形。
- (b) 各存在管線的水流量值。



(c) 各用水單元實際進出口濃度狀況。

模式的目標是使工廠水網路設計，經過模擬得到一個最適化的水網路結構，以達成：

(a) 最少新鮮水的消耗量。

(b) 最小化儲存桶的大小。

### 2.3 模式建立之圖解說明

首先我們將先針對當製程用水單元以連續式單元為主要時，此時水網路的系統由批式與連續式用水單元、water main、污水處理單元和回收廢水的桶子所構成，基於這四個元素而發展出來的超結構，可見圖 2.4 和圖 2.5。由這兩個圖可以看到，在單元之前都有一個混合器 (Mixer)，以方便將來自各個不同來源的水流匯聚在一起，之後在一併的送入單元中；此外，在單元之後也有一個分離器 (Splitter)，目的是將準備流往其他單元的水流做一個分離的動作。圖 2.6 所表示的則為一個概念性的超結構，考慮單元所有可能連接的管線。超結構內包含新鮮水的來源、批式與連續式用水單元、water main、污水處理單元、回收廢水的桶子和廢水排放出的大自然環境中(如河流、海洋)。但在真實工廠中，污水處理單元主要可被分為兩種種類；一種是移除固定移除率的單元，一種是有最低出口濃度的單元。這兩種污水處理單元都有可能出現在各個廠區之內。

圖 2.4 超結構 (Superstructure)

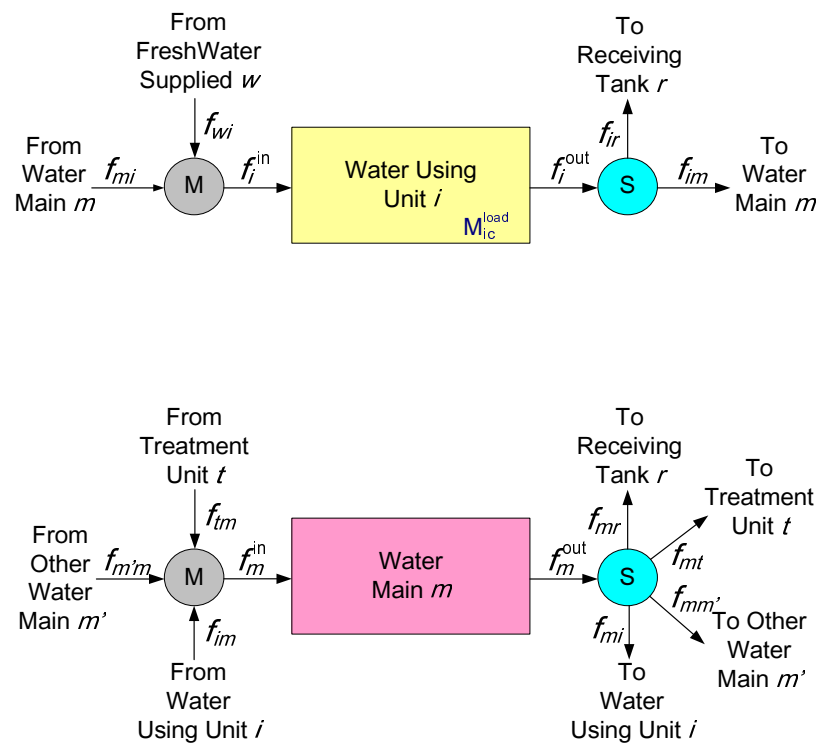




圖 2.5 超結構 (Superstructure)

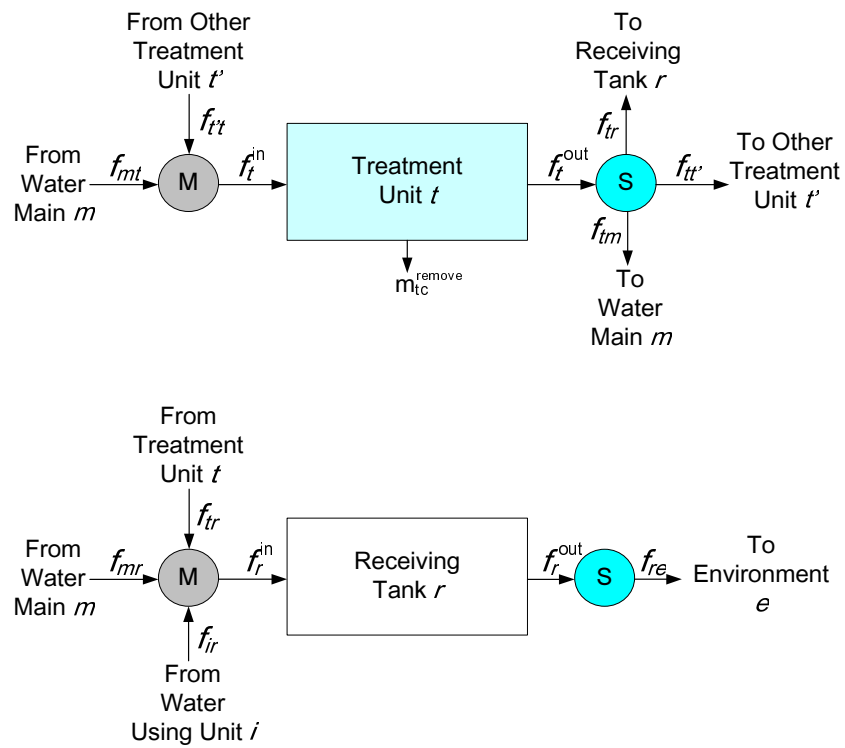
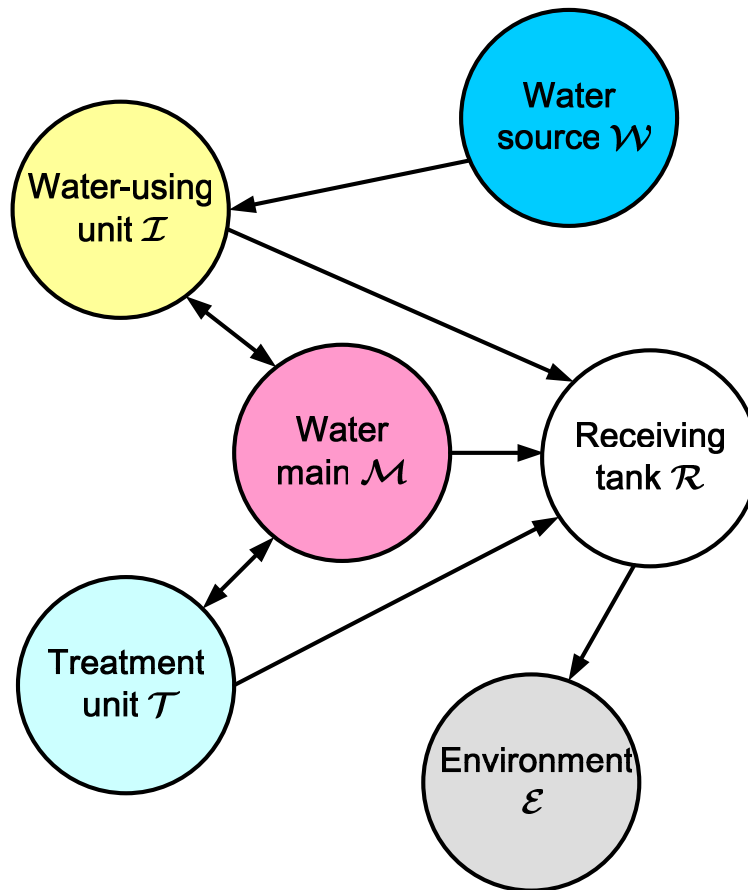


圖 2.6 概念性的超結構



## 2.4 模式之符號、集合、系統參數與系統變數 (Indices, Sets, Parameters, and Variables)

建立模式的首要步驟就是決定系統中的符號 (indices)、集合 (sets)、系統參數 (parameters) 以及系統變數 (包括連續變數與 0-1 變數)(variables)、本文將分別列於 2.4.1 節 -2.4.4 節。

### 2.4.1 指標符號與集合說明 (Indices and Sets)

在這裡的指標符號是指代表物件的符號，例如： $i$  是指製程用水單元、 $t$  是指污水處理單元... 等，而在模式中所使用的任何參數及變數均會出現指標符號。當然在模式中所需要的集合也將一一介紹，例如： $I$  為所有製程用水單元之集合， $T$  為所有污水處理單元之集合... 等，由表 2.1 可清楚看到系統中所有的指標符號與集合說明。

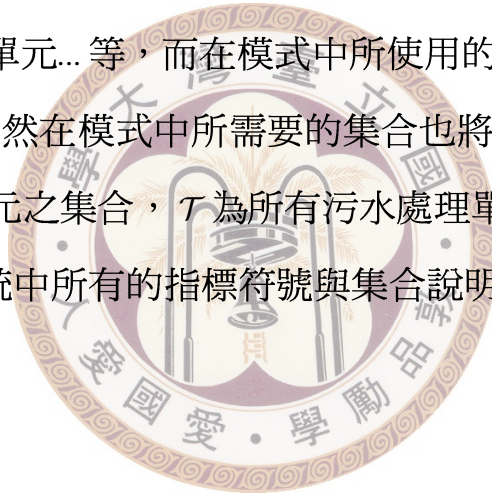


表 2.1 指標符號與集合說明

$c \in \mathcal{C}$	所有污染物種類之集合
$e \in \mathcal{E}$	最後污染物排放於環境的種類之集合
$i \in \mathcal{I}^c$	所有連續式製程用水單元之集合
$i \in \mathcal{I}^b$	所有批式製程用水單元之集合
$i \in \mathcal{I}_p$	在廠區 $p$ 內所有用水單元之集合
$m \in \mathcal{M}$	所有 water main 之集合
$\mathcal{M}^{\text{cen}}$	所有廠區之間的 water main 之集合
$\mathcal{M}^{\text{inn}}$	$= \{\mathcal{M}_p, p \in \mathcal{P}\}$ , 所有在廠區 $p$ 內的 water main 之集合
$\mathcal{M}$	$= \mathcal{M}^{\text{inn}} \cup \mathcal{M}^{\text{cen}}$
$n \in \mathcal{N}$	所有時間間隔之集合
$p \in \mathcal{P}$	所有廠區之集合
$r \in \mathcal{R}$	所有污水收集桶之集合
$t \in \mathcal{T}$	所有污水處理單元之集合
$\mathcal{T}^{\text{cen}}$	所有在廠區之間的廢水處理單元之集合
$\mathcal{T}^{\text{dcen}}$	$= \{\mathcal{T}_p, p \in \mathcal{P}\}$ , 所有在廠區 $p$ 內的廢水處理單元之集合
$\mathcal{T}$	$= \mathcal{T}^{\text{inn}} \cup \mathcal{T}^{\text{cen}}$
$t \in \mathcal{T}^{\text{C}}$	最低出口濃度的污水處理單元
$t \in \mathcal{T}^{\text{R}}$	固定移除率的污水處理單元
$\mathcal{T}$	$= \mathcal{T}^{\text{C}} \cup \mathcal{T}^{\text{R}}$
$w \in \mathcal{W}$	所有新鮮水來源之集合

## 2.4.2 系統參數 (Parameters)

在本節將介紹模式中所需的基本資訊，即需要決策者所輸入的參數，例如： $C_{ic,max}^{in}$  表示水進入製程用水單元  $i$  時，污染物種類  $c$  的最大可允許之進度濃度是一個被決定的固定值；而其它參數之定義與此類似，如表 2.2 所示。

表 2.2 系統參數

$C_{ec}^{max}$	環境 $e$ 可容許最大污染物的濃度
$C_{tc,max}^{in}$	水進入污水處理單元 $t$ 時，污染物種類 $c$ 最大可允許之進入濃度
$C_{tc}^{out}$	水離開污水處理單元 $t$ 時，污染物種類 $c$ 最大之出口濃度
$C_{ic,max}^{in}$	水進入製程用水單元 $i$ 時，污染物種類 $c$ 最大可允許之進去濃度
$C_{ic,max}^{out}$	水離開製程用水單元 $i$ ，污染物種類 $c$ 最大可允許之出口濃度
$C_{wc}$	水來源 $w$ 所含污染物種類 $c$ 的濃度
$F_e^{max}$	環境 $e$ 可容許最大排出水的流量
$M_{ic}^{load}$	在製程用水單元 $i$ 中，污染物種類 $c$ 的質量負載
$R_{tc}$	在污水處理單元 $t$ 中，污染物種類 $c$ 的移除率
$T_i^{cyc}$	所有用水單元一個循環的時間
$T_i^{op}$	批式製程用水單元操作的時間
$Z_{in}^{op}$	0 – 1 參數，表示批式製程用水是否有在操作

### 2.4.3 系統變數 (Variables)

本節將介紹決策變數，即模式輸出的變數，包括一般的連續變數與邏輯的 0 – 1 變數，兩種不同的系統變數。

0 – 1 變數 (binary variable)，是表示一個事件存在或不存在的邏輯變數，該數值只能存在於 0 與 1 兩者之一，亦即 0 – 1 變數的結果不是 0 就是 1。例如：當  $y_{wi} = 1$  時，表示從水來源  $W$  流到製程用水單元  $i$  的管線是存在的；當  $y_{wi} = 0$  時，表示從水來源  $W$  流到製程用水單元  $i$  的管線是不存在的。而連續變數 (continuous variable)，是指在一定範圍內所有可能由數學運算得到的結果，為任何大於或等於 0 的數值，其它 0 – 1 變數及連續變數如表所示：

表 2.3 連續變數

$c_{ic}^{in}$	在製程用水單元 $i$ 中，污染物種類 $c$ 的進入濃度
$c_{ic}^{out}$	在製程用水單元 $i$ 中，污染物種類 $c$ 的出口濃度
$c_{mc}$	在 water main 中，污染物種類 $c$ 的濃度
$c_{rc}$	在污水收集桶 $r$ 中，污染物種類 $c$ 的濃度
$c_{tc}^{in}$	在污水處理單元 $t$ 中，污染物種類 $c$ 的進入濃度
$c_{tc}^{out}$	在污水處理單元 $t$ 中，污染物種類 $c$ 的出口濃度

表 2.4 連續變數

$f_i^{\text{in}}$	進入製程用水單元 $i$ 的總流量
$f_i^{\text{out}}$	離開製程用水單元 $i$ 的總流量
$f_{im}$	製程用水單元 $i$ 到 water main $m$ 的總流量
$f_{ir}$	製程用水單元 $i$ 到污水收集桶 $r$ 的總流量
$f_m^{\text{in}}$	進入 water main $m$ 的總流量
$f_m^{\text{out}}$	離開 water main $m$ 的總流量
$f_{mi}$	water main $m$ 到製程用水單元 $i$ 的總流量
$f_{mm'}$	water main $m$ 到另一個 water main $m'$ 的總流量
$f_{mp}$	water main $m$ 到廠區 $p$ 的總流量
$f_{mr}$	water main $m$ 到環境 $r$ 的總流量
$f_{mt}$	water main $m$ 到污水處理單元 $t$ 的總流量
$f_{pm}$	廠區 $p$ 到 water main $m$ 的總流量
$f_{pr}$	廠區 $p$ 到環境 $r$ 的總流量
$f_r^{\text{in}}$	進入污水收集桶 $r$ 的總流量
$f_r^{\text{out}}$	離開污水收集桶 $r$ 的總流量
$f_{re}$	污水收集桶 $r$ 到環境 $e$ 的總流量
$f_t^{\text{in}}$	進去污水處理單元 $t$ 的總流量
$f_t^{\text{out}}$	離開污水處理單元 $t$ 的總流量
$f_{tm}$	污水處理單元 $t$ 到 water main $m$ 的總流量
$f_{tr}$	污水處理單元 $t$ 到污水收集桶 $r$ 的總流量
$f_{tt'}$	污水處理單元 $t$ 到另一個污水處理單元 $t'$ 的總流量
$f_{wi}$	水來源 $w$ 到製程用水單元 $i$ 的總流量
$f_{wp}$	水來源 $w$ 到廠區 $p$ 的總流量
$f_{in}^{*,\text{in}}$	$* \in \{s1, s2\}$ , 進入儲存桶的總流量
$f_{in}^{*,\text{out}}$	$* \in \{s1, s2\}$ , 離開儲存桶的總流量
$m_{tc}^{\text{remove}}$	在污水處理單元 $t$ 中, 污染物種類 $c$ 所被移除的總量
$q_{in}^*$	$* \in \{s1, s2\}$ , 儲存桶的儲存量
$q_{in}^{*,\text{size}}$	$* \in \{s1, s2\}$ , 儲存桶的總儲存量
$y_*$	0 - 1 變數
	$* \in \{mi, wi, im, ir, tm, mm', mt, mr, tt', rr', tr, wp, pm, mp, pr\}$
	$\forall i \in \mathcal{I}, w \in \mathcal{W}, m, m' \in \mathcal{M}, t, t' \in \mathcal{T}, r \in \mathcal{R}, e \in \mathcal{E}$
$z_{in}^{*,\text{in}}$	$* \in \{s1, s2\}$ , 0 - 1 變數表示有無流量進入儲存桶

## 2.5 問題描述 (Problem Statement)

在一個工廠內包含了許多不同的廠區，我們給予廠區的集合  $p \in \mathcal{P}$ ，在各廠區內含有兩種不同的製程用水單元，批式製程用水單元  $i \in \mathcal{I}^b$ 、連續式製程用水單元  $i \in \mathcal{I}^c$ ，所移除的污染物種類  $c \in \mathcal{C}$  皆有固定的質量負載，提供一個新鮮水的來源  $w \in \mathcal{W}$  提供不同濃度的水。此外，water main  $m \in \mathcal{M}$  使得水網路設計操作更加方便，最後經由污水收集桶  $r \in \mathcal{R}$  收集所有要排放至環境的污水。所要達到的目標函數為最小化新鮮水消耗量，配合給予的限制式做跨廠區水網路整合。在製程用水單元以連續式單元為主要時，我們分成兩階段的步驟去整合跨廠區的水網路，以下將分別介紹之。





## 2.6 階段 1 的限制式 (Constraints for Phase 1)

在整個數學規劃法所規劃的模型針對跨廠區水網路的整合，包含許多的物流流量平衡、污染物溶質平衡的限制式、操作條件上的限制式，以及邏輯限制式。在階段 1 時所有的製程用水單元都視為連續式製程用水單元操作之，去整合一個連續式的跨廠區水網路。模型的建立基於超結構的設計包含所有可能的再利用 (reuse) 和再循環 (recycle)。

### 2.6.1 製程用水單元中流量平衡與溶質平衡 (Flow Rate Balance and Contaminant Balance for Water-using Unit)

圖 2.7 製程用水單元的超結構

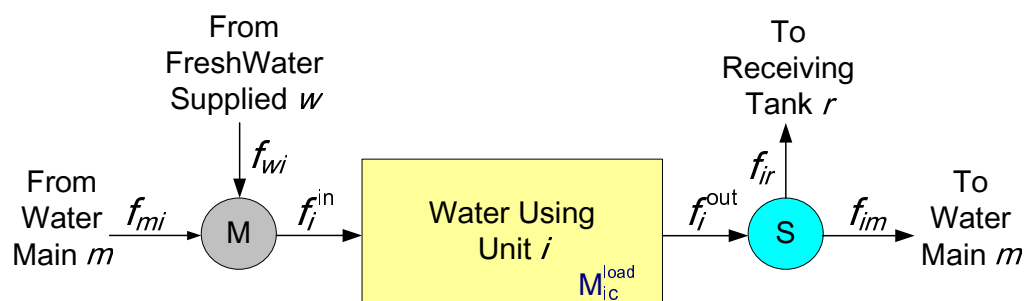


圖 2.7 所示，製程用水單元  $i$  的超結構，在進口端部份我們考慮來自新鮮水來源  $w$  以及來自 water main  $m$ 。在出口端部份考慮的則有到 water main  $m$  和污水收集桶  $r$ 。式 (2.1) 及 (2.2) 描述製程用水單元的流量平衡在

進口端 (Mixer) 和出口端 (Split) ，

$$f_i^{\text{in}} = \sum_{m \in \mathcal{M}} f_{mi} + \sum_{w \in \mathcal{W}} f_{wi} \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (2.1)$$

$$f_i^{\text{out}} = \sum_{m \in \mathcal{M}} f_{im} + \sum_{r \in \mathcal{R}} f_{ir} \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (2.2)$$

而式 (2.3) 則描述污染物溶質的平衡於進口端，式 (2.4) 則為製程用水單元的進出溶質平衡限制式， $M_{ic}^{\text{load}}$  表示製程用水單元內，必須要被物流帶走的污染物質質量。式 (2.5) 說明無論在進入或離開製程用水單元時，污染物的濃度都必須要符合最大上限的限制。

$$f_i^{\text{in}} c_{ic}^{\text{in}} = \sum_{m \in \mathcal{M}} f_{mi} c_{mc} + \sum_{w \in \mathcal{W}} f_{wi} c_{wc} \quad \forall c \in \mathcal{C}, i \in \mathcal{I} \quad (2.3)$$

$$f_i^{\text{in}} c_{ic}^{\text{in}} + M_{ic}^{\text{load}} = f_i^{\text{out}} c_{ic}^{\text{out}} \quad \forall c \in \mathcal{C}, i \in \mathcal{I} \quad (2.4)$$

$$c_{ic}^{\text{in}} \leq C_{ic,\text{max}}^{\text{in}}; c_{ic}^{\text{out}} \leq C_{ic,\text{max}}^{\text{out}} \quad \forall c \in \mathcal{C}, i \in \mathcal{I} \quad (2.5)$$

## 2.6.2 Water main 流量平衡與溶質平衡 (Flow Rate Balance and Contaminant Balance for Water Main)

圖 2.8 Water main 的超結構

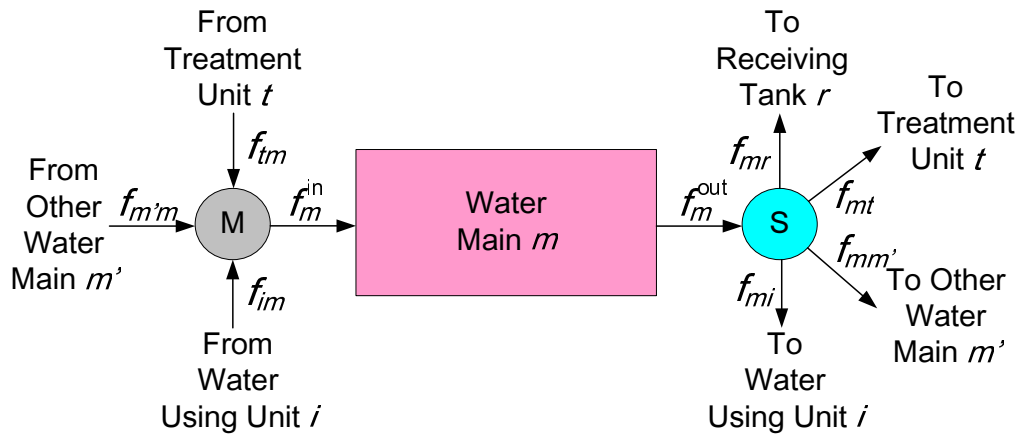


圖 2.8 為針對 water main 設計的超結構，在進口端部份考慮的有來自製程用水單元  $i$ 、其他的 water main  $m$ ，以及污水處理單元  $t$  在出口端部份則有流至製程用水單元  $i$ 、其他的 water main  $m$ 、污水處理單元  $t$ ，以及污水收集桶  $r$ 。式 (2.6) 及 (2.7) 表示流量平衡於 water main 的進口端 (Mixer) 和出口端 (Split)，而式 (2.8) 則表示整個 water main 的流量平衡。然而式 (2.9) 為 water main 的溶質平衡。

$$f_m^{\text{in}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} f_{im} + \sum_{m' \in \mathcal{M}} f_{m'm} + \sum_{t \in \mathcal{T}} f_{tm} \quad \forall m \in \mathcal{M} \quad (2.6)$$

$$f_m^{\text{out}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} f_{mi} + \sum_{m' \in \mathcal{M}} f_{mm'} + \sum_{t \in \mathcal{T}} f_{mt} + \sum_{r \in \mathcal{R}} f_{mr} \quad \forall m \in \mathcal{M} \quad (2.7)$$

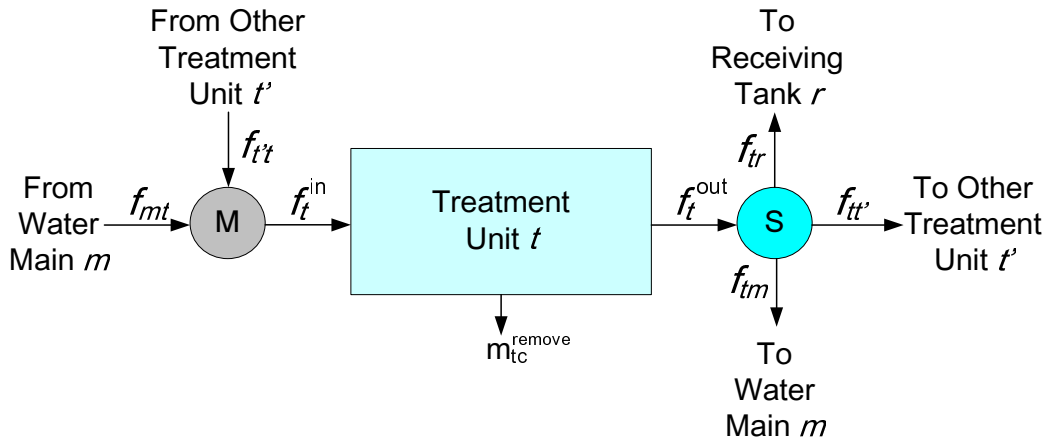
$$f_m^{\text{in}} = f_m^{\text{out}} \quad \forall m \in \mathcal{M} \quad (2.8)$$

$$f_m^{\text{in}} c_{mc} = \sum_{i \in \mathcal{I}} f_{im} c_{ic}^{\text{out}} + \sum_{m' \in \mathcal{M}} f_{m'm} c_{m'e} + \sum_{t \in \mathcal{T}} f_{tm} c_{tc}^{\text{out}} \quad \forall c \in \mathcal{C}, m \in \mathcal{M} \quad (2.9)$$

### 2.6.3 污水處理單元的流量平衡與溶質平衡 (Flow Rate Balance and Contaminant Balance for Treatment Unit)

圖 2.9 為針對污水處理單元所設計的超結構，在進口端部份考慮的有來自 water main  $m$  和其他污水處理單元  $t'$  而在出口端部份則考慮流至 water main  $m$ 、其他污水處理單元  $t$  以及污水收集桶  $r$ 。式 (2.10)-(2.12) 為污水處理單元  $t$ ，在進口端 (Mixer) 和出口端 (Split) 以及整個污水處理單

圖 2.9 污水處理單元的超結構



元的流量平衡。

$$f_t^{\text{in}} = \sum_{m \in \mathcal{M}} f_{mt} + \sum_{t' \in \mathcal{T}} f_{t't} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (2.10)$$

$$f_t^{\text{out}} = \sum_{m \in \mathcal{M}} f_{tm} + \sum_{t' \in \mathcal{T}} f_{tt'} + \sum_{r \in \mathcal{R}} f_{tr} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (2.11)$$

$$f_t^{\text{in}} = f_t^{\text{out}} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (2.12)$$

式 (2.13) 及 (2.14) 為污水處理單元  $t$  的溶質平衡，而式 (2.15) 及 (2.16) 表示污水處理單元所移除的質量負載，式 (2.15) 為表示固定移除率的污水處理單元，式 (2.16) 則為有最低出口濃度的污水處理單元。  $Y_{tc}$  在式 (2.16) 表示污水處理單元  $t$  對污染物種類  $c$  的有效處理，當  $Y_{tc} = 1$  時表示污水處理單元  $t$  對污染物  $c$  有固定出口濃度的限制，式 (2.17) 表示進入

污水處理單元  $t$  的最大污染物濃度。

$$f_t^{\text{in}} c_{tc}^{\text{in}} = \sum_{m \in \mathcal{M}} f_{mt} c_{mc} + \sum_{t' \in \mathcal{T}} f_{t't} c_{t'c}^{\text{out}} \quad \forall c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (2.13)$$

$$f_t^{\text{in}} c_{tc}^{\text{in}} = m_{tc}^{\text{remove}} + f_t^{(\text{out})} c_{tc}^{\text{out}} \quad \forall c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (2.14)$$

$$m_{tc}^{\text{remove}} = f_t^{\text{in}} c_{tc}^{\text{in}} R_{tc} \quad \forall c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}^{\text{R}} \quad (2.15)$$

$$m_{tc}^{\text{remove}} = f_t^{\text{in}} c_{tc}^{\text{in}} - [Y_{tc} c_{tc}^{\text{out}} + (1 - Y_{tc}) c_{tc}^{\text{in}}] \quad \forall c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}^{\text{c}} \quad (2.16)$$

$$c_{tc}^{\text{in}} \leq C_{tc, \text{max}}^{\text{in}} \quad \forall c \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (2.17)$$

#### 2.6.4 污水收集桶的流量平衡與溶質平衡 (Flow Rate Balance and Contaminant Balance for Receiving Tank)

圖 2.10 污水收集桶的超結構

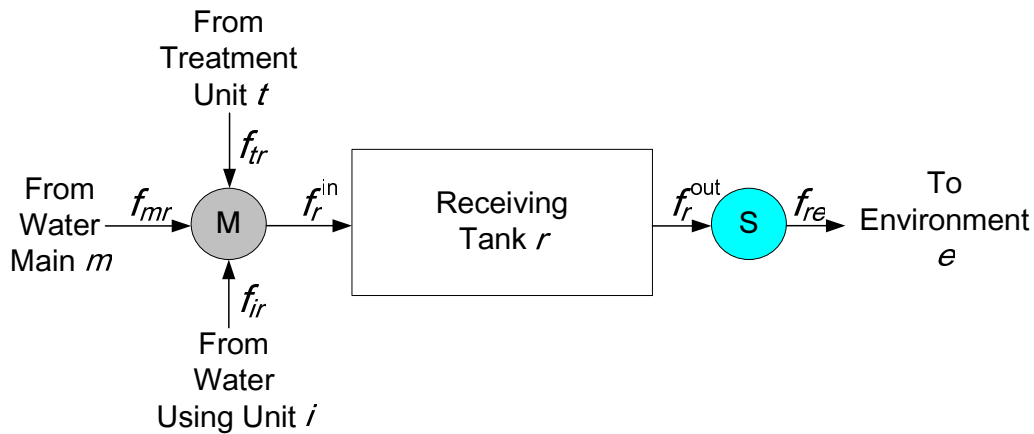


圖 2.10 為污水收集桶的超結構，在污水收集桶  $r$  的進口端考慮了來自製程用水單元  $i$ 、water main  $m$ ，以及污水處理單元  $t$ ，然而出口端為所

排放的環境  $e$ 。式 (2.18)-(2.21) 為污水收集桶  $r$  的流量平衡與溶質平衡。

$$f_r^{\text{in}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} f_{ir} + \sum_{m \in \mathcal{M}} f_{mr} + \sum_{t \in \mathcal{T}} f_{tr} \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (2.18)$$

$$f_r^{\text{out}} = \sum_{e \in \mathcal{E}} f_{re} \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (2.19)$$

$$f_r^{\text{in}} = f_r^{\text{out}} \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (2.20)$$

$$f_r^{\text{in}} c_{rc} = \sum_{i \in \mathcal{I}} f_{ir} c_{ic}^{\text{out}} + \sum_{m \in \mathcal{M}} f_{mr} c_{mc} + \sum_{t \in \mathcal{T}} f_{tr} c_{tc}^{\text{out}} \quad \forall c \in \mathcal{C}, r \in \mathcal{R} \quad (2.21)$$

而排放至環境的流量與污染物濃度的限制表示在式 (2.22) 及 (2.23)，當中  $Y_{re}$  為 0-1 參數，當  $Y_{re} = 1$  時表示水正從污水收集桶  $r$  流至環境  $e$

$$f_{re} \leq Y_{re} F_e^{\text{max}} \quad \forall e \in \mathcal{E}, r \in \mathcal{R} \quad (2.22)$$

$$Y_{re} c_{rc} \leq C_{ec}^{\text{max}} \quad \forall c \in \mathcal{C}, e \in \mathcal{E}, r \in \mathcal{R} \quad (2.23)$$

### 2.6.5 邏輯限制式 (Logical Constraints)

$$y_{\dagger} F_{\dagger}^{\text{L}} \leq f_{\dagger} \leq y_{\dagger} F_{\dagger}^{\text{U}} \quad \dagger \in \left\{ \begin{array}{l} im, ir, mi, mm', mr \\ mt, re, tm, tr, tt', wi \end{array} \right\} \quad (2.24)$$

式 (2.24) 介紹各物流中，流量的可允許大小範圍；其中  $F_{\dagger}^{\text{L}}$  表示相當管線中水流流量的最低可允許流量， $F_{\dagger}^{\text{U}}$  則是相當管線中水流流量的上限參數；另外，在此數學模式中引入了 0-1 變數 (Binary variables)， $y_{\dagger}$ ，藉此表示某水流管線是否存在，若存在，則  $y_{\dagger} = 1$ ，反之， $y_{\dagger} = 0$ ；所以整個限制式代表的意義，當某一個水流管線存在時，管線中的水流流量必須在流量上下限的範圍當中。根據這流量上的限制式去限制跨廠區整合上的操作限制。式 (2.25) 代表在不同廠區內的製程用水單元和

water main 是不能互相連接的。而  $\mathcal{M}''_p$  被定義為  $\mathcal{M} - \mathcal{M}^{\text{central}} - \mathcal{M}_p$ ;  $\mathcal{M}^{\text{central}}$  和  $\mathcal{M}_p$  則為在廠區之間和在廠區  $p$  內的 main。

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_p} \sum_{m \in \mathcal{M}''_p} (y_{im} + y_{mi}) = 0 \quad \forall p \in \mathcal{P} \quad (2.25)$$

在水網路的設計上，有兩種不同的 main(廠區之間的 central main)和(廠區之內的 local main)，廠區之間的 central main 可與其他的 central main 以及所有廠區之內的 local main 連接，但在不同廠區內的 local main 是被禁止互相連接的，所以式 (2.26) 此限制式是需要的。

$$\sum_{m \in \mathcal{M}_p} \sum_{m' \in \mathcal{M}''_p} y_{mm'} = 0 \quad \forall p \in \mathcal{P} \quad (2.26)$$

## 2.7 階段 1 的目標函數 (Objective Function for Phase 1)

在階段 1 時，污水處理單元以及環境排放上的限制是不被考慮的。因此所有有關的限制式也將不被考慮。所以目標函數最小化新鮮水消耗量 (minimize fresh water consumption) 為：

$$\min_{\mathbf{x}_1 \in \Omega_1} J_1 = \sum_{w \in \mathcal{W}} \sum_{i \in \mathcal{I}} f_{wi} \quad (2.27)$$

當中  $\mathbf{x}_1$  是指變數， $\Omega_1$  是指需要的限制式。在此模型的建立為一個混合整數非線性的問題 (MINLP)

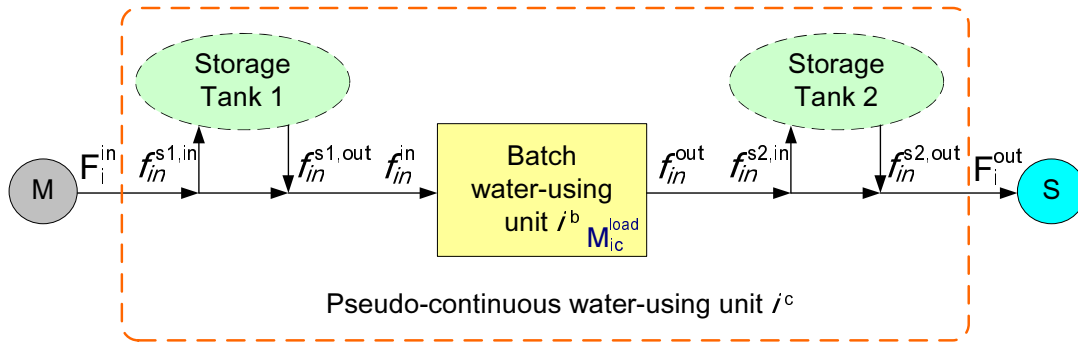
$$\mathbf{x}_1 \equiv \left\{ \begin{array}{l} c_{ic}^{\text{in}}, c_{ic}^{\text{out}}, c_{mc}, c_{rc}, f_i^{\text{in}}, f_i^{\text{out}}, f_{im}, f_{ir}, f_m^{\text{in}}, f_m^{\text{out}}, f_{mi}, f_{mm'} \\ f_{mr}, f_r^{\text{in}}, f_r^{\text{out}}, f_{re}, f_{wi}, y_{im}, y_{ir}, y_{mi}, y_{mm'}, y_{mr}, y_{re}, y_{wi} \\ \forall c \in \mathcal{C}, e \in \mathcal{E}, i \in \mathcal{I}, m, m' \in \mathcal{M}, r \in \mathcal{R}, w \in \mathcal{W} \end{array} \right\}$$

$$\Omega_1 = \{\mathbf{x}_1 \mid \text{式 (2.1) - (2.11), (2.19) - (2.22), 及 (2.25) - (2.27)}\}$$

## 2.8 階段 2 的限制式 (Constraints for Phase 2)

如圖 2.11 所示，針對一個批式的製程用水單元配置兩個輔助的儲存桶，一個儲存桶 (Tank s1) 放置在批式用水單元的前面用以控制進口的流量，而另一個 (Tank s2) 則放置在批式用水單元的後面去控制出口的流量。

圖 2.11 配置儲存桶的批式製程用水單元超結構



### 2.8.1 儲存桶 (Tank S) 的儲存策略 (Storage Policy for Tank s1)

圖 2.11 為儲存桶 (Tank S) 的超結構，由混合器進入到批式製程用水單元的水，於非批式製程用水單元操作時間時會先儲存於儲存桶內，待批式製程用水單元開始操作時，給予水的提供。式 (2.28) 為進入批式製程用水單元  $i$  的流量平衡，式 (2.29) 為批式製程用水單元的出口端流量平衡。

$$f_{in}^{in} = F_i^{in} - f_{in}^{s1,in} + f_{in}^{s1,out} \quad \forall i \in \mathcal{I}^b, n \in \mathcal{N} \quad (2.28)$$

$$f_{in}^{out} = F_i^{out} + f_{in}^{s2,in} - f_{in}^{s2,out} \quad \forall i \in \mathcal{I}^b, n \in \mathcal{N} \quad (2.29)$$



式 (2.30) 為操作限制條件目的在限制儲存桶  $s_1, s_2$  不能在同一個時間間隔內儲存水與給予水。

$$\begin{cases} f_{in}^{*,in} \leq F_i^{\max} z_{in}^{*,in} \\ f_{in}^{*,out} \leq F_i^{\max} (1 - z_{in}^{*,in}) \end{cases} \quad * \in \{s_1, s_2\}, \forall i \in \mathcal{I}^b, n \in \mathcal{N} \quad (2.30)$$

$$q_{in}^* = q_{i,N}^* |_{n=1} + q_{i,n-1}^* |_{n>1} + (f_{in}^{*,in} - f_{in}^{*,out}) \Delta_n \quad * \in \{s_1, s_2\}, \forall i \in \mathcal{I}^b, n \in \mathcal{N} \quad (2.31)$$

$$q_{i,N}^* |_{n=1} + q_{i,n-1}^* |_{n>1} + f_{in}^{*,in} \Delta_n \leq q_i^{*,size} \quad * \in \{s_1, s_2\}, \forall i \in \mathcal{I}^b, n \in \mathcal{N} \quad (2.32)$$

式 (2.31) 及 (2.32) 為儲存桶的流量平衡以及儲存桶儲存水容量 ( $q_{in}^{s1}$ ) 的最大值 ( $q_i^{s1,size}$ )。式 (2.33) 及 (2.34) 表示真實進入單元  $I^b$  的流量以及視為連續式時進入單元  $I^b$  的流量關係。式 (2.35) 為整個批式製程用水單元  $I^b$  的流量平衡 (假設沒有額外水的獲得與失去)

$$f_{in}^{in} = Z_{in}^{op} F_i^{in} \frac{T^{cyc.}}{T_i^{op}} \quad \forall i \in \mathcal{I}^b, n \in \mathcal{N} \quad (2.33)$$

$$T_i^{op} = \sum_{n \in \mathcal{N}} Z_{in}^{op} \Delta_n \quad \forall i \in \mathcal{I}^b \quad (2.34)$$

$$f_{in}^{in} = f_{in}^{out} \quad \forall i \in \mathcal{I}^b, n \in \mathcal{N} \quad (2.35)$$

## 2.9 階段 2 的目標函數 (Objective Function for Phase 2)

在步驟 2，我們的目標函數為最小化儲存桶的大小  $(q_i^{s1,size} + q_i^{s2,size})$  式 (2.36)，此時的模型為混合整數線性的問題 (MILP)。

$$\min_{\mathbf{x}_2 \in \Omega_2} J_2 = \sum_{i \in \mathcal{I}^b} f_{wi} (q_i^{s1,size} + q_i^{s2,size}) \quad (2.36)$$

當中  $\mathbf{x}_2$  是指變數， $\Omega_2$  是指需要的限制式。

$$\mathbf{x}_2 \equiv \left\{ \begin{array}{l} f_{in}^{in}, f_{in}^{out}, f_{in}^{s1,in}, f_{in}^{s1,out} \\ f_{in}^{s2,in}, f_{in}^{s2,out}, q_i^{s1,size}, q_i^{s2,size} \\ q_{in}^{s1}, q_{in}^{s2}, z_{in}^{s1,in}, z_{in}^{s2,in} \\ \forall i \in \mathcal{I}^b, n \in \mathcal{N} \end{array} \right\}$$

$$\Omega_2 = \{\mathbf{x}_2 \mid \text{式 (2.28) - (2.35)}\}$$

## 2.10 水網路系統之情境模擬與結果分析 - 當用水單元以連續式為主製程

在本節，透過對於水網路系統的製程用水單元以連續式單元為主的例子，基於先前所提出的數學規劃法的模型，搭配限制式  $\Omega$ ，得到最佳化的設計結果，並進一步做深入分析與討論。對於跨廠區水網路的最適化整合，採用兩種不同的目標函數，首先以最小新鮮水消耗量為第一個目標函數，進一步考慮儲存桶的成本而衍生出第二個目標函數最小化儲存桶的大小。

### 2.10.1 最適化軟體

本研究是採用一套著名的高階模式系統軟體，Generalized Algebraic Modeling System(GAMS, Brooke et al., 1988)，來求解最適化數學規劃問題。本研究的數學模式由典型的混合整數的非線性規劃 (Mixed-Integer Non-Linear Programming, MINLP) 問題和混合整數的線性規劃 (Mixed-Integer Linear Programming, MILP)，而在求解最適化問題的解題器 (solver) 方面，採用的 MINLP solver 為 DICOPT 而 MILP solver 為 CPLEX。

## 2.10.2 跨廠區水網路的設計

在此提出的例子是由 3 個廠區所組成，內擁有 15 個製程用水單元(其中 3 個為批式製程用水單元)、3 種污染物的種類。表 2.5 -2.8 為製程用水單元的操作條件，參考 Chen(2010) [3]。

圖表內含有最大可允許的進口與出口濃度、各種污染物的質量負載和批式製程用水的操作時間。

表 2.5 Plant A 的製程用水單元操作圖表

Unit	operating mode	Contaminant	$C_{ic,max}^{in}$ (ppm)	$C_{ic,max}^{out}$ (ppm)	$M_{ic}^{load}$ (g/hr)	operating period (h ; $T^{cyc} = 10h$ )
1	batch	c1	0	15	750	5 – 10
		c2	0	400	20000	
		c3	0	35	1750	
2	continuous	c1	20	120	3400	-
		c2	300	12500	414800	
		c3	45	180	4590	
3	continuous	c1	120	220	5600	-
		c2	20	45	1400	
		c3	200	9500	520800	
4	continuous	c1	0	20	160	-
		c2	0	60	480	
		c3	0	20	160	
5	continuous	c1	50	150	800	-
		c2	400	8000	60800	
		c3	60	120	480	

表 2.6 Plant B 的製程用水單元操作圖表

Unit	operating mode	Contaminant	$C_{ic,max}^{in}$ (ppm)	$C_{ic,max}^{out}$ (ppm)	$M_{ic}^{load}$ (g/hr)	operating period (h ; $T^{cyc} = 10h$ )
6	continuous	c1	150	900	22500	-
		c2	700	4500	114000	
		c3	800	3000	66000	
7	continuous	c1	20	120	3400	-
		c2	300	12500	414800	
		c3	45	180	4590	
8	batch	c1	120	220	5600	0 – 5
		c2	20	45	1400	
		c3	200	9500	520800	

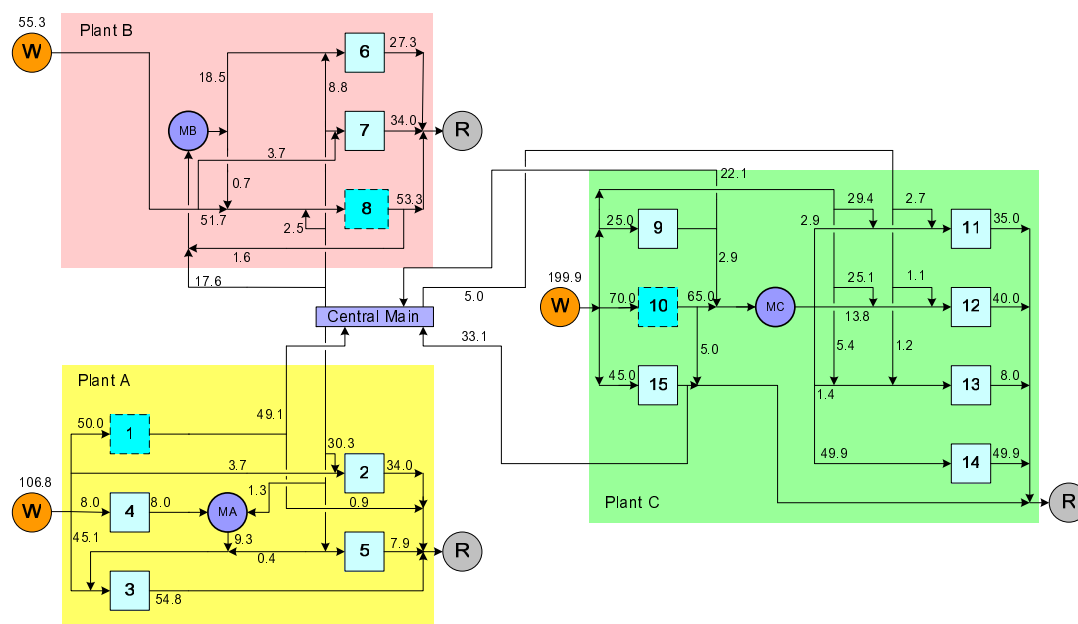
表 2.7 Plant C 的製程用水單元操作圖表

Unit	operating mode	Contaminant	$C_{ic,max}^{in}$ (ppm)	$C_{ic,max}^{out}$ (ppm)	$M_{ic}^{load}$ (g/hr)	operating period (h ; $T^{cyc} = 10h$ )
9	continuous	c1	0	50	1250	-
		c2	0	100	2500	
		c3	0	50	1250	
10	batch	c1	0	100	7000	3 – 8
		c2	0	300	21000	
		c3	0	600	42000	
11	continuous	c1	20	150	4550	-
		c2	50	400	12250	
		c3	50	800	26250	
12	continuous	c1	50	600	22000	-
		c2	110	450	13600	
		c3	200	700	20000	
13	continuous	c1	20	500	3840	-
		c2	100	650	4400	
		c3	200	400	1600	
14	continuous	c1	500	1100	30000	-
		c2	300	3500	160000	
		c3	600	2500	95000	
15	continuous	c1	0	15	675	-
		c2	0	400	18000	
		c3	0	35	1575	

### 2.10.3 最小化新鮮水消耗量之模擬結果分析與討論

在此目標函數下，我們只專注在設計製程用水單元去最小化新鮮水的消耗量，在此我們根據先前 3 個廠區，於各廠區之內加入一個 decentralized main，並在廠區之間添加一個 central main。可得到總新鮮水的消耗量為 362ton/hr。圖 2.12 為整個水網路最適化後的結構。

圖 2.12 水網路結構最適化之結果



### 2.10.4 最小化桶子大小之模擬結果分析與討論

根據目標函數 1 所得到的水網路結構，進一步去最小化批式製程用水單元專屬的兩個桶子大小，根據進入批式製程用水單元的水流量大小可得以下的結果。

圖 2.13 儲存桶內的儲存水量變化 - 單元 1

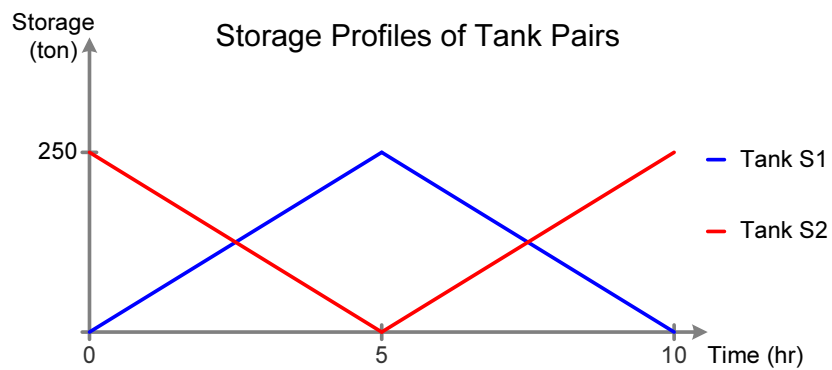
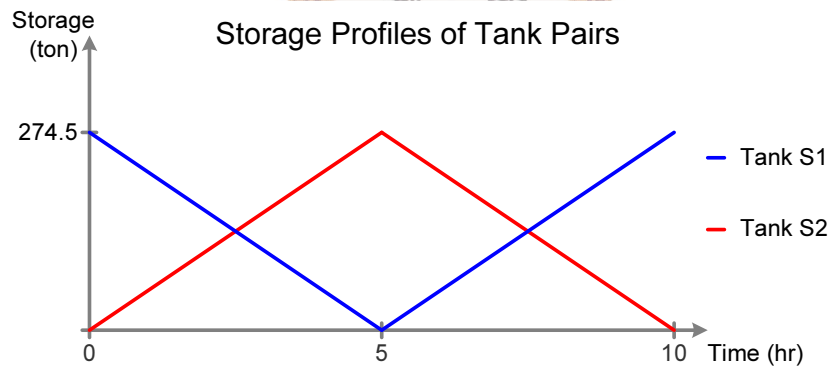


圖 2.14 儲存桶內的儲存水量變化 - 單元 8



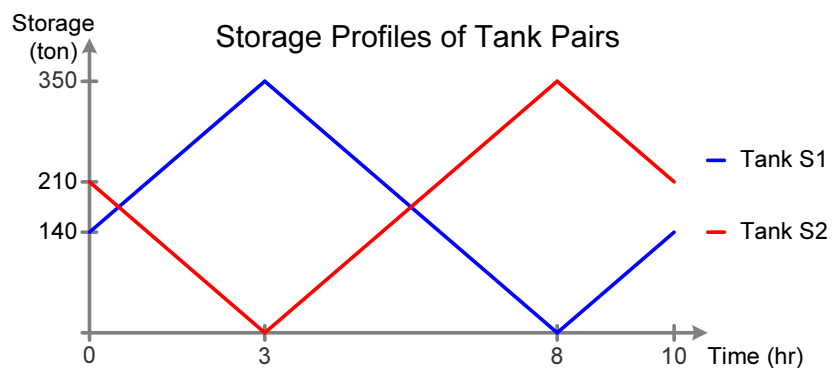
如圖 2.13 — 圖 2.15 所示我們可得知進出桶子的水流量大小和桶子內儲存量的變化，進一步的我們可得到單元 1 的兩個桶子大小為 250(ton)、



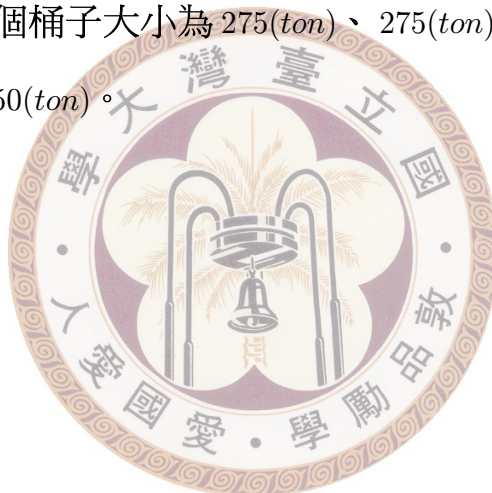
---

**圖 2.15 儲存桶內的儲存水量變化 - 單元 10**

---



250(ton)；單元 8 的兩個桶子大小為 275(ton)、275(ton)；單元 10 的兩個桶子大小為 350(ton)、350(ton)。





# 3

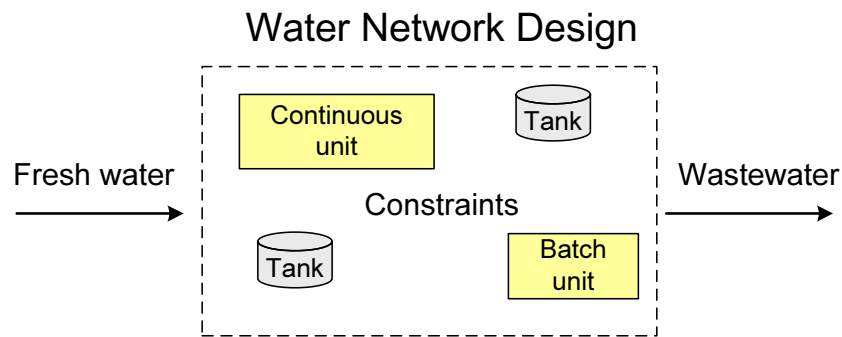
## 跨廠區水網路最適化模式建構 - 用水單元以批式為主製程

### 3.1 模型建立之背景

製程用水網路最適化設計是由幾個與水相關的因素所形成的，分別為(1)水來源 (Water Source)，包括最乾淨的純水 (Fresh Water)，以及污染物濃度較高的水 (來自其他單元或儲存槽)，還有待處理的廢水 (Wastewater)；(2) 需要移出污染物負載的製程用水單元 (Water-using Unit)；(3) 負責儲存可再利用的污水的儲存桶 (Storage Tank)；(4) 最後污水排放的環境 (Environment)，由水來源進入製程用水單元以及儲存槽構成水網路，在每個單元和單元之間都可以互相傳送物流，也可經由儲存桶的存放給其他單元使用，因此水網路的設計有許多可能，但經由相關限制式的規定，最後會產生最適化的水網路結構，圖 3.1 說明本章節設計問題的概念。最適化的其中一個結果，就是最小化新鮮水的消耗量，在消耗最少量的新鮮

水的情況下，再求得最小儲存桶的大小，如此即可得到更完整的最適化水網路結構。

圖 3.1 水網路設計問題



### 3.2 模型建立之基本假設條件

由於在工廠中實際的製程進行時的情況相當複雜，因此為了簡化問題的複雜度，在建構模式前必須做下列的假設：

1. 製程用水單元和儲存桶的數量是已知且固定的。
2. 系統中的熱整合是不被考慮的。
3. 每一個製程用水單元中，必須被移除的質量負載是固定的。

因此整個模式可以描述如下：

決策者提供：

- (a) 水來源的種類與水質濃度。

- (b) 每個製程用水單元進出口的最高允許濃度限制。
- (c) 每個製程用水單元內所含的待處理污染物的負載量。
- (d) 每個製程用水單元和中間儲存槽負載水量的上限。
- (e) 整個程序的操作時間。

以模式計算出：

- (a) 各單元間相互管線的連接情形。
- (b) 各存在管線的水流量值。
- (c) 各用水單元和儲存桶實際進出口濃度狀況。

模式的目標是使工廠水網路，經過模擬得到一個最適化的水網路結構的決策，以達成：

- (a) 最少新鮮水的消耗量。
- (b) 最小化儲存桶的大小。



### 3.3 模式建立之圖解說明

本章節所針對的問題為當製程用水單元以批式單元為主，而建構之水網路超結構主要可以分為兩個部份，製程用水單元(圖 3.2)和儲存桶(圖 3.3)，在單元之前都有一個混合器 (Mixer)，以方便將來自各個不同來源的水流匯聚在一起，之後在一併的送入單元中；此外，在單元之後也有一個分離器 (Splitter)，目的是將準備流往其他單元的水做一個分離的動作。圖 3.4 為一個概念性的超結構，在此結構中外界水來源只考慮純水，污水排放去處也只考慮一個去向，暫不做區別分離，圖中其他部份式表示水網路在單元間的所有連接可能性。透過上述的介紹，整個超結構水網路已有初步的架構，而下面的章節將更詳細的介紹每個物理量所代表的物理意義與相關限制式。

圖 3.2 超結構 (Superstructure)

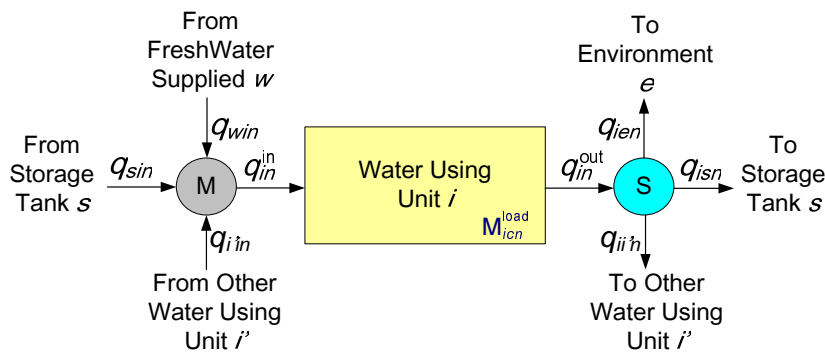


圖 3.3 超結構 (Superstructure)

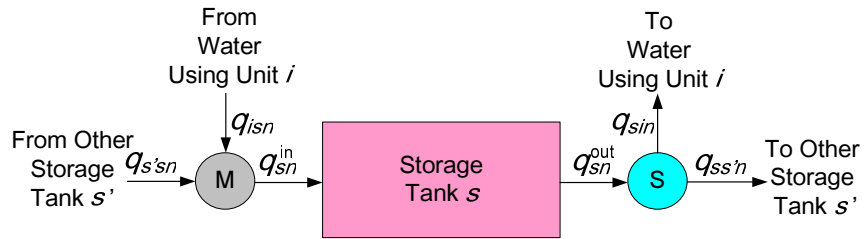
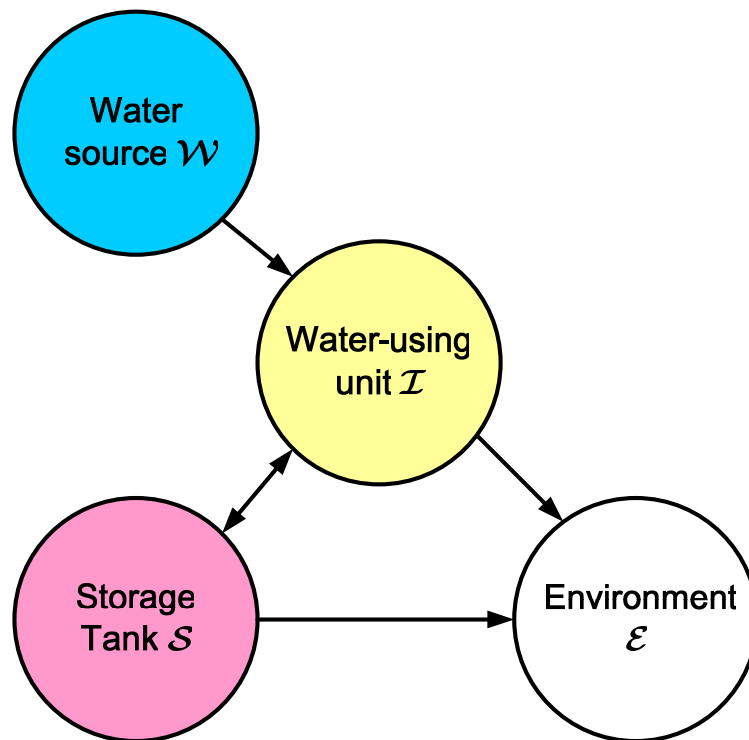


圖 3.4 概念性的超結構



### 3.4 模式之符號、集合、系統參數與系統變數 (Indices, Sets, Parameters, and Variables)

本研究是採用超結構分析法，而超結構分析法主要事先假設超結構中，所有管線皆為存在，再以限制式加以限制管線的存在與否，所以必須要先使用大量的福好，建立所需要的變數及參數，因此建立模式的首要步驟就是決定系統中的符號 (indices)、集合 (sets)、系統參數 (parameters) 以及系統變數 (包括連續變數與 0-1 變數)(variables)、本文將分別列於 3.4.1 節 - 3.4.4 節。

#### 3.4.1 指標符號與集合說明 (Indices and Sets)

在這裡的指標符號式只代表物件的符號，例如： $i$  是指製程用水單元、 $c$  是指污染物種類... 等，其他指標符號說明表 3.1；而在模式中所使用的任何參數及變數均會出現指標符號。

表 3.1 指標符號與集合說明

$c \in \mathcal{C}$	所有污染物種類之集合
$e \in \mathcal{E}$	最後污染物排放於環境的種類之集合
$i \in \mathcal{I}^c$	所有連續式製程用水單元之集合
$i \in \mathcal{I}^b$	所有批式製程用水單元之集合
$i \in \mathcal{I}_p$	在廠區 $p$ 內所有用水單元之集合
$n \in \mathcal{N}$	所有時間點之集合
$n \in \mathcal{N}^-$	扣除第一個時間點，所有時間點之集合
$p \in \mathcal{P}$	所有廠區之集合
$s \in \mathcal{S}$	所有儲存桶之集合
$s \in \mathcal{S}_p$	所有在廠區 $p$ 內的儲存桶之集合
$w \in \mathcal{W}$	所有新鮮水來源之集合



### 3.4.2 系統參數 (Parameters)

在本節將介紹模式中所需的基本資訊，即需要決策者所輸入的參數，例如： $C_{ic,max}^{in}$  表示水進入製程用水單元  $i$  時，污染物種類  $c$  的最大可允許之進口濃度是一個被決定的固定值；而其它參數之定義與此類似，如表 2.2 所示。

表 3.2 系統參數

$C_{ic,max}^{in}$	水進入製程用水單元 $i$ 時，污染物種類 $c$ 最大可允許之進去濃度
$C_{ic,max}^{out}$	水離開製程用水單元 $i$ ，污染物種類 $c$ 最大可允許之出口濃度
$C_{wc}$	水來源 $w$ 所含污染物種類 $c$ 的濃度
$M_{icn}^{load}$	在時間點 $n$ 製程用水單元 $i$ 中，污染物種類 $c$ 的質量負載
$Q_i^{min}$	製程用水單元 $i$ 可容許最小水容量
$Q_i^{max}$	製程用水單元 $i$ 可容許最大水容量
$Q_s^{max}$	儲存桶 $s$ 最大的容量
$Y_{in}^{st.}$	$\in \{0, 1\}$ , = 1 表示製程用水單元 $i$ 在時間點 $n$ 開始操作
$Y_{in}^{end}$	$\in \{0, 1\}$ , = 1 表示製程用水單元 $i$ 在時間點 $n$ 結束操作
$Z^{cyc.}$	$\in \{0, 1\}$ , = 0 表示為單次操作, = 1 表示為循環操作
$\Delta_i$	製程用水單元開始操作到結束操作的時間點間隔

### 3.4.3 系統變數 (Variables)

本節將介紹決策變數，即模式輸出的變數，包括一般的連續變數與邏輯的 0 – 1 變數，兩種不同的系統變數。

0 – 1 變數 (binary variable)，是表示一個事件存在或不存在的邏輯變數，該數值只能存在於 0 與 1 兩者之一，亦即 0 – 1 變數的結果不是 0 就是 1。例如：當  $y_{wi} = 1$  時，表示從水來源  $w$  流到製程用水單元  $i$  的管線是存在的；當  $y_{wi} = 0$  時，表示從水來源  $w$  流到製程用水單元  $i$  的管線是不存在的。

不存在的。而連續變數 (continuous variable)，是指在一定範圍內所有可能由數學運算得到的結果，為任何大於或等於 0 的數值，其它 0 - 1 變數及連續變數如表所示；

表 3.3 連續變數

$c_{icn}^{in}$	在時間點 $n$ 製程用水單元 $i$ 中，污染物種類 $c$ 的進入濃度
$c_{icn}^{out}$	在時間點 $n$ 製程用水單元 $i$ 中，污染物種類 $c$ 的出口濃度
$c_{scn}^{in}$	在時間點 $n$ 儲存桶 $s$ 中，污染物種類 $c$ 的進入濃度
$c_{scn}^{out}$	在時間點 $n$ 儲存桶 $s$ 中，污染物種類 $c$ 的出口濃度
$q_{in}^{in}$	在時間點 $n$ 進入製程用水單元 $i$ 的總流量
$q_{in}^{out}$	在時間點 $n$ 離開製程用水單元 $i$ 的總流量
$q_{ii'n}$	製程用水單元 $i$ 到另一個製程用水單元 $i'$ 的總流量
$q_{isn}$	製程用水單元 $i$ 到儲存桶 $s$ 的總流量
$q_{ien}$	製程用水單元 $i$ 到環境 $e$ 的總流量
$q_{sn}$	在時間點 $n$ 儲存桶 $s$ 的儲存總量
$q_{sn}^{in}$	在時間點 $n$ 進入儲存桶 $s$ 的總流量
$q_{sn}^{out}$	在時間點 $n$ 離開儲存桶 $s$ 的總流量
$q_{sin}$	在時間點 $n$ 儲存桶 $s$ 到製程用水單元 $i$
$q_{ss'n}$	在時間點 $n$ 儲存桶 $s$ 到另一個儲存桶 $s'$ 的總流量
$q_{win}$	在時間點 $n$ 水來源 $w$ 到製程用水單元 $i$ 的總流量
$y_{*n}$	在時間點 $n$ 的 0 - 1 變數
	$* \in \{ si, is, ss', ii' \}$
	$\forall i \in \mathcal{I}, s \in \mathcal{S}$

### 3.5 問題描述 (Problem Statement)

在一個工廠內包含了許多不同的廠區，我們給予廠區的集合  $p \in \mathcal{P}$ ，在各廠區內含有兩種不同的製程用水單元，批式製程用水單元  $i \in \mathcal{I}^l$ 、連續式製程用水單元  $i \in \mathcal{I}^c$ ，所移除的污染物種類  $c \in \mathcal{C}$  皆有固定的質量負載，提供一個新鮮水的來源  $w \in \mathcal{W}$  提供不同濃度的水，除了使用新鮮水，些許單元使用過的水也可被循環再利用。為了更方便的去使用這些可再使用的水，儲存桶  $s \in \mathcal{S}$  的使用就是必須的。我們的目標函數為最小化新鮮水的消耗量，以及最小化儲存桶的大小，配合一些的限制式去設計最適化的水網路結構。

在此章節，製程用水單元將以批式單元為主去設計一個水網路的超結構。

### 3.6 限制式 (Constraints)

#### 3.6.1 製程用水單元中流量平衡 (Flow Rate Balance for Water-using Unit)

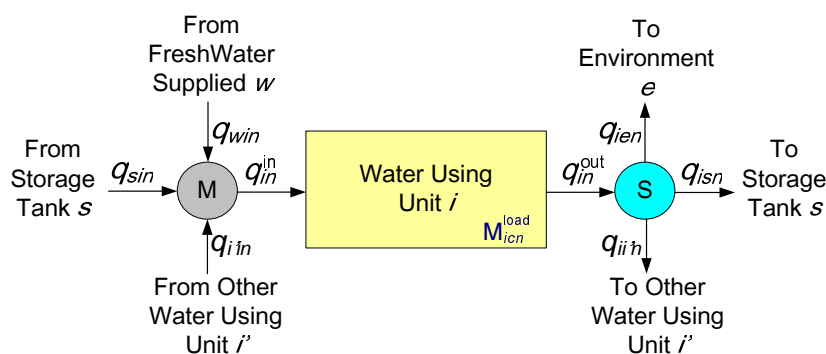


圖 3.5 製程用水單元的超結構

由圖 3.5 可看到製程用水單元的超結構，在進口端的來源可能有來自其他製程用水單元  $i'$ 、儲存桶  $s$ ，以及新鮮水來源  $w$ 。再另一端，離開製程用水單元的水可能會流至其它的製程用水單元  $i'$ 、儲存桶  $s$ ，以及排放至環境中  $e$ 。式 (3.1) 及 (3.2) 描述製程用水單元的流量平衡在進口端 (Mixer) 和出口端 (Split) 於時間點  $n$ 。

$$q_{in}^{\text{in}} = \sum_{w \in \mathcal{W}} q_{win} + \sum_{s \in \mathcal{S}} q_{sin} + \sum_{i' \in \mathcal{I}} q_{i'in} \quad \forall i \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N} \quad (3.1)$$

$$q_{in}^{\text{out}} = \sum_{i' \in \mathcal{I}} q_{ii'n} + \sum_{s \in \mathcal{S}} q_{isn} + \sum_{e \in \mathcal{E}} q_{ien} \quad \forall i \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N} \quad (3.2)$$

而製程用水單元進出口流量的上下限式 (3.3) 及 (3.4) 來表述之，而  $Y_{in}^{\text{st}}$  和  $Y_{in}^{\text{end}}$  為 0-1 參數用來指出製程用水單元的開始與結束的時間點；當  $Y_{in}^{\text{st}} = 1$  表示製程用水單元  $i$  在時間點  $n$  開始操作。同理， $Y_{in}^{\text{end}} = 1$  則為操作停止於時間點  $n$ ，由這兩個方程式可更明確控制當製程用水單元  $i$  在操作與停止時水進出的總量大小。所以，不會有任何的水進入或離開製程用水單元，於不在操作或結束的時間點時。

$$Q_i^{\text{min}} Y_{in}^{\text{st}} \leq q_{in}^{\text{in}} \leq Q_i^{\text{max}} Y_{in}^{\text{st}} \quad \forall i \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N} \quad (3.3)$$

$$Q_i^{\text{min}} Y_{in}^{\text{end}} \leq q_{in}^{\text{out}} \leq Q_i^{\text{max}} Y_{in}^{\text{end}} \quad \forall i \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N} \quad (3.4)$$

式 (3.5) 則為製程用水單元的總流量平衡，假設沒有任何額外水的損失與產生。其中  $\Delta_i$  為製程用水單元  $i$  開始到結束時間點的間隔數

$$q_{in}^{\text{in}} = q_{i,n+\Delta_i}^{\text{out}} \quad \forall i \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N} \quad (3.5)$$

### 3.6.2 製程用水單元中溶質平衡 (Contaminant Balance for Water-using Unit)

除了流量平衡，製程用水單元的溶質平衡也是必須考慮的。式 (3.6) 描述製程用單元  $i$  進口端的溶質平衡於時間點  $n$ ，而式 (3.7) 則為整個製程用水單元  $i$  的溶質平衡。而進出口的濃度最大可被允許的值則表示在式 (3.8) 及 (3.9)。

$$q_{in}^{\text{in}} c_{icn}^{\text{in}} = \sum_{w \in \mathcal{W}} q_{win} C_{wc} + \sum_{s \in \mathcal{S}} q_{sin} c_{scn}^{\text{out}} + \sum_{i' \in \mathcal{I}} q_{i'in} c_{icn}^{\text{out}} \quad \forall i \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N}, c \in \mathcal{C} \quad (3.6)$$

$$q_{i,n+\Delta_i}^{\text{out}} c_{ic,n+\Delta_i}^{\text{out}} = q_{in}^{\text{in}} c_{icn}^{\text{in}} + M_{icn}^{\text{load}} \quad \forall i \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N}, c \in \mathcal{C} \quad (3.7)$$

$$c_{icn}^{\text{in}} \leq C_{ic,\text{max}}^{\text{in}} \quad \forall i \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N}, c \in \mathcal{C} \quad (3.8)$$

$$c_{icn}^{\text{out}} \leq C_{ic,\text{max}}^{\text{out}} \quad \forall i \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N}, c \in \mathcal{C} \quad (3.9)$$

### 3.6.3 儲存桶中流量平衡 (Flow Rate Balance for Storage Tank)

圖 3.6 儲存桶的超結構

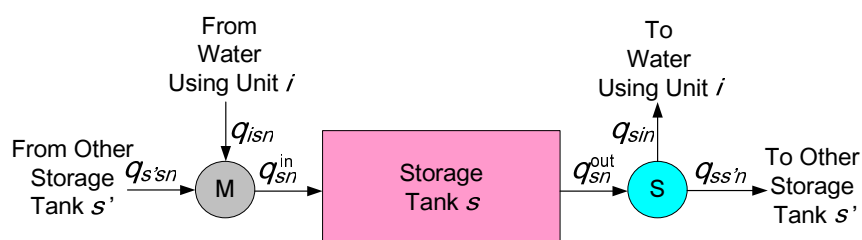


圖 3.6 為儲存桶的超結構表示。由圖可知，在進口端考慮來自製程用水單元  $i$  以及其他的儲存桶  $s'$ ，而出口端考慮給至製程用水單元  $i$  以及其他的儲存桶  $s'$ 。式 (3.10) 及 (3.11) 描述流量平衡於儲存桶混合器和

分離器端，在時間點  $n$  時。

$$q_{sn}^{\text{in}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} q_{isn} + \sum_{s' \in \mathcal{S}} q_{s'sn} \quad \forall s \in \mathcal{S}, n \in \mathcal{N} \quad (3.10)$$

$$q_{sn}^{\text{out}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} q_{sin} + \sum_{s' \in \mathcal{S}} q_{ss'n} \quad \forall s \in \mathcal{S}, n \in \mathcal{N} \quad (3.11)$$

而式 (3.12) 則為整個儲存桶  $s$  的流量平衡，在時間點  $n$  儲存的水總量等於前一個時間點  $t - 1$  儲存的量加上於時間點  $n$  時水進入儲存桶的量減去於時間點  $n$  時水離開儲存桶的量。當中  $Z^{\text{cyc.}}$  為 0 - 1 參數表示系統的操作模式；當  $Z^{\text{cyc.}} = 0$  時表示為單次操作，在此情形下儲存桶最初是沒有儲存水量的；而當  $Z^{\text{cyc.}} = 1$  時表示為循環操作，最初在儲存桶內的水總量會等於上個循環操作結束的時間點  $N$  的儲存量。

$$q_{sn} = Z^{\text{cyc.}} \cdot q_{sN} \Big|_{n=1} + q_{s,n-1} \Big|_{n>1} + q_{sn}^{\text{in}} - q_{sn}^{\text{out}} \quad \forall s \in \mathcal{S}, n \in \mathcal{N} \quad (3.12)$$

而水儲存於儲存桶內的總量以及進去儲存桶的流量的上限，由式 (3.13) 及 (3.14) 表述之。

$$q_{sn} \leq Q_s^{\text{max}} \quad \forall s \in \mathcal{S}, n \in \mathcal{N} \quad (3.13)$$

$$Z^{\text{cyc.}} \cdot q_{sN} \Big|_{n=1} + q_{s,n-1} \Big|_{n>1} + q_{sn}^{\text{in}} \leq Q_s^{\text{max}} \quad \forall s \in \mathcal{S}, n \in \mathcal{N} \quad (3.14)$$

### 3.6.4 儲存桶中溶質平衡 (Contaminant Balance for Storage Tank)

在儲存桶中除了考慮流量平衡外，也必須考慮溶質平衡。式 (3.15) 則描述儲存桶  $s$  於時間點  $n$  在混合器端的溶質平衡。式 (3.16) 則為儲存桶

$n$  於時間點  $n$  的總溶質平衡。如果儲存桶於同一個時間點  $n$  同時有進入與離開的流量，則假設進去的流量為優先發生 (先進後出)。

$$q_{sn}^{\text{in}} c_{scn}^{\text{in}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} q_{isn} c_{icn}^{\text{out}} + \sum_{s' \in \mathcal{S}} q_{s'sn} c_{s'cn}^{\text{out}} \quad \forall s \in \mathcal{S}, n \in \mathcal{N}, c \in \mathcal{C} \quad (3.15)$$

$$q_{sn}^{\text{out}} c_{scn}^{\text{out}} = Z^{\text{cyc}} \cdot q_{sN} c_{scN}^{\text{out}} |_{n=1} + q_{s,n-1} c_{sc,n-1}^{\text{out}} |_{n>1} + q_{sn}^{\text{in}} c_{scn}^{\text{in}} - q_{sn}^{\text{out}} c_{scn}^{\text{out}} \quad \forall s \in \mathcal{S}, n \in \mathcal{N}, c \in \mathcal{C} \quad (3.16)$$

### 3.6.5 邏輯限制式 (Logical Constraints)

$$y_{\dagger} Q_{\dagger n}^{\text{L}} \leq f_{\dagger} \leq y_{\dagger} Q_{\dagger n}^{\text{U}} \quad \dagger \in \{ii', is, ss', si\} \quad (3.17)$$

式 (3.17) 介紹各物流中，流量的可允許大小範圍；其中  $Q_{\dagger}^{\text{L}}$  表示相當管線中水流流量的最低可允許流量， $Q_{\dagger}^{\text{U}}$  則是相當管線中水流流量的上限參數；另外，在此數學模式中引入了 0-1 變數 (Binary variables)， $y_{\dagger}$ ，藉此表示某水流管線是否存在，若存在，則  $y_{\dagger} = 1$ ，反之， $y_{\dagger} = 0$ ；所以整個限制式代表的意義，當某一個水流管線存在時，管線中的水流流量必須在流量上下限的範圍當中。根據這流量上的限制式去限制跨廠區整合上的操作限制。

式 (3.18) 及 (3.19) 則表示連續式製程用水單元是不能跟其它的製程用水單元直接連接的。

$$y_{ii'n} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}^c, i' \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N} \quad (3.18)$$

$$y_{i'in} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}^c, i' \in \mathcal{I}, n \in \mathcal{N} \quad (3.19)$$

而式 (3.20) 表示當連續式製程用水單元於時間點  $n$  所使用的水來自於儲存桶，那麼它在下個時間點  $n + 1$  時被限制不能將水給予儲存桶。因為這樣會造成儲存桶內濃度的改變。

$$y_{sin} + y_{is,n+1} \leq 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}^c, s \in \mathcal{S}, n \in \mathcal{N}^- \quad (3.20)$$

在相同的時間點時，若儲存桶  $s$  接受來自其它儲存桶  $s'$  的水，那麼它不能在同一時間點提供水給予其它儲存桶  $s'$ 。由式 (3.21) 表示之

$$y_{ss'n} + y_{s'sn} \leq 1 \quad \forall s, s' \in \mathcal{S} \quad (3.21)$$

而式 (3.22) 及 (3.23) 則分別表述不同廠區的製程用水單元跟儲存桶是被禁止相連接的；以及不同廠區的製程用水單元間也是被禁止連接的。

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_p} \sum_{s \in \mathcal{S} - \mathcal{S}_p} (y_{isn} + y_{sin}) = 0 \quad \forall p \in \mathcal{P}, n \in \mathcal{N} \quad (3.22)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}_p} \sum_{i' \in \mathcal{I} - \mathcal{I}_p} y_{ii'n} = 0 \quad \forall p \in \mathcal{P}, n \in \mathcal{N} \quad (3.23)$$

### 3.7 目標函數 (Objective Function)

第一個目標函數為最小化新鮮水的消耗量，如式 (3.24) 所示：

$$\min_{\mathbf{x}_3 \in \Omega_3} J_3 = \sum_{w \in \mathcal{W}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{n \in \mathcal{N}} q_{win} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{x}_3 \equiv \left\{ \begin{array}{l} q_{win}, q_{sin}, q_{ii'n}, q_{in}^{\text{in}}, q_{in}^{\text{out}}, q_{ien}, q_{isn} \\ q_{sn}^{\text{in}}, q_{sn}^{\text{out}}, q_{ss'n}, q_{sn}, c_{icn}^{\text{in}}, c_{icn}^{\text{out}}, c_{scn}^{\text{in}}, c_{scn}^{\text{out}} \\ y_{isn}, y_{sin}, y_{ss'n}, y_{ii'n} \\ \forall c \in \mathcal{C}, i, i' \in \mathcal{I}, s, s' \in \mathcal{S}, e \in \mathcal{E}, w \in \mathcal{W}, n \in \mathcal{N} \end{array} \right\}$$

$$\Omega_3 = \{\mathbf{x}_3 \mid \text{式 (3.1) - (3.23)}\}$$



當中  $\mathbf{x}_3$  包含所有的變數， $\Omega_3$  是指需要的限制式。在此模型的建立為一個混合整數非線性的問題 (MINLP)。因為在目標函數為最小化新鮮水消耗量時的最適化結構有多重的解，所以我們增加另一個目標函數最小化儲存桶的大小去獲得不同的最適化結構。但在此目標函數下，式 (3.13) 及 (3.14) 必須被重新定義成：

$$q_{sn} \leq \hat{q}_s \quad \forall s \in \mathcal{S}, n \in \mathcal{N} \quad (3.25)$$

$$q_{sn}^{\text{in}} \leq \hat{q}_s \quad \forall s \in \mathcal{S}, n \in \mathcal{N} \quad (3.26)$$

其中儲存桶  $s$  的容量  $\hat{q}_s$  為需要被最適化的變數。此外，需增加於先前目標函數所算出的最小新鮮水消耗量 ( $J_3^*$ ) 為限制式：

$$\sum_{w \in \mathcal{W}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{n \in \mathcal{N}} q_{win} \leq J_3^* \quad (3.27)$$

所以目標函數表示如下：

$$\min_{\mathbf{x}_4 \in \Omega_4} J_4 = \sum_{w \in \mathcal{W}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{n \in \mathcal{N}} \hat{q}_s \quad (3.28)$$

$$\mathbf{x}_3 \equiv \left\{ \begin{array}{l} q_{sin}, q_{i'i'n}, q_{in}^{\text{in}}, q_{in}^{\text{out}}, q_{ien}, q_{isn}, \hat{q}_s \\ q_{sn}^{\text{in}}, q_{sn}^{\text{out}}, q_{ss'n}, q_{sn}, c_{icn}^{\text{in}}, c_{icn}^{\text{out}}, c_{scn}^{\text{in}}, c_{scn}^{\text{out}} \\ y_{isn}, y_{sin}, y_{ss'n}, y_{i'i'n} \\ \forall c \in \mathcal{C}, i, i' \in \mathcal{I}, s, s' \in \mathcal{S}, e \in \mathcal{E}, w \in \mathcal{W}, n \in \mathcal{N} \end{array} \right\}$$

$$\Omega_4 = \{\mathbf{x}_4 \mid \text{式 (3.1) - (3.12), (3.15) - (3.23), 及 (3.25) - (3.27)}\}$$

此模型依然為一個混合整數非線性的問題 (MINLP)。

## 3.8 水網路系統之情境模擬與結果分析 - 當製程用水單元以批式單元為主

### 3.8.1 最適化軟體

針對此章節的問題，依然使用 Generalized Algebraic Modeling System(GAMS, Brooke et al., 1988)，來求解，而在求解最適化問題的解題器 (solver) 方面，採用的 MINLP solver 為 BARON。

### 3.8.2 單一廠區水網路的設計 - 例子 3.1

表 3.4 製程用水單元操作圖表

Unit	$[Q_i^{\min}, Q_i^{\max}]$ (ton)	$C_{ic,\max}^{\text{in}}$ (kg salt/ton water)	$C_{ic,\max}^{\text{out}}$ (kg salt/ton water)	$t_{in}^{\text{st}}$ (h)	$t_{in}^{\text{end}}$ (h)	$M_{ic}^{\text{load}}$ (kg)
A	[0, 1000]	0	0.1	0	3	100
B	[0, 280]	0.25	0.51	0	4	72.8
C	[300, 400]	0.1	0.1	4	5.5	0
D	[0, 280]	0.25	0.51	2	6	72.8
E	[300, 400]	0.1	0.1	6	7.5	0
F	[0, 500]	0	0.1	0	7.5	187.5
	[0, 350]	0.1	0.25	0	7.5	187.5
	[0, 200]	0.25	0.51	0	7.5	187.5

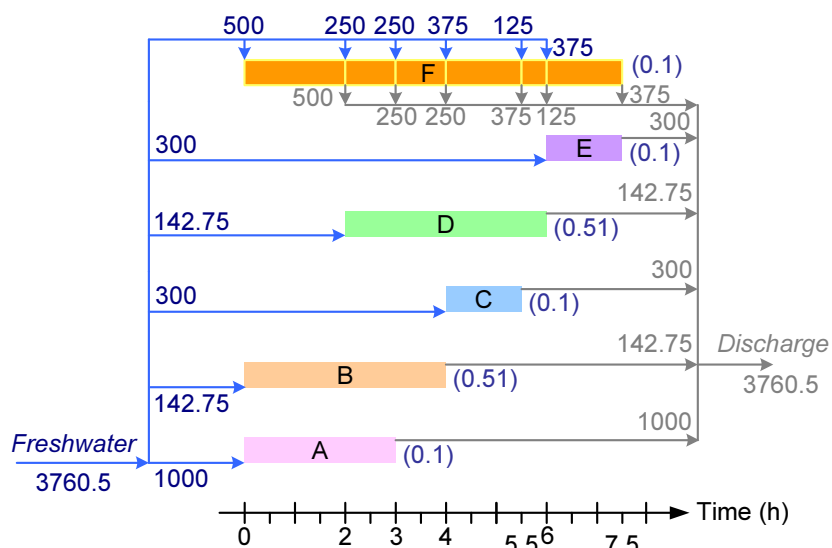
第一個例子是由五個批式製程用水單元 (A-E) 參考 Majozi(2005) 以及一個連續式製程用水單元 (F) 的操作條件由表 3.4 可得，包括單元進出的總流量上下限大小、進出口可允許的最大濃度，開始與結束的操作時間點，需移除的負載質量。在此例子我們將討論三種連續式製程用水單元，其各自擁有不同進出口可允許的最大濃度，進而探討水網路的

結構不同。

首先，先討論的為製程用水單元 F 於進口最大可允許濃度等於 0 ( $C_{max}^{in} = 0$ )，出口最大出口最大可允許濃度等於 0.1 ( $C_{max}^{out} = 0.1$ ) 時，在此我們所討論的水網路型態有三種，無儲存桶、一個儲存桶且單次操作、一個儲存桶且循環操作；以下為結果分析與討論：

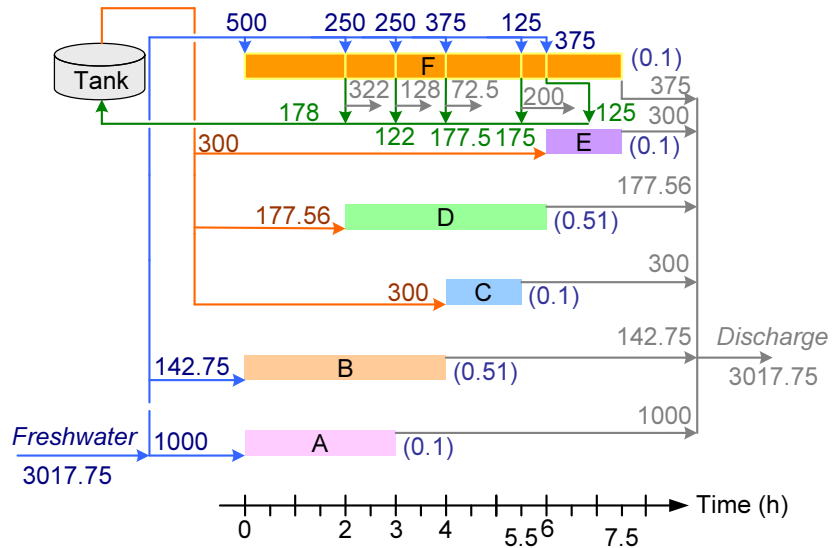
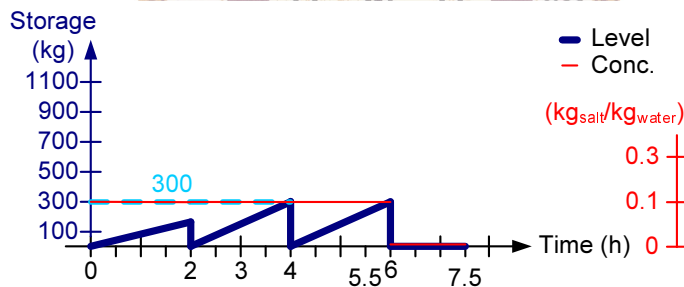
### 1. 無儲存桶之水網路設計

圖 3.7 無儲存桶的水網路結構 - ( $C_{fc,max}^{in} = 0$ ), ( $C_{fc,max}^{out} = 0.1$ )



如圖 3.7 所示，在此水網路設計上，並沒有儲存桶加入，在系統中所有製程用水單元皆使用新鮮水也不會互相連接，此設計為一個並聯的水網路系統。透過本章節所建構的數學模式，所需要的最低新鮮水消耗量為 3760.5kg。

### 2. 一個儲存桶且單次操作

圖 3.8 單次操作的水網路結構  $-(C_{fc,max}^{in} = 0), (C_{fc,max}^{out} = 0.1)$ 圖 3.9 單次操作下桶內水量變化及出口濃度  $-(C_{fc,max}^{in} = 0), (C_{fc,max}^{out} = 0.1)$ 

由於沒有中間儲存桶時並不能有效的節約新鮮水流量，因此，加入儲存桶，以利較早結束的單元所產生的污水，可以先存至儲存桶內，讓較晚啟動的單元使用。由圖可以看出，單元 A、B、F 都使用新鮮水、單元 C、D、E 則使用儲存桶中的儲存水。與無儲存桶的情況相比，所需的新鮮水供應量也從 (3760.5kg) 減少到 (3017.75kg)，

省下大約 20% 之新鮮水，因此儲存桶也發揮了不錯的省水效用。  
由圖 3.8 圖 3.9 可得知儲存桶內水量變化量以及出口濃度，以及桶子大小為 300kg。

### 3. 一個儲存桶且循環操作

圖 3.10 循環操作的水網路結構  $-(C_{fc,max}^{in} = 0), (C_{fc,max}^{out} = 0.1)$

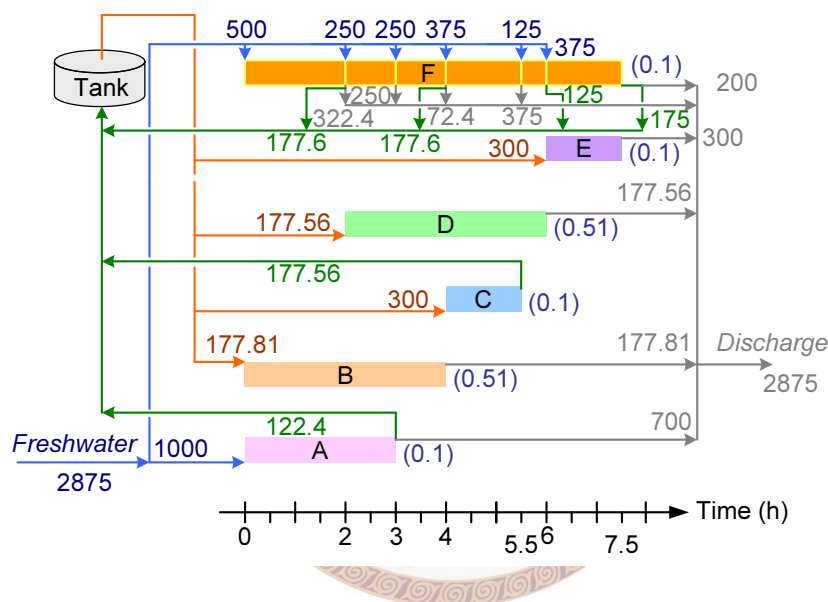
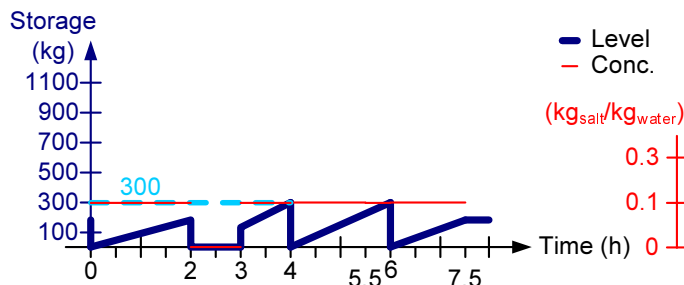


圖 3.11 循環操作下桶內水量變化及出口濃度  $-(C_{fc,max}^{in} = 0), (C_{fc,max}^{out} = 0.1)$



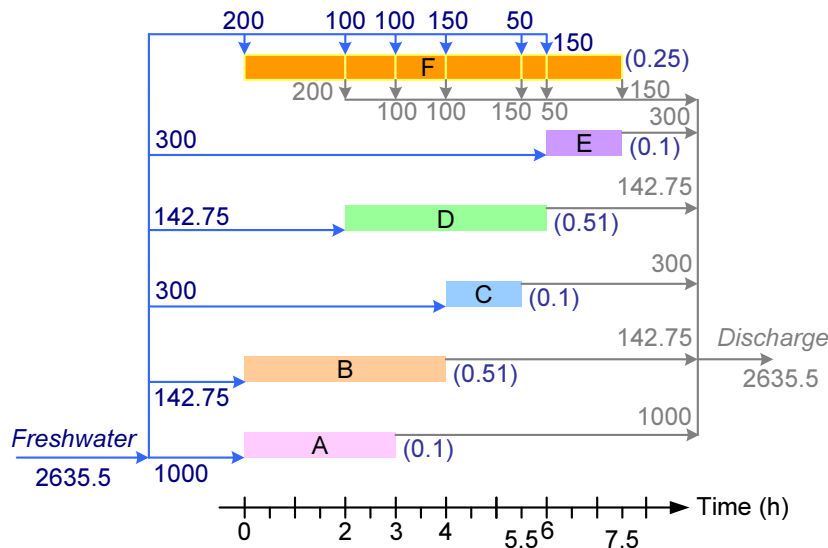
在程序中除了一批一批的操作，我們也必須考慮到循環操作的情

況時。模擬的結果如圖所示，在循環的情況下，由於儲存桶在一開始時可允許有水存在，所以一開始就可提供儲存的水給單元使用，因此其新鮮水之用水量比單次操作時來的少，其新鮮水量降至  $2875kg$ 。圖 3.10 圖 3.11 可看到單元 B 在此操作下使用的是儲存桶中的儲存水，而儲存桶的大小為  $300kg$ 。

接著討論的為製程用水單元 F 於  $(C_{max}^{in} = 0.1)$ ， $(C_{max}^{out} = 0.25)$  時，在這條件下我們討論的水網路型態為四種，無儲存桶、一個儲存桶且單次操作、一個儲存桶且循環操作、兩個儲存桶且循環操作；以下為結果分析與討論：

### 1. 無儲存桶之水網路設計

圖 3.12 無儲存桶的水網路結構 -  $(C_{fc,max}^{in} = 0.1)$ ,  $(C_{fc,max}^{out} = 0.25)$



在此水網路的結構，如圖 3.12 所示為一個並聯式的結構，所需要

的新鮮水消耗量為 2635.5kg

## 2. 一個儲存桶且單次操作

圖 3.13 單次操作的水網路結構 - ( $C_{fc,max}^{in} = 0.1$ ), ( $C_{fc,max}^{out} = 0.25$ )

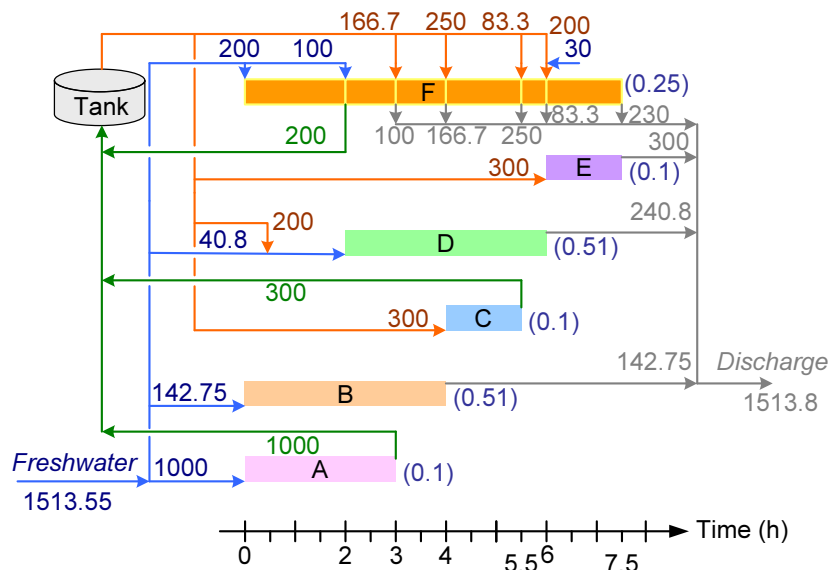
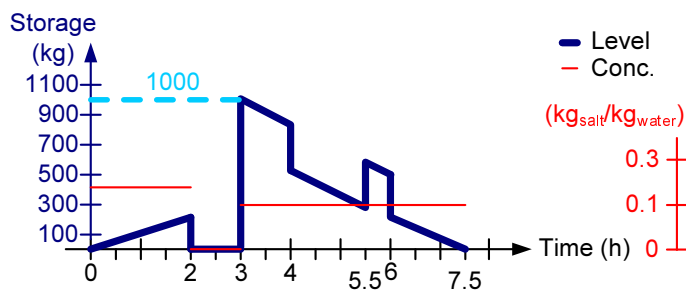


圖 3.14 單次操作下桶內水量變化及出口濃度 - ( $C_{fc,max}^{in} = 0.1$ ), ( $C_{fc,max}^{out} = 0.25$ )

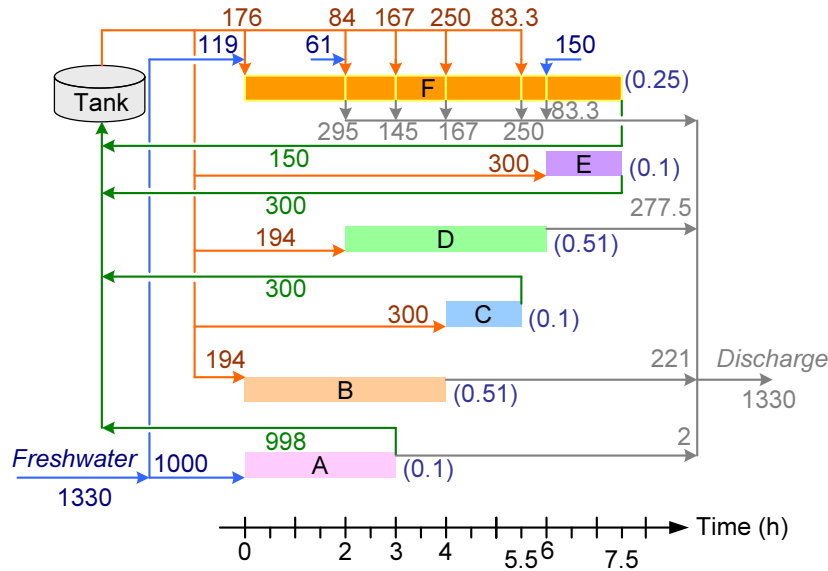


在這設計中加入一個儲存桶，不過因為是單次操作，所以有些一開始就使用的單元必須使用新鮮水來源，從圖 3.13 可得知單元 A、

B 是全部使用新鮮水，而單元 D 則是一部分使用儲存桶的儲存水，一部分使用新鮮水，單元 F 則是某些時間點使用新鮮水，我們可從結構看出儲存桶的儲存水來自單元 A、C 和 F，而單元 C、E 則是全部都使用這些循環水。新鮮水消耗量則為  $1513.55kg$ 、桶子大小則為  $1000kg$  圖 3.14。

### 3. 一個儲存桶且循環操作

圖 3.15 循環操作的水網路結構 - ( $C_{fc,max}^{in} = 0.1$ ), ( $C_{fc,max}^{out} = 0.25$ )



如圖 3.15 圖 3.16 所示，新鮮水的消耗量降至  $1330kg$  而桶子的大小也稍微降低至  $998kg$ ，在結構中只有單元 A、F 使用新鮮水，而其它單元皆使用儲存桶的儲存水，由於進入儲存桶的水來自不同單元的循環水，所以儲存桶內的濃度也會因此而變化。

### 4. 兩個儲存桶且循環操作



圖 3.16 循環操作下桶內水量變化及出口濃度  $(C_{fc,max}^{in} = 0.1), (C_{fc,max}^{out} = 0.25)$

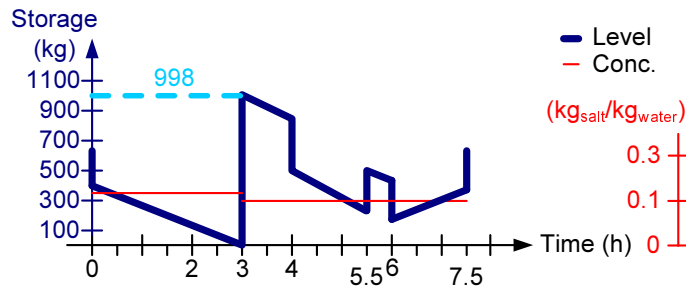
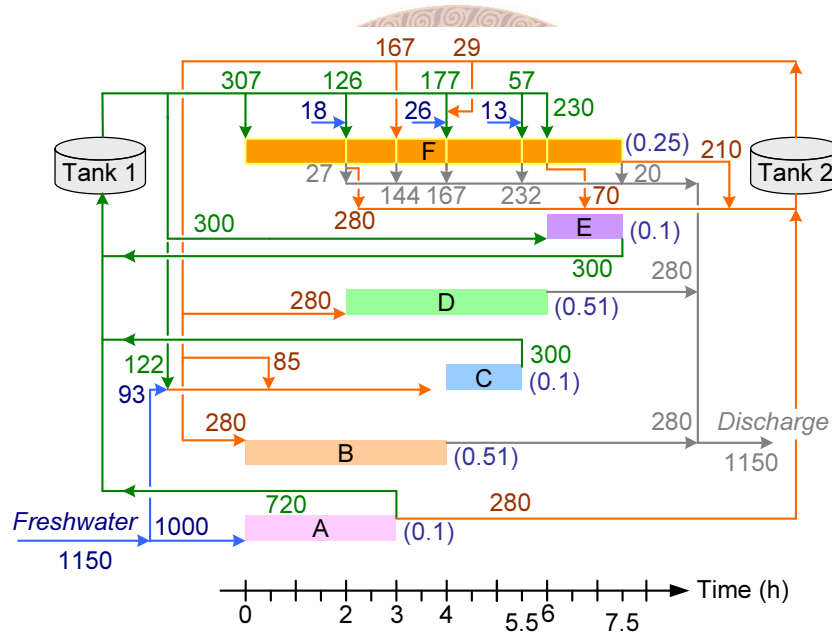


圖 3.17 循環操作的水網路結構 (兩個儲存桶)  $(C_{fc,max}^{in} = 0.1), (C_{fc,max}^{out} = 0.25)$



在此操作下，如圖 3.17 所示新鮮水消耗量下降為 1150kg，由於在此濃度的情況下 F 出口端的水還可以被單元 B、D 再度使用，故使得單元 A 的循環水可提供給 F 使用進而降低單元 F 使用新鮮水的量，不過在此操作下桶子增加為兩個大小分別為 kg 和 kg (圖 3.18、

圖 3.18 循環操作下儲存桶 1 內水量變化及出口濃度 - ( $C_{fc,max}^{in} = 0.1$ ), ( $C_{fc,max}^{out} = 0.25$ )

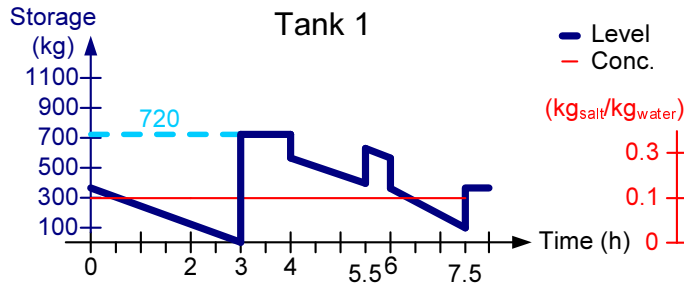


圖 3.19 循環操作下儲存桶 2 內水量變化及出口濃度 - ( $C_{fc,max}^{in} = 0.1$ ), ( $C_{fc,max}^{out} = 0.25$ )

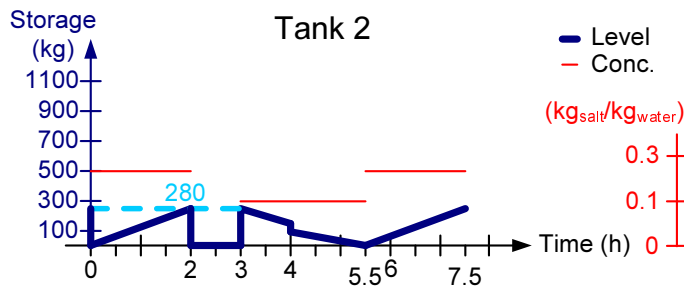


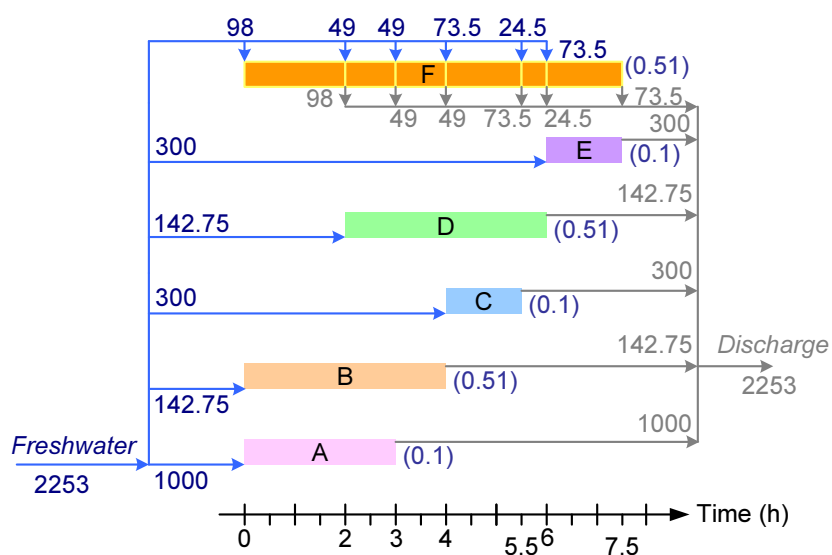
圖 3.19。

最後討論的則是製程用水單元 F 於 ( $C_{max}^{in} = 0.25$ ), ( $C_{max}^{out} = 0.51$ ) 時，在此條件下單元 F 則是可使用汙染物濃度較高的水，而我們討論的水網路有三種型態，無儲存桶、一個儲存桶且單次操作、一個儲存桶且循環操作；以下為結果分析與討論：

#### 1. 無儲存桶之水網路設計

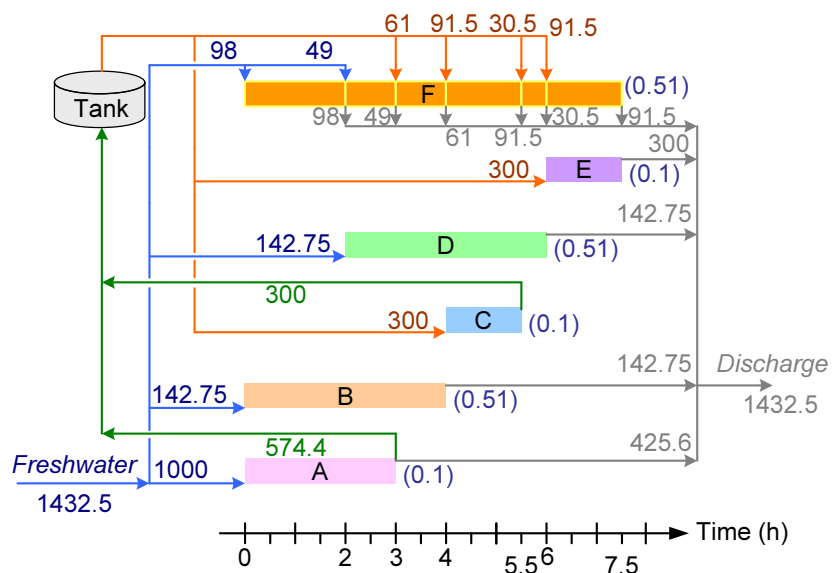
圖 3.20 表示的是並聯式的水網路結構，所需要的新鮮水消耗量為 2253kg

圖 3.20 無儲存桶的水網路結構 - ( $C_{fc,max}^{in} = 0.25$ ), ( $C_{fc,max}^{out} = 0.51$ )



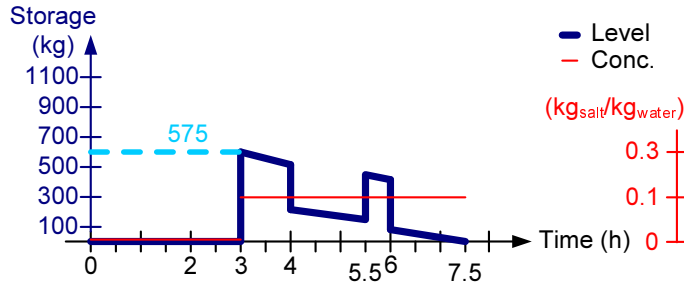
## 2. 一個儲存桶且單次操作

圖 3.21 單次操作的水網路結構 - ( $C_{fc,max}^{in} = 0.25$ ), ( $C_{fc,max}^{out} = 0.51$ )



加入儲存桶之後其模擬結果如圖 3.21，新鮮水的使用量為 1432.5kg，

圖 3.22 單次操作下桶內水量變化及出口濃度  $(C_{fc,max}^{in} = 0.25), (C_{fc,max}^{out} = 0.51)$



單元 A、B、D 皆使用純水，單元 C、E 使用來自單元 A 存放到儲存桶的污水，單元 F 則於部份時間點使用新鮮水、部份使用儲存桶的儲存水。而圖 3.22 為儲存桶內水量變化的情形，由此可得知儲存桶大小為 575kg。

### 3. 一個儲存桶且循環操作

加入儲存桶之後且循環操作的結果如圖 3.23，新鮮水使用量降為 1000kg，且只剩單元 A 使用新鮮水，其它的單元皆使用單元 A 儲存於儲存桶的循環水，由於單元 A 進入儲存桶的水量降低，故桶子的大小因此下降為 813kg 圖 3.24。

最後，表 3.5 為針對例子 3.1 的總結，我們可以看到新鮮水的消耗量因儲存桶的加入減少不少，在循環操作的條件下也能降低。而在當製程用水單元 F 於  $(C_{max}^{in} = 0.1), (C_{max}^{out} = 0.25)$  時，增加為兩個桶子比起一個桶子時又可再次降低新鮮水的消耗量，如果當製程用水單元 F 於  $(C_{max}^{in} = 0), (C_{max}^{out} = 0.1)$  時，由於 F 只能使用新鮮水，故若增加為

圖 3.23 循環操作的水網路結構 - ( $C_{fc,max}^{in} = 0.25$ ), ( $C_{fc,max}^{out} = 0.51$ )

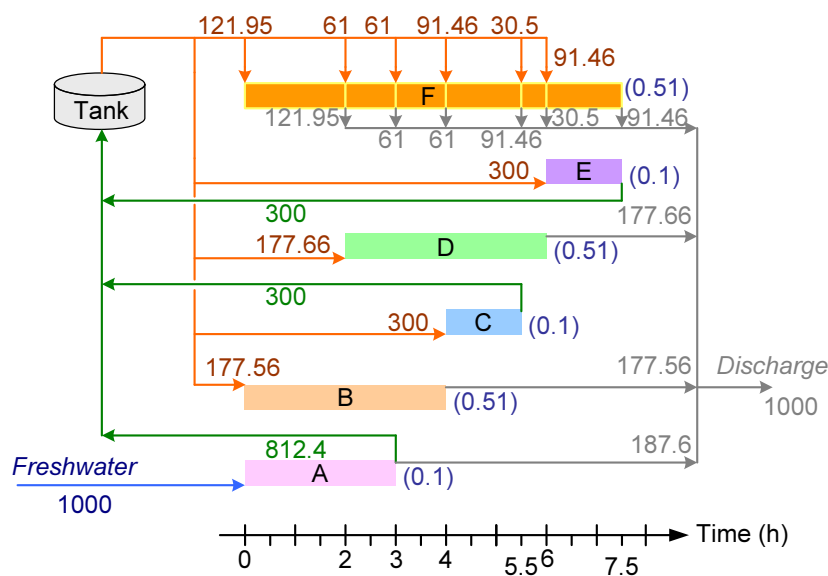
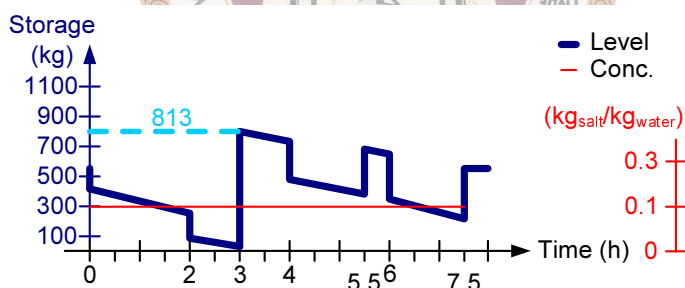


圖 3.24 循環操作下桶內水量變化及出口濃度 - ( $C_{fc,max}^{in} = 0.25$ ), ( $C_{fc,max}^{out} = 0.51$ )



兩個桶子新鮮水的消耗量也是不會被降低的。而當製程用水單元 F 於 ( $C_{max}^{in} = 0.25$ ), ( $C_{max}^{out} = 0.51$ ) 時，此時經過 F 使用後的水因污染物濃度過高，而無法讓其它單元再度循環使用，且 F 也使用儲存桶裡的循環水，故無法降低新鮮水消耗量。

表 3.5 例子 3.1 的總結

$(C_{\max}^{\text{in}})_F$	Operation mode	Single operation		Cyclic operation	
		Storage tank	0	1	2
0	Freshwater (kg)	3760.5	3017.8	2875	-
0.1	Ratio (%)	100	80	76.5	-
	Tank size (kg)	(base)	300	300	-
0.1	Freshwater (kg)	2635.5	1513.6	1330	1150
0.25	Ratio (%)	100	61.3	48.9	43.6
	Tank size (kg)	(base)	1000	998	720,280
0.25	Freshwater (kg)	2253	1432.5	1000	-
0.51	Ratio (%)	100	63.6	44.4	-
	Tank size (kg)	(base)	575	813	-

### 3.8.3 單一廠區水網路的設計 - 例子 3.2

第二個例子則是參考 Wang 1995 的三個批式製程用水單元(單元 1-3)加上一個連續式製程用水單元(單元 4)，其操作條件列於表 3.6 表中可得知單元進出的總流量上下限大小、進出口可允許的最大濃度，開始與結束的操作時間點，需移除的負載質量。在此例子我們討論的水網路型態為三種，無儲存桶、一個儲存桶且單次操作、一個儲存桶且循環操作；以下為結果分析與討論：

表 3.6 製程用水單元操作圖表

Unit	$[Q_i^{\min}, Q_i^{\max}]$ (ton)	$C_{ic,max}^{\text{in}}$ (kg salt/ton water)	$C_{ic,max}^{\text{out}}$ (kg salt/ton water)	$t_{in}^{\text{st}}$ (h)	$t_{in}^{\text{end}}$ (h)	$M_{ic}^{\text{load}}$ (kg)
1	[0, 100]	0.1	0.4	0.5	1.5	30
2	[0, 40]	0	0.2	0	0.5	8
3	[0, 25]	0.1	0.2	0.5	1	25
4	[0, 85]	0	0.1	0	1.5	25.5

## 1. 無儲存桶之水網路設計

圖 3.25 無儲存桶的水網路結構

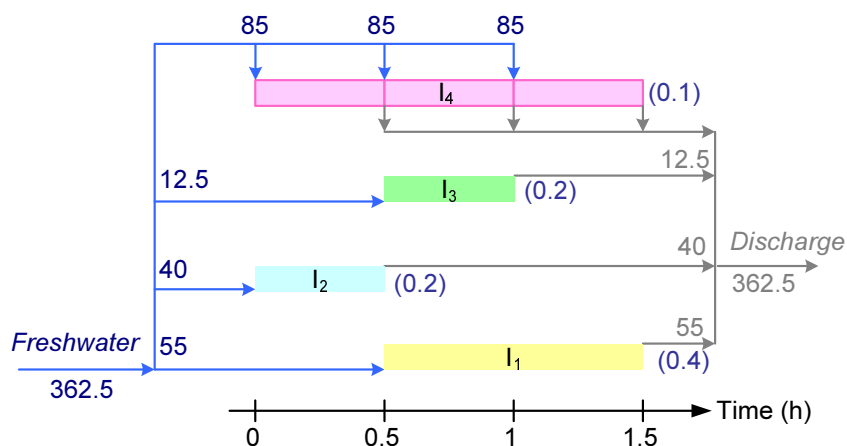


圖 3.25 為並聯式的水網路結構，於此設計下需要的新鮮水消耗量為 362.5kg

## 2. 一個儲存桶且單次操作

加入儲存桶之後其模擬結果如圖 3.26，新鮮水的使用量為 315kg，單元 2、4、使用純水，單元 1、3 使用來自單元 4 存放到儲存桶

圖 3.26 單次操作的水網路結構

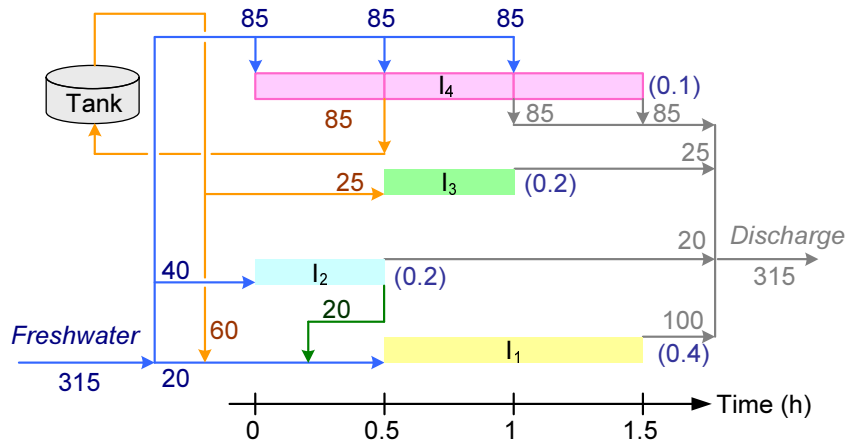
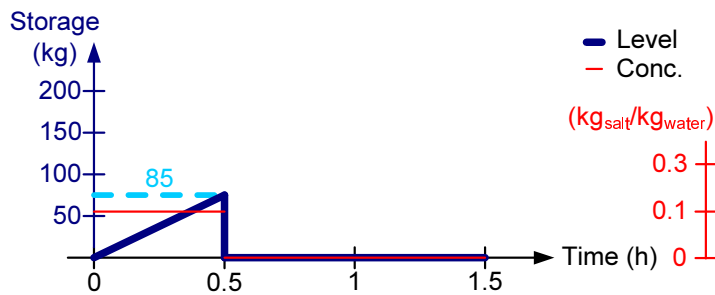


圖 3.27 單次操作下桶內水量變化及出口濃度



的污水，由於濃度的限制所以單元 1 也需使用些少的純水。而圖 3.27 為儲存桶內水量變化的情形，由此可得知儲存桶大小為 85kg。

### 3. 一個儲存桶且循環操作

加入儲存桶之後且循環操作的結果如圖 3.28，新鮮水使用量降為 295kg，單元 2、4 一樣使用新鮮水，而單元 1、3 則使用單元 4 存到儲存桶內的循環水，而桶子的大小為 125kg 圖 3.29。



圖 3.28 循環操作的水網路結構

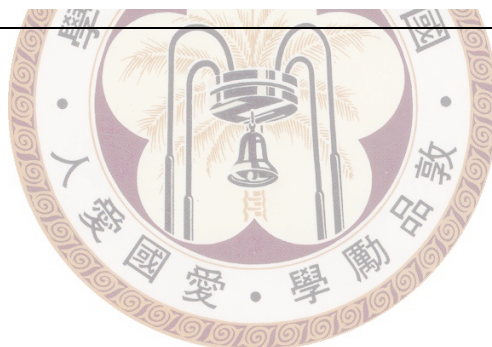
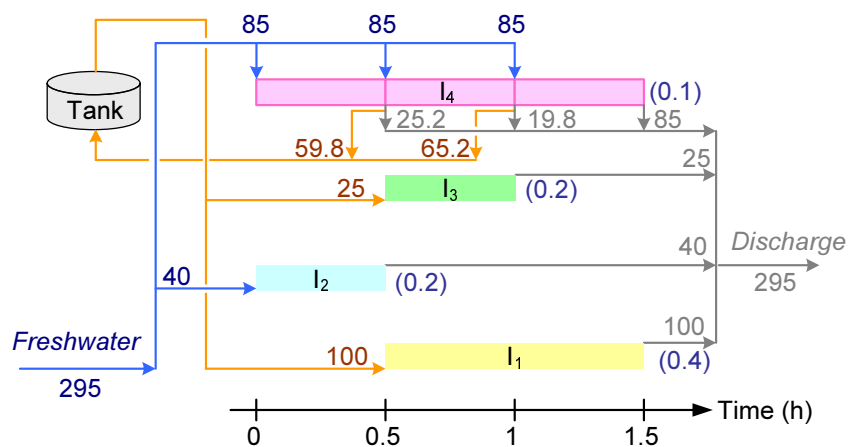
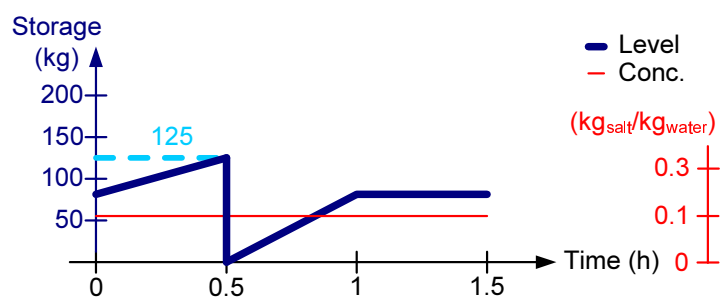


圖 3.29 循環操作下桶內水量變化及出口濃度



### 3.8.4 跨廠區水網路的設計 - 例子 3.3

在例子 3.3 中，我們討論的是一個跨廠區的水網路系統，將先前所提的兩個例子做一個整合經由兩個儲存桶的互相提供，以達到更小的新鮮水消耗量，但由於廠區 I 的循環時間是  $7.5hr$  而廠區 II 則是  $1.5hr$ ，故在此一個循環內廠區 II 操作次數為五次，而兩個廠區內的製程用水單元操作條件如表 3.7。

表 3.7 製程用水單元操作圖表

Plant	Unit	$[Q_i^{\min}, Q_i^{\max}]$ (ton)	$C_{ic,max}^{\text{in}}$ (kg salt/ton water)	$C_{ic,max}^{\text{out}}$ (kg salt/ton water)	$t_{in}^{\text{st}}$ (h)	$t_{in}^{\text{end}}$ (h)	$M_{ic}^{\text{load}}$ (kg)
I	A	[0, 1000]	0	0.1	0	3	100
	B	[0, 280]	0.25	0.51	0	4	72.8
	C	[300, 400]	0.1	0.1	4	5.5	0
	D	[0, 280]	0.25	0.51	2	6	72.8
	E	[300, 400]	0.1	0.1	6	7.5	0
	F	[0, 350]	0.1	0.25	0	7.5	187.5
II	1	[0, 100]	0.1	0.4	0.5	1.5	30
	2	[0, 40]	0	0.2	0	0.5	8
	3	[0, 25]	0.1	0.2	0.5	1	25
	4	[0, 85]	0	0.1	0	1.5	25.5

由圖 3.30 得知廠區 I 經由跨廠區的整合後，新鮮水消耗量降為  $1000(ton)$ ，在先前的例子中則為  $1330(ton)$  省下了約 25% 新鮮水量，從圖我們可以看到只有單元 A 使用新鮮水，而其它的單元使用的皆為桶子內的儲存水，由於單元 C、E 使用後的水由於較為乾淨，故儲存回儲存桶再度使用之，而桶子 1 的大小則由圖 3.31 得知為  $956(ton)$ 。



圖 3.32 廠區 II 的水網路結構

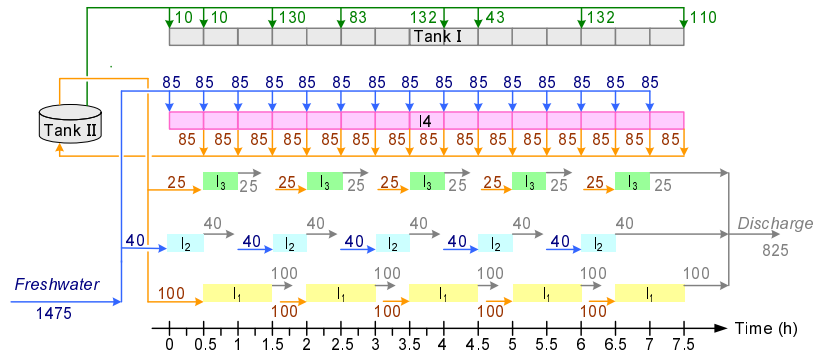
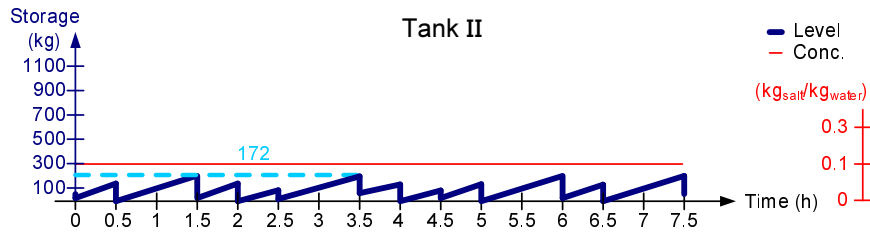


圖 3.33 廠區 II 儲存桶內水量變化量及出口濃度



# 4

## 結論與未來展望

### 4.1 結論

在近幾年來，由於水源成本越來越高以及環境保護規範日趨嚴格，在工廠用水程序中對於水有效使用的議題逐漸被重視，而在許多的文獻對於水網路最適化的設計已有許多的研究與探討。

本文針對廠區內的製程用水單元以連續式和以批式單元為主兩種情況，提出以數學規劃法的方式進行整體最適化的設計。首先根據水網路系統內各單元所有可能的管線連接，進而提出超結構，根據超結構逐步建立規範方程式。包括流量平衡與溶質平衡，輔以架構之限制式，再分別針對最小新鮮水的消耗量與最小儲存桶的大小兩個不同的目標，將此水網路最適化的設計問題，轉變成為一個典型的混合整數非線性規劃 (MINLP) 數學問題，再經恰當求解，最終可獲得水網路的最適化設計。此一最適化設計，包括水網路系統的架構以及各單元間管線

連接的情形等。

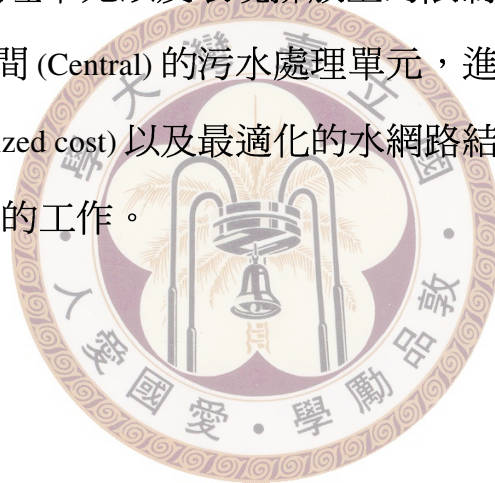
與過去文獻作比較，過去在水網路的研究大部分都針對用水單元全為批式或連續式單元；而本論文則探討若廠區內有批式與連續式單元的水網路設計，藉由模式超結構的分析，提出一套相對完整的數學模式。針對所提建構的數學模式與設計策略，在論文中提出兩個具有代表性的例子，在第二章討論以連續式製程用水單元為主的水網路系統，首先將所有的批式單元視為連續式操作去做水網路結構的最適化計算最小新鮮水消耗量，而後去計算批式製程專用儲存桶的儲存流量及大小；在第三章則討論以批式製程用水單元為主的水網路系統，將連續式用水單元切割為多個批式用水單元，而時間點的切割是根據批式用水單元的操作時間而定，透過儲存桶的整合去計算最小新鮮水消耗量以及最小儲存桶大小。由以上的情境模擬結果分析可以得知，透過本研究所建構的數學模式與設計策略，都能成功的解決不同的目標需求與水網路設計問題，並且提供最佳的水網路設計架構。

## 4.2 未來展望

對於本研究所建立的數學模式而言，目前確實能夠解決所提出的兩個問題，然而，為了能真實的考量所有的問題，在數學模式建構時，使用非線性 (Non-Linear) 的限制式來表達其物理意義，並且在流量上下限與管線的選擇限制式中，使用 0 – 1 變數來表達有或無的觀念，在配合上非線性的目標函數，使得整個數學模式形成一個混合整數非線性規劃 (MINLP) 問題。而在求解 MINLP 問題的過程中，往往會得到許多不

同的區域解 (Local solution)，而不容易得到全域解 (Global solution)；因此，如何有效的求得較大型且複雜的真實性工廠水網路設計之全域解，是值得繼續探討的問題。

此外，本研究主要是提到以連續式或批式單元為主時的問題，對於若兩個單元的數目為相近時，並沒有多加討論其使用的方法，因為必須視問題上的不同 (批式單元與連續式單元的多寡，操作時間上的配合) 而有所不同解決方法，且在第三章所提到的以批式單元為主的問題，並沒有考慮污水處理單元以及環境排放上的限制，在結構中添加廠區內 (Inner) 以及廠區間 (Central) 的污水處理單元，進而探討年度總成本的最小化 (Total annualized cost) 以及最適化的水網路結構，此部份的模式延伸，亦為未來挑戰的工作。







# 參考文獻

- [1] Bagajewicz M. A review of recent design procedures for water networks in refineries and process plants. *Computers and Chemical Engineering*, 24:2093–2113, 2000.
- [2] Bandyopadhyay, S.; Ghanekar, M. D.; Pillai, H. K. Process water management. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 45(15):5287–5297, 2006.
- [3] Chen C.-L., Hung S.-W. and Lee J.-Y. Design of inter-plant water network with central and decentralized water mains. *Computers and Chemical Engineering*, 34:1522–1531, 2010.
- [4] Cheng, K.-F.; Chang, C.-T. Integrated water network designs for batch processes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 46:1241–1253, 2007.
- [5] Chew, I. M. L.; Foo, D. C. Y. Automated targeting for inter-plant water integration. *Chem. Eng. J.*, 153(1-3):23–36, 2009.
- [6] Chew, I. M. L.; Tan, R., Ng, D. K. S.; Foo, D. C. Y.; Majozi, T.; Gouwws, J. Synthesis of direct and indirect interplant water network. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 47(23):9485–9496, 2008.
- [7] Feng, X.; Seider, W. D. New structure and design methodology for water networks. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 40(26):6140–6146, 2001.
- [8] Foo, D. C. Y.; Manan, Z. A.; Tan, Y. L. Synthesis of maximum water recovery network for batch process systems. *J. Clean. Prod.*, 13:1381–1394, 2005.
- [9] Gouws, J. F.; Majozi, T.; Foo, D. C. Y.; Chen, C.-L.; Lee, J.-Y. Water minimization techniques for batch processes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 49:8877–8893, 2010.
- [10] Gunarantam, M., Alva-Argaez, A., Kokossis, A., Kim, J-K, and Smith, R. Automated design of total water systems. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 44:588, 2005.
- [11] Gunaratnam, M.; Alva-Argaez, A., Kokossis, A., Kim, J. K.; Smith, R. Automated design of total water systems. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 44(3):588–599, 2005.
- [12] Halim.l and Srinivasan R. Sequential methodology for simultaneous batch process scheduling and waste reuse optimization. *Chemical Engineering Transactions*, 21:727–732, 2010.

- [13] Kim, J. K.; Smith, R. Automated design of discontinuous water systems. *Trans. IChemE.*, 82(3):238–248, 2004.
- [14] Kuo, W. C. J.; Smith R. Design of water-using systems involving regeneration. *Trans. IChemE.*, 76(2):94–114, 1998.
- [15] Li, B.-H.; Chang, C.-T. A mathematical programming model for discontinuous water-reuse system design. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 45:5027–5036, 2006.
- [16] Liao, Z. W.; Wu, J. T.; Jiang, B. B.; Wang, J. D.; Yang, Y. R. Design methodology for flexible multiple plant water networks. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 46(14):4954–4963, 2008.
- [17] Lovelady, E. M.; El-Halwagi, M. M. Design and integration of eco-industrial parks for managing water resources. *Env. Progress Sustainable Energy*, 28(21):265–272, 2009.
- [18] Lovelady, E. M.; El-Halwagi, M. M. and Krishnagopalan, G.A. An integrated approach to the optimization of water usage and discharge in pulp and paper plants. *International Journal of Environment and Pollution*, 29:274–307, 2007.
- [19] C.J.; Buckley C. A. Majozi, T.; Brouckaert. A graphical technique for wastewater minimisation in batch processes. *J. Environ Manage*, 78:317–329, 2006.
- [20] Majozi, T. Wastewater minimisation using central reusable water storage in batch plants. *Computers and Chemical Engineering*, 29:1631, 2005.
- [21] Majozi, T. and Zhu, X. X. A novel continuous time milp formulation for multipurpose batch plants. 1. short-term scheduling. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 40(25):5935, 2001.
- [22] Manan, Z. A.; Tan, Y. L.; Foo, D. C. Y. Targeting the minimum water flowrate using water cascade analysis technique. *AIChE J.*, 50(12):3169–3183, 2004.
- [23] Ng, D. K. S.; Foo, D. C. Y.; Tan, Y. L.; Tan, R. R. Ultimate flow rate targeting with regeneration placement. *Trans. IChemE.*, 85(9):1253–1267, 2007.
- [24] Olesen, S. G.; Polley, G. T. Dealing with plant geography and piping constraints in water network design. *Trans. IChemE.*, 74(4):273–276, 1996.
- [25] Takama, N., Kuriyama, T., Shiroko, K. and Umeda, T. Optimal water allocation in a petroleum refinery. *Comp. Chem. Eng.*, 4:251, 1980.
- [26] Wang, Y. and Smith, R. Design of distributed effluent treatment system. *Chem. Eng. Sci.*, 49:3127, 1994.
- [27] Wang, Y. and Smith, R. Wastewater minimization. *Chem. Eng. Sci.*, 49:981, 1994.

- [28] Wang, Y. P.; R. Smith. Wastewater minimization with flowrate constraints. *Chem. Eng. Res. Des. (Trans. IChemE.)*, 73:889–904, 1995.
- [29] Zheng, X.; Feng, X.; Shen, R.; Seider, W. D. Design of optimal water-using networks with internal water mains. *Ind. Eng. Chem. REs.*, 45(25):8413–8420, 2006.
- [30] Zhu, X. X. and Majozi, T. A novel continuous time milp gprmilation for multipurpose batch plants. 2. integrated. *Industrian and Engineering Chemistry Research*, 40(23):5621, 2001.

