

國立台灣大學工學院工程科學及海洋工程研究所

碩士論文

Department of Engineering Science and Ocean Engineering

College of Engineering

National Taiwan University

Master Thesis

壓電能量擷取器應用於感應線圈驅動同步切換電路之

自供電系統設計

Using Piezoelectric Energy Harvesting Devices in Synchronized
Switch Harvesting on Inductor (SSHI) Circuit Driven by
Induction Coil and its Application in Self-powered System

楊智翔

Chih-Hsiang Yang

指導教授：吳文中 博士

Advisor: Wen-Jong Wu, Ph.D

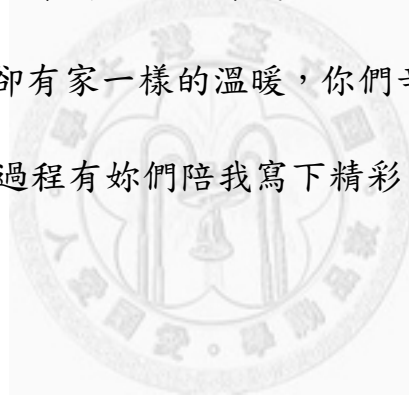
中華民國 100 年 9 月

September, 2011

誌謝

很開心也很幸運在 98 年的暑假加入 NTUMEMS 這個大家庭，兩年中跟著吳文中老師學習，老師給予學生於研究上最大的支持與資源，老師亦師亦友的態度常能給我直接的勉勵。李世光老師貴為實驗室的大家長，總是撥出繁忙的公務時間參與實驗室的會議，給予學生適當的建議與方向，此外老師在學術領域的成就和言行舉止皆為學生最佳的榜樣。謝謝昱任在我初次來到這團隊時，不斷鼓勵我，與我常有聊不完的話題，謝謝 KT 哥如同我的老大哥，常能給我正面的鼓勵與幫助，謝謝小白學姐視我如自己的親弟弟，和我們共同度過大多的喜怒哀樂，三兩句已無法表達對你們的感激。謝謝八哥、肇哥和宇捷學長平時主動的關心問候，讓我備感窩心。謝謝柏勳和順區學長帶領我接觸並學習壓電理論知識，同時也指導我英文文章的撰寫，謝謝昱因學長在做實驗上的認知及相關知識常能不厭其煩的教我，雖然元平學長身在法國，但總能及時的為我解惑，讓我深感放心。謝謝峻豪、伯禹學長、澄爺和建凱學長在鐵皮屋時對我的支持，謝謝志仁對我於電腦問題總是義務的幫助，謝謝承恩和我共體時艱走過了接計畫的日子，讓我們學到很多也建立起革命情感，謝謝大白總能像媽媽一樣對我叮嚀提醒，妳對實驗室的付出也是有目共睹的，謝謝育正與我共同

熬夜做研究，一起討論度過靜寂的時光。謝謝大寶、小 A、嘎嘎、侑勳和琪琪，雖然我們各自為自己的研究努力，但是我們不斷的互相打氣，很開心有你們這些朋友，在我成長的路上陪我走過許許多多難忘的回憶。謝謝助理們在我需要幫忙的時候成為我與老師或我與系上聯繫的橋樑。謝謝主任對學生遇到困難時給予最大的寬容與幫助，謝謝楊小姐和汪小姐在我修課及口試相關事宜全力幫忙，讓我能順利的完成學業。謝謝這意外的邂逅，在這段過程有妳陪我度過。最後謝謝爸爸媽媽讓我無憂無慮的學習，並支持我，也謝謝姑丈姑姑也如同我父母一般，在異鄉求學卻有家一樣的溫暖，你們辛苦了。謝謝這兩年中曾經幫助我的人，這過程有妳們陪我寫下精彩。



中文摘要

近年來能源耗竭與替代能源的議題逐漸受到重視，壓電材料的安全性、穩定性佳及體積小之優勢，使其成為重要的替代能源之一。

此壓電能量擷取器所擷取之能量能成功應用於電感式同步切換電路，此外，藉由將從陶瓷壓電材料擷取之能量作分配，將一部分提供給原感式同步切換電路，另一部分提供給其它電子元件，使整體電路能達到自供電之成效，並成為一高效率的能量擷取系統。最後，本論文利用磁場感應線圈之方式成功驅動切換開關，優點為磁場感應線圈的訊號擁有低雜訊使之在控制上更顯容易並減少濾波電路的設計以降低能量的損耗。

關鍵字：電感式同步切換電路、自供電系統、電磁感應

ABSTRACT

In recent years, energy depletion and alternative energy issues gradually are taken seriously, the piezoelectric material security, good stability and small size of the advantage, making it an important alternative energy sources.

The energy derived from the piezoelectric power harvester could be applied to the circuit of Synchronized Switch Harvesting on Inductor (SSHI) successfully. Moreover, by allocating the energy into two parts, one for SSHI circuit, the other for electric components, the energy is enough to supply the whole circuit, which makes it become a self-powered system with high efficiency. In this paper, the method of electromagnetic induction is used to drive the switches because its produced signals have low noises. This advantage makes it easier to control, decreases the design of filter circuits in the whole system and deduces the energy consumption.

Keyword: SSHI circuit, self-powered system, electromagnetic induction

目錄

誌謝.....	I
中文摘要.....	III
ABSTRACT.....	IV
目錄.....	V
圖目錄.....	VII
表目錄.....	XI
第 1 章 緒論	1
1.1 研究動機	1
1.2 論文目標	4
1.3 論文架構	4
第 2 章 簡介	6
2.1 壓電材料特性	6
2.2 壓電常數	11
2.3 壓電本構方程式	13
2.4 壓電機電耦合係數	18
2.5 壓電等效電路	20
第 3 章 壓電能量擷取器結合電磁式驅動控制設計	22
3.1 壓電式能量擷取器之一維力電等效模型	22

3.2	壓電式能量擷取器之理論分析	25
3.3	電磁式驅動原理	28
第 4 章	自供電系統電路及開關控制電路設計	30
4.1	標準儲能電路之理論分析	30
4.2	電感式同步切換電路之理論分析	33
4.3	開關控制訊號電路之設計及理論分析	42
4.4	自供電系統電路之設計及理論分析	45
第 5 章	實驗結果與討論	53
5.1	實驗架構	53
5.2	能量擷取系統夾具之設計	60
5.3	開關控制訊號及自供電系統電路之設計	61
5.4	實驗結果與討論	66
第 6 章	結論與未來展望	78
6.1	結論	78
6.2	未來展望	80
參考文獻	81
附錄一	83
附錄二	85

圖目錄

圖 1 壓電材料極化前後電偶極的排列；(a)極化前(b)極化後.....	7
圖 2 壓電材料的正壓電效應；(a)受壓應力產生電場(b)受張應力產生 反向電場	8
圖 3 壓電材料的逆壓電效應；(a)受外加電場而壓縮(b)受外加電場而 伸張.....	8
圖 4 陶瓷壓電材料磁滯效應示意圖：虛線是指應變與極化度之間的 關係；實線是指應變與電場之間的關係	11
圖 5 力電轉換物理關係式	13
圖 6 具力學因子之壓電等效電路	20
圖 7 Van Dyke 壓電等效電路.....	21
圖 8 穩態壓電等效電路；(a)以電壓源簡化之(b)以電流源簡化之...22	
圖 9 壓電能量擷取器之一維力電轉換等效模型	23
圖 10 壓電結構力電轉換等效模型	24
圖 11 懸臂樑架構示意圖.....	25
圖 12 穩態壓電等效電路於 Kirchhoff's current law	26
圖 13 冷次定律	29
圖 14 標準儲能電路	30

圖 15 SSDI 電路示意圖	33
圖 16 開關(ON)時間與電感-電容共振訊號關係圖	34
圖 17 SSDI 的開關切換訊號和壓電電壓波形變化示意圖	36
圖 18 SSHI Technique(AC)電路示意圖	37
圖 19 SSHI 壓電電壓與位移波形圖	38
圖 20 SSHI-DC 儲能電路示意圖	40
圖 21 SSHI-DC 壓電電壓與位移波形圖	40
圖 22 反相史密特觸發器	44
圖 23 反相史密特觸發電路輸出入波形圖	44
圖 24 非反相史密特觸發器	45
圖 25 自供電系統電路示意圖	46
圖 26 自供電系統之壓電電壓及直流電壓波形圖	47
圖 27 自供電系統之等效電路示意圖	47
圖 28 自供電系統之正直流電訊號簡化電路示意圖	49
圖 29 簡化電路之輸入及輸出訊號之波形圖	49
圖 30 導通時間波形圖	50
圖 31 二極體導通過程電流示意圖；(a)導通 ON(b)截止 OFF	51
圖 32 單支懸臂樑實驗架構圖	54
圖 33 壓電材料的鋪設示意圖	54

圖 34 雙支懸臂樑實驗架構圖	55
圖 35 新夾具之結構圖	61
圖 36 壓電(綠線)與線圈感應電壓訊號(黃線)波形圖	62
圖 37 開關控制電路圖	63
圖 38 切換開關示意圖	63
圖 39 開關皆未倒通之時間 t_d : 壓電電壓(綠線)、N-MOSFET 之 D-S 極跨壓(藍線)和 P-MOSFET 之 D-S 極跨壓(紅線).....	64
圖 40 線圈電壓與開關控制訊號波形圖	64
圖 41 自供電系統電路波形圖 : 壓電電壓訊號(黃線)、正直流訊號(藍 線)和負直流訊號(綠線).....	65
圖 42 壓電壓電流波形圖 ; (a)標準儲能電路(b)電感式同步切換電路	68
圖 43 標準儲能電路電壓波形圖 : 整流前電壓訊號(綠線)、電容之誇 壓(紅線).....	68
圖 44 電感式同步切換電路電壓波形圖 ; 整流前電壓訊號(綠線)、電 容之誇壓(紅線).....	69
圖 45 單支壓電能量擷取器之後端電路分解示意圖	70
圖 46 雙支壓電能量擷取器之後端電路分解示意圖	70
圖 47 PCB 雕刻電路板.....	71
圖 48 感應線圈 : (a)孔徑大(b)孔徑小	72

圖 49 線圈感應電壓訊號：(a)孔徑大的線圈雜訊小(b)孔徑小的線圈 雜訊大.....	72
圖 50 懸臂樑擺動過程示意圖	73
圖 51 線圈感應電壓(藍線)波形圖.....	74
圖 52 兩陶瓷壓電訊號(黃、藍線)及感應線圈訊號(紅線)波形圖	75
圖 53 兩懸臂樑共振頻率前後相位比較圖	75
圖 54 兩陶瓷壓電於同一系統實驗架構圖	77



表目錄

表 1 壓電材料之優缺點比較	9
表 2 壓電常數定義表	11
表 3 IEEE 標準下標符號對應表	16
表 4 壓電材料各物理量與壓電常數關係圖	17
表 5 壓電組成律之適用條件	18
表 6 壓電能量平衡方程式之各項物理意義對照表	27
表 7 壓電能量平衡方程式於 SSHI 之各項物理意義對照表	39
表 8 實驗所需之儀器型號與實體照片	55
表 9 鋁鈦酸鉛陶瓷壓電材料特性參數表	60
表 10 壓電能量擷取器相關參數表	66
表 11 兩陶瓷壓電於同一系統實驗結果	76
表 12 論文設計要點說明與相對優勢	78

第1章 緒論

隨著運用壓電材料於結構振動上的應用漸趨廣泛且成熟，本論文主要針對將壓電材料黏貼於結構振動體上並結合電磁式的架構應用於擷取轉換能量的實現。然而，本論文將以震盪器做為模擬環境振動來源，並操作於人類運動之低頻段約 10Hz 至 30Hz，為使振動能量達最有效率的擷取，後端電路的設計即顯得不可或缺，然而電路的設計不免需外在電源的供應，此則有違能量擷取之理念。所以本論文即設計新式夾具以整合多支懸臂樑於一系統中並透過自供電系統電路的概念達成此目標。

1.1 研究動機

近幾十年來各國於能量擷取領域上的研究，致力於能量的儲存，一般用以超級電容來取代鉛蓄電池及燃料等具危險重金屬和環境污染的電池[1]。此時壓電材料具有將環境振動所產生的力學能轉變成電能的特性，又其轉換效率高、材料輕薄、對溫度敏感度低等優點，因此壓電材料可將環境振動產生的機械能轉換之電能至後端電路所

擷取和耗散，設計の後端電路大致分為標準能量擷取電路(Standard Energy Harvesting)、電阻分流阻尼電路(Resistive Shunt Damping)和電感式同步切換擷取電路(Synchronized Switch Harvesting on Inductor)[2]。

標準能量擷取和電阻分流阻尼電路則分別表示為電能的擷取和耗散，又兩電路的組成元件皆為電阻、電容等被動元件所組成，其優點為設計簡單且電路中不需額外電源的供應，相對的也有缺點如工作效能差。電感式同步切換電路則在電壓或位移訊號的極值出現時予以路徑的切換，換言之，切換時機將取之於電流訊號為零時，而 LC 共振的現象會發生在切換瞬間，最後，壓電材料的電壓和電流訊號達到同相，以使壓電材料轉變為電能的工作效能達最佳，反之，切換電路於路徑切換的同時必增加結構阻尼以達到減振的效果和切換頻率若過高也會造成不必要的切換損失。因電感式同步切換電路為半主動控制(Semi-active Control)，需由系統外部給予切換開關一個脈衝訊號或方波訊號開(ON)、關(OFF)達到路徑的切換。[3]從系統內部找出可替代之訊號作為開關控制的設計，使系統自供電的想法得以實現。

隨著壓電材料的研究與應用日漸成熟，大家對於系統在結構振動帶來的能量尤顯不足，Roundy 整理出三種主要能量轉換機制可使環境振動有效轉換成電能，此機制分別為靜電、電磁及壓電三種型式

[4]，其中任兩種機制的結合將提升輸出功率，[5]表列式的提出三種機制能量儲存密度的比較，尤其以壓電和電磁兩機制為最高。因此，壓電結合電磁式於同一結構系統中[6]，雖然電磁式的結合將增加系統的結構阻尼，如果電磁式和壓電式的阻尼值相匹配即能擷取至最大輸出功率[7]。結構振動所產生懸臂樑自由端的上下位移即是欲結合電磁式能量轉換機制的最大原因，若懸臂樑自由端擺置磁性材料作為質量塊不僅降低懸臂樑振動之共振頻率，更增加懸臂樑振動時之形變量，依據冷次定律將線圈擺置磁性材料擺動之適切位置即可使線圈感應產生感應電流[7]，因此可提升輸出功率，但兩能量轉換機制的輸出負載卻有一千倍的差異，此為壓電結合電磁式能量擷取系統的缺點。

本論文將以能量擷取為主要研究方向，其設計指標分為能量擷取和自供電系統兩部分，其中兩設計指標各有以下幾個特點：

1. 多懸臂樑組成於同一系統中，以增加擷取之能量。
2. 結合兩種能量轉換機制在同一系統中，以增加輸出功率。
3. 半主動控制電路，以提升能量擷取最大工作效能。
4. 驅動頻率為低頻，不僅驅使能量擷取更廣泛的應用，還降低後端電路於開關作動時帶來的切換損失。

5. 從系統內部取得足以驅動後端電路所需電源，以達到自供電系統的目標。

1.2 論文目標

本論文將以電磁式訊號輔助壓電能量擷取器於半主動控制電路為設計主軸，更從壓電訊號的整流進而達到系統自供電的最佳目標。論文中將利用同步切換擷取電路的使用，透過感應線圈結合至壓電能量擷取器中，將線圈訊號經由電路的設計產生同步切換電路所需的控制訊號，再透過壓電訊號交流轉直流電的設計致使系統電路不需外部額外電流源的供應。由於整體系統操作在低頻振動的環境中，感應線圈訊號將最直接的反應出低頻電壓訊號，應用於控制上則無需高頻雜訊的濾除電路設計並減少電路的複雜度與能量損耗。最後在電路的設計中皆會有理論分析、及實驗結果的相互驗證。

1.3 論文架構

第二章由壓電材料的種類及基本特性談起，接著引入壓電常數的定義並導出壓電本構方程式(governing equation)以了解壓電材料於力學能和電能間的轉換比例關係，且以機電耦合係數的定義用於判定

壓電材料在力電轉換間的效率。最終則透過分析來選用壓電材料的等效電路以利往後控制電路的設計及分析。

第三章將壓電式能量擷取器結構以一維的力電轉換等效模型導出本質方程式，由能量守恆來定義能量方程式可了解到系統於穩態操作下的轉換和損失能量，且以自行設計經陽極處理之夾具即能擴增壓電材料於懸臂樑系統中，進而增加能量的輸出。最後藉由線圈產生感應電流的理論來整合兩機制於同一系統中的適切性。

第四章著重在於後端電路的介紹，首先，以電感式同步切換電路為主軸導入理論分析，切換開關的控制訊號則由系統中併入感應線圈的訊號轉換成開關所需之方波控制訊號，卻因為弦波轉成方波訊號的電路設計採用低損耗的比較器積體電路，主動元件皆須穩定電源的供應，直流電源電路的設計也成為本論文討論重點之一。最後將以標準整流電路與電感式同步切換電路之整體說明與分析。

最後以實驗結果為第五章的主軸，並延伸討論本論文之未來展望以改進實驗方向。

第2章 簡介

因為時代的演變，人類的文明生活不斷追求便利快速，又因為能源取之於地球，能源耗竭的問題已不得被重視，替代能源的議題也如雨後春筍般萌生。然而現在所有的電器用品都需具備電源裝置，小則備有電池，在此無不需用電的新世代如何設計及應用到穩定性更高的電源裝置已成為重要的議題。但是也隨著人口密度不斷的增加，人們的生活空間相對縮小，較大型的發電機等電源裝置雖有穩定的大供應電源，但體積大的缺點已明顯與生活空間造成衝突，輕薄短小的設計將是現代趨勢下的新主流。此外，環保意識的崛起，節能減碳、綠色能源興起，替代能源的高效能也是人類突破現狀的目標。

2.1 壓電材料特性

十九世紀末居禮兄弟(Pierre Curie and Jacques Curie)發現當對電氣石施加壓力時，電氣石的表面就會產生帶電電荷，換句話說，當材料因受力變形而產生的電極化現象時稱其為壓電性，因此，當一個材料具有壓電性時，人們將此材料稱之為壓電材料。材料晶體結構中不存在對稱中心，而使材料晶體內的正負電荷出現無法中和的現象就是材料具有壓電性的原因，而當壓電材料受機械作用力時會在表面產生帶電電荷，若該材料特性未經極化的過程，則材料內部電偶極呈現

電場方向紊亂的不規則排列，如圖 1(a)，壓電性不佳。反之，欲有良好壓電性則材料必先經過極化，如圖 1(b)。因此，當居禮兄弟證實了逆壓電效應存在後，學者紛紛就壓電現象整理出正壓電效應及逆壓電效應。正壓電效應即為當機械作用力加入一壓電材料時，其兩端將產生正比於作用力大小的電荷並產生電場的現象，如圖 2(a)和圖 2(b)所示。而逆壓電效應則為當直流電場加入壓電材料的兩端時，電場的大小也會影響材料幾何形狀的改變，如圖 3(a)和圖 3(b)示之。

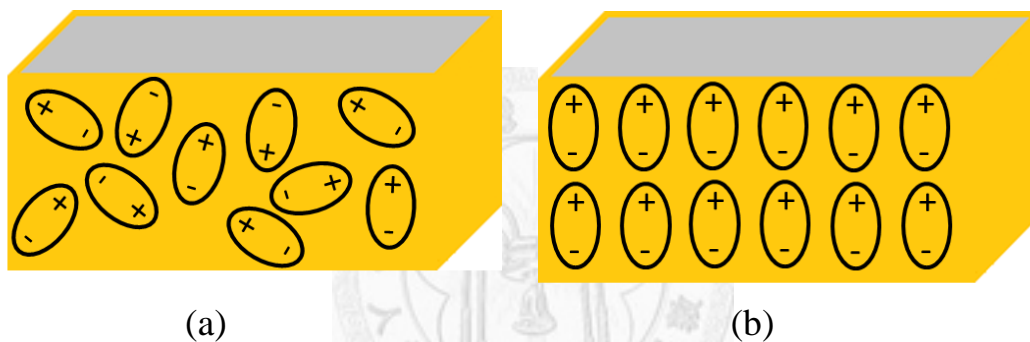
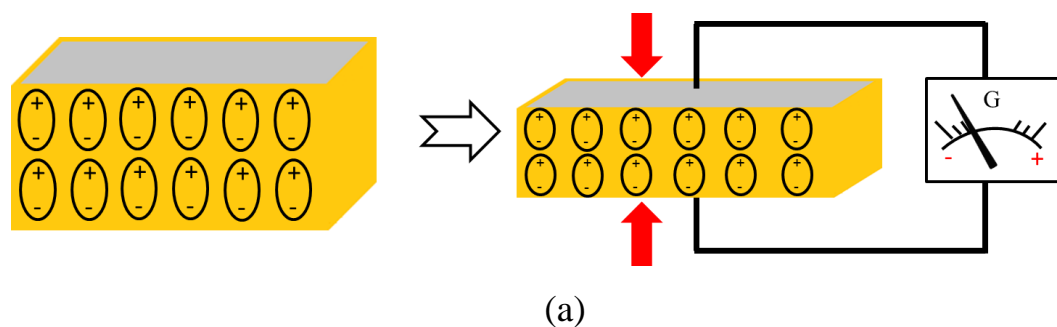


圖 1 壓電材料極化前後電偶極的排列；(a)極化前(b)極化後



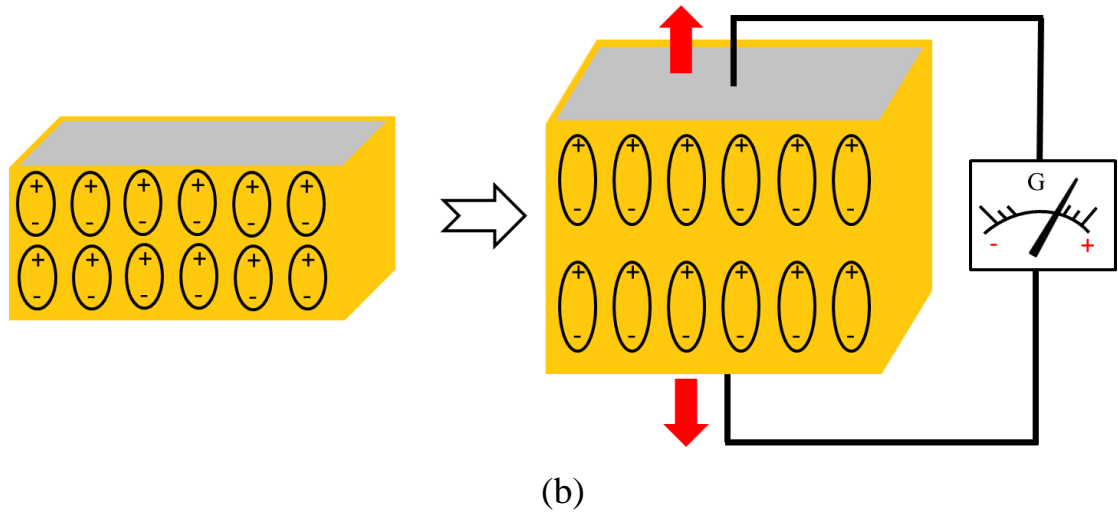


圖 2 壓電材料的正壓電效應；(a)受壓應力產生電場(b)受張應力產生反向電場

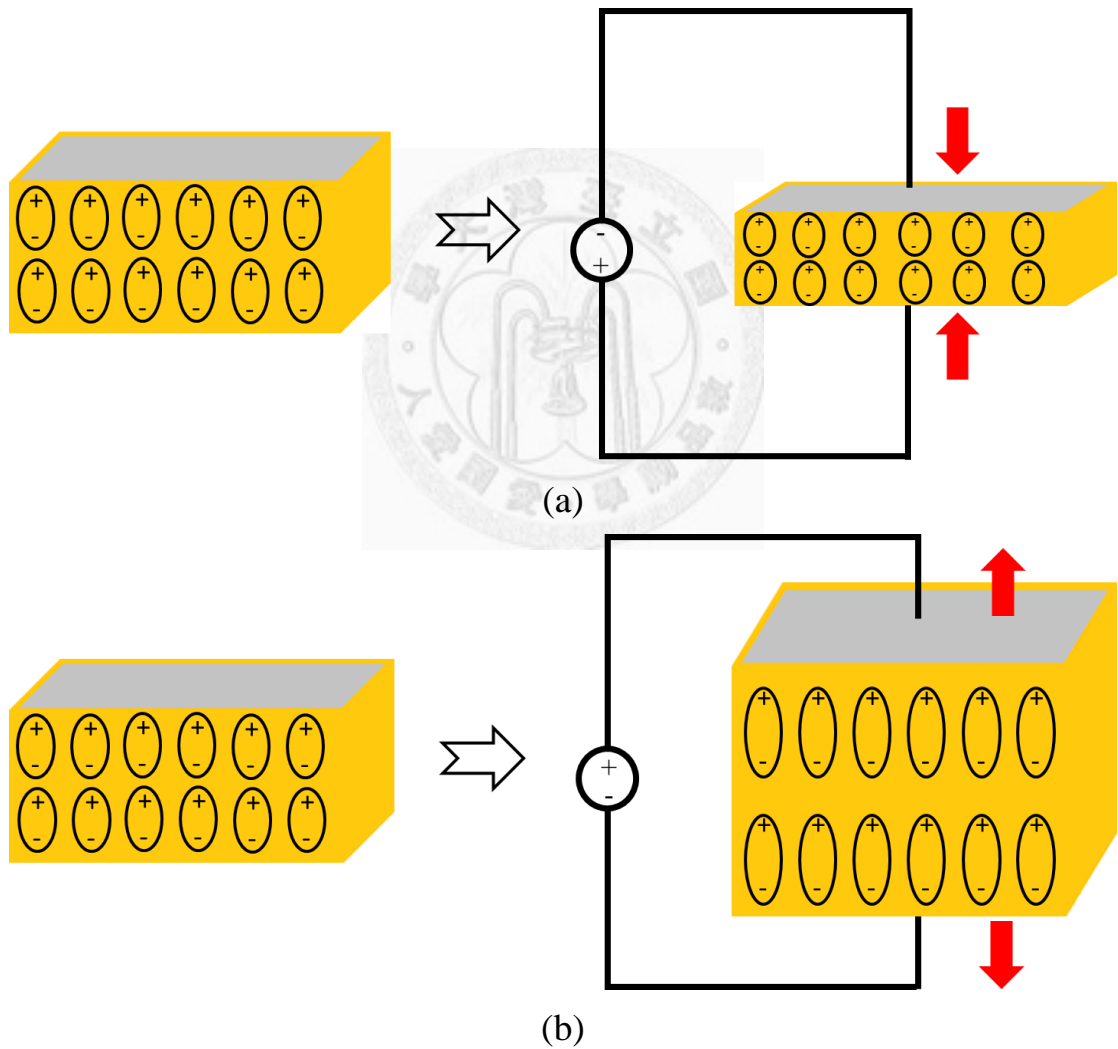


圖 3 壓電材料的逆壓電效應；(a)受外加電場而壓縮(b)受外加電場而伸張

壓電材料的種類中當然也不僅僅只有居禮兄弟所發現的電氣石具有這種特性，因此，壓電材料的研究也受到大家廣泛的討論與研究[8]。以下列舉出五種具有壓電效應的壓電材料：

- (1) 單晶系(single crystal)：石英(quartz)
- (2) 薄膜(thin film)：氧化鋅(zinc oxide)
- (3) 聚合物(polymer)：聚乙烯氟化合物(Polyvinylidene Fluoride, PVDF)
- (4) 陶瓷(ceramic)：銦鈦酸鉛(lead zirconate titanate, PZT)
- (5) 複合材料(composite material)：PVDF-PZT polymaterial

以上每種壓電材料的特性與用途各有不同，皆需視其應用端的需求而決定選用哪一種材料，表 1 為五種壓電材料之優缺點比較：

表 1 壓電材料之優缺點比較

種類	優點	缺點	應用端
單晶系	1. Q 值高 2. 對溫度穩定性高	1. 製作技術困難 2. 價格昂貴	震盪器
薄膜	微機電系統的整合易	特別技術加工	微機電系統
聚合物	1. 易製作 2. 高機電耦合係	需機械加工方能極化 1. 對溫度穩定性	感測器

陶瓷	數	低	致動器
		2. 耐磨性低	

其中又以陶瓷類中的鈷鈦酸鉛的使用最為廣泛，製作時易擠壓成形、燒結與極化電壓低，其中因極化後，壓電材料之晶格不具中心對稱性而產生壓電性，這類壓電材料之機電耦合係數相對他種類壓電材料高，換言之即力學與電學之間的轉換效率高。但鈷鈦酸鉛(PZT)之居禮溫度範圍約在 150°C~360°C 間，若操作溫度超過此範圍則引起結構趨於中心對稱而喪失壓電性。所以其操作溫度相較於單晶系的壓電材料受居禮溫度的限制造成對溫度穩定性低的缺點。

壓電材料為具有良好壓電性，製作過程的極化便格外重要。外加電場的大小不僅會影響極化度，甚至對於壓電材料發生再極化的現象。再極化現象如圖 4 所示之蝴蝶曲線，表示電場大到某一程度時與應變之間的關係。加大電場所對應的應變路徑與減小電場有所不同，此稱為磁滯效應，若電場越大，磁滯效應也會越明顯。

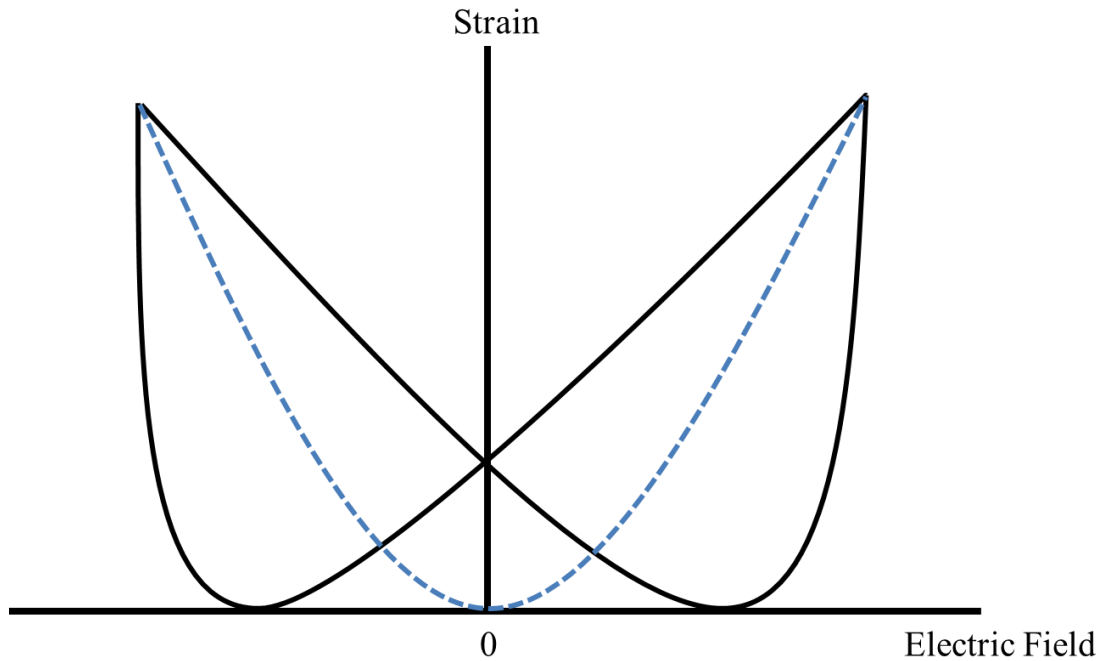


圖 4 陶瓷壓電材料磁滯效應示意圖：虛線是指應變與極化度之間的關係；實線是指應變與電場之間的關係

2.2 壓電常數

壓電材料的力學與電學間轉換的比例關係可藉由壓電常數的定義來表示[9]，表 2 可指出當壓電材料的輸出能量形式為機械能時， d 和 g 為壓電應變常數而 e 和 h 為壓電應力常數；又當輸出能量形式為電能時， d 和 e 為壓電電荷常數而 g 和 h 為壓電電壓常數。

表 2 壓電常數定義表

壓電常數	定義常數	定義	關係式	
d	電場(E)	應力(T)與產生電位移(D)的比值	$\frac{D}{T^E}$	$d = g\varepsilon^T$
	應力(T)	電場(E)與產生應變(S)的比值	$\frac{S}{E^T}$	$d = (c^E)^{-1}e$

e	電場(E)	應變(S)與產生電位移(D)的比值	$\frac{D}{S^E}$	$e = h\epsilon^S$
	應變(S)	電場(E)與產生應力(T)的比值	$\frac{T}{E^S}$	$e = c^E d$
g	電位移(D)	應力(T)與產生電場(E)的比值	$\frac{E}{T^D}$	$g = (c^D)^{-1} h$
	應力(T)	電位移(D)與產生應變(S)的比值	$\frac{S}{D^T}$	$g = d(\epsilon^T)^{-1}$
h	電位移(D)	應變(S)與產生電場(E)的比值	$\frac{E}{S^D}$	$h = c^D g$
	應變(S)	電位移(D)與產生應力(T)的比值	$\frac{T}{D^S}$	$h = e(\epsilon^S)^{-1}$

壓電常數可表示電能和電能間、力學能和力學能間或電能和力學能間的相互轉換關係，也代表著各常數間所具有的物理特性依材料的不同皆不相同，從圖 5 中知使用壓電常數時其可幫助分析系統邊界條件，然而方能選擇使用正確的壓電常數。舉例來說，若以壓電材料作為感應器時，則選擇 g 和 h 兩個以電壓訊號作為輸出訊號的壓電常數；反之，若以壓電材料作為致動器時，因力學能是致動器之輸出訊號，則選擇 d 和 e 兩個壓電常數作為依據[10]。

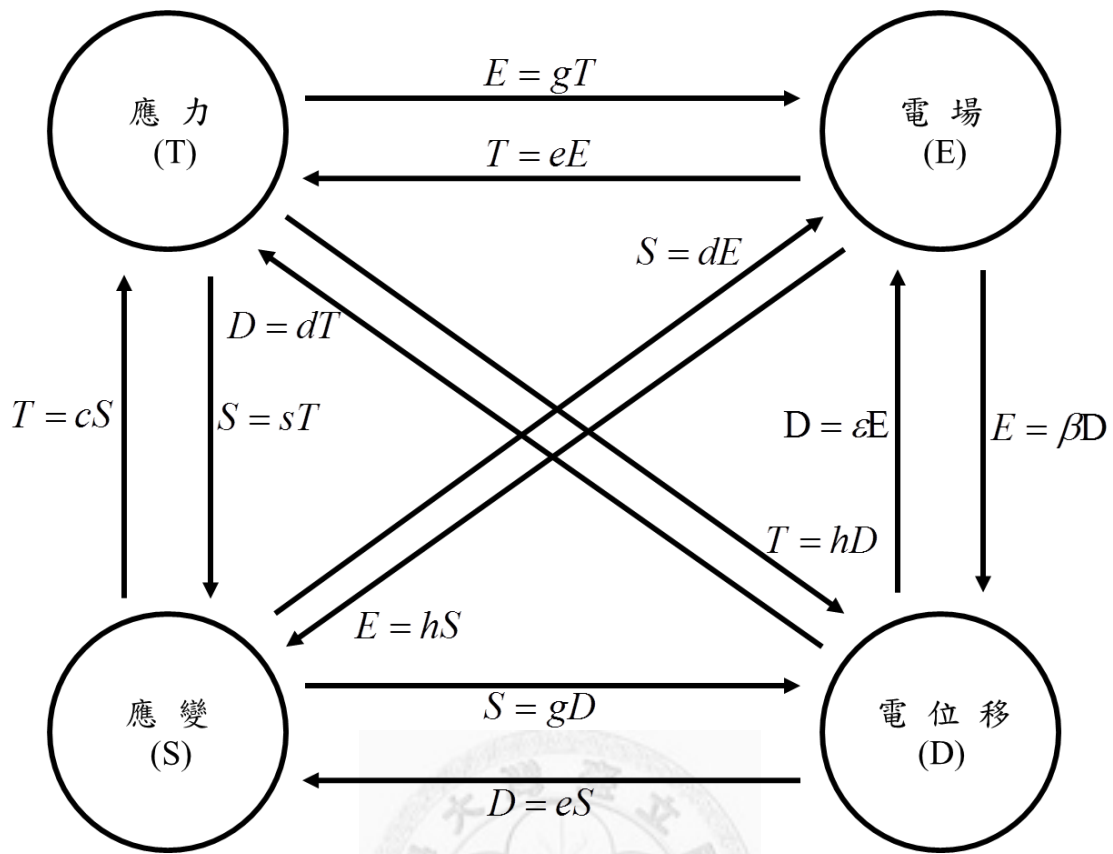


圖 5 力電轉換物理關係式

2.3 壓電本構方程式

當電場大小超過某個程度時，壓電材料之磁滯效應會越來越明顯，又此效應具非線性的變化會使得本構方程式(constitutive equations)的推導趨於複雜化。因此，欲使電場和應變關係是為線性變化，則假設外加電場的操作情況在正常範圍下，那麼以下本構方程式的推導即以線性的變化做為假設依據。

壓電材料擁有彈性和介電性之行為表現，又假設壓電材料為線性的變化，應變能密度(strain energy density, U_m)和電能密度(electric energy density, U_e)分別可寫成(2.1)式和(2.2)式。

$$\dot{U}_m = T_{ij} \dot{S}_{ij} \quad (2.1)$$

$$\dot{U}_e = E_i \dot{D}_i \quad (2.2)$$

電學與力學能若假設過程中無能量損失時，則兩者可以相互轉換，依能量守恆及熱力學第一定律可得到壓電材料的儲能密度 U 如(2.3)式。

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_m + \dot{U}_e \\ &= T_{ij} \dot{S}_{ij} + E_i \dot{D}_i \end{aligned} \quad (2.3)$$

由(2.3)式可代表壓電材料的儲能密度等於力學能量密度和電能量密度的總和。其中，又忽略磁場效應後定義出電焓密度(electric enthalpy density, H)，表示為

$$H = U - E_i D_i \quad (2.4)$$

將(2.4)式對時間微分一次並將(2.3)式代入可得：

$$\dot{H} = T_{ij} \dot{S}_{ij} - \dot{E}_i D_i \quad (2.5)$$

其中由(2.5)式可知電焓密度為應變 S 及電場 E 的函數，即 $H=H(S_{ij}, E_i)$ ，

將此函數經微分後可得方程式(2.6)

$$\dot{H} = \frac{\partial H(S_{ij}, E_i)}{\partial S_{ij}} \dot{S}_{ij} + \frac{\partial H(S_{ij}, E_i)}{\partial E_i} \dot{E}_i \quad (2.6)$$

比較(2.5)式和(2.6)式可得：

$$(T_{ij} - \frac{\partial H}{\partial S_{ij}}) \dot{S}_{ij} - (D_i + \frac{\partial H}{\partial E_i}) \dot{E}_i = 0 \quad (2.7)$$

因(2.7)式中應變與電場並無時間效應，對時間微分後必為任意常數，

故可得應力 T 和電位移 D 與電焓密度間的關係式如(2.8)和(2.9)式。

$$T_{ij} = \frac{\partial H}{\partial S_{ij}} \quad (2.8)$$

$$D_i = - \frac{\partial H}{\partial E_i} \quad (2.9)$$

根據上述對壓電材料的線性假設，可將電焓密度用二次式表示：

$$H = \frac{1}{2} c_{ijkl}^E S_{ij} S_{kl} - e_{kij} E_k S_{ij} - \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}^S E_i E_j \quad (2.10)$$

再將方程式(2.10)代入(2.8)式和(2.9)式可得到一組壓電組成律的組成

關係式如(2.11 a,b)式，此為分析常用的 e-form 形式。

$$\text{e-form} \quad \begin{cases} T_p = c_{pq}^E S_q - e_{kp} E_k \\ D_i = e_{iq} S_q + \varepsilon_{ik}^S E_k \end{cases} \quad (2.11 \text{ a,b})$$

其中依據 IEEE Standard 之標準來定義下標符號 i, j, k, l 表示不同

方向的變數，更可簡化成 p, q 的系統，其對應關係如表 3 所示：

表 3 IEEE 標準下標符號對應表

ij 或 kl	pq
11	1
22	2
33	3
23 或 32	4
31 或 13	5
12 或 21	6

由(2.11 a,b)式了解到因需要而選擇之自變數及應變數不同，所推導出壓電材料物性方程式也會不同，不同應變數還可寫成另外三種形式如下：

$$\text{d-form} \quad \begin{cases} S_p = s_{pq}^E T_q + d_{kp} E_k \\ D_i = d_{iq} T_q + \varepsilon_{ik}^T E_k \end{cases} \quad (2.12 \text{ a,b})$$

$$\text{h-form} \quad \begin{cases} T_p = c_{pq}^D S_q + h_{kp} D_k \\ E_i = -h_{iq} S_q + \beta_{ik}^S D_k \end{cases} \quad (2.13 \text{ a,b})$$

$$\text{g-form} \quad \begin{cases} S_p = s_{pq}^D T_q + g_{kp} D_k \\ E_i = -g_{iq} T_q + \beta_{ik}^T D_k \end{cases} \quad (2.14 \text{ a,b})$$

在壓電組成律中符號所代表之物理意義整理列出於表 4。

表 4 壓電材料各物理量與壓電常數關係圖

T_p	應力(Stress)
S_p	應變(Strain)
E_k	電場(Electric field)
D_k	電位移(Electric displacement)
ϵ_{ki}	介電常數矩陣(Impermittivity constant matrix)
β_{ki}	反介電常數矩陣(Dielectric or permittivity constant matrix)
c_{pq}	彈性勁度矩陣(Elastic stiffness matrix)
s_{pq}	彈性柔度矩陣(Elastic compliance matrix)
h_{kp}	壓電應力/電壓常數(Piezoelectric stress/voltage constant)
g_{kp}	壓電應變/電壓常數(Piezoelectric strain/voltage constant)
e_{kp}	壓電應力/電荷常數(Piezoelectric stress/charge constant)
d_{kp}	壓電應變/電荷常數(Piezoelectric strain/charge constant)

從方程式(2.11 a,b)到方程式(2.14 a,b)均可用來描述壓電材料的行為，同樣的，壓電材料在力學和電學上的耦合也可從方程式中得到證明。因此欲選擇哪些壓電組成方程式則需先了解該系統在力學上的假設和電學上的邊界條件，透過系統輸出入的物理量或者是致動器和感測器的應用來判定適合的壓電組成方程式。舉例來說，致動方程式可代

表驅動電路而感測方程式為介面電路。當壓電材料用於致動器時如方程式(2.11 a)和(2.12 a)，方程式中電學項代表其阻抗相對較大，因此在等效電路中可等效為受電壓源驅動，(2.13 a)式和(2.14 a)式則相反，等效電路可等效為受電流源驅動。其適用條件如表 5 所示。

表 5 壓電組成律之適用條件

力學條件	適用組成律公式	電學條件
平面應變	$\begin{cases} T_p = c_{pq}^E S_q - e_{kp} E_k \\ D_i = e_{iq} S_q + \varepsilon_{ik}^S E_k \end{cases}$	致動器：受電壓源驅動
		感測器：電流源
平面應力	$\begin{cases} S_p = s_{pq}^E T_q + d_{kp} E_k \\ D_i = d_{iq} T_q + \varepsilon_{ik}^T E_k \end{cases}$	致動器：受電壓源驅動
		感測器：電流源
平面應變	$\begin{cases} T_p = c_{pq}^D S_q + h_{kp} D_k \\ E_i = -h_{iq} S_q + \beta_{ik}^S D_k \end{cases}$	致動器：受電流源驅動
		感測器：電壓源
平面應力	$\begin{cases} S_p = s_{pq}^D T_q + g_{kp} D_k \\ E_i = -g_{iq} T_q + \beta_{ik}^T D_k \end{cases}$	致動器：受電流源驅動
		感測器：電壓源

2.4 壓電機電耦合係數

前述提到壓電材料都存在著正壓電效應或是逆壓電效應之特性，然而，正壓電效應的轉換效率即是當機械能儲存於壓電材料中

時轉換至電能的能力，轉換效率的優劣常以機電耦合係數 (electro-mechanical coupling coefficient) 的值作為判斷的依據。因此在推導機電耦合係數前須先計算儲存於壓電材料中的內能，假設壓電材料為一個線性系統則儲存於壓電中的內能 U 可表示為：

$$U = \frac{1}{2}(S_p T_p + D_k E_k) \quad (2.15)$$

將 d-form 之壓電組成律如(2.12 a,b)式代入可得：

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} T_p s_{pq}^E T_q + \left(\frac{1}{2} T_p d_{pk} E_k + \frac{1}{2} E_k d_{kp} T_p \right) + \frac{1}{2} E_k \varepsilon_{ki}^T E_i \\ &= U_e + 2U_m + U_d \end{aligned} \quad (2.16)$$

其中 U_e 為彈性能(elastic energy)， U_m 為共通能量(mutual energy)和 U_d 為介電能量(dielectric energy)；此定義機電耦合係數 k 如(2.17)式：

$$k = \frac{U_m}{\sqrt{U_e U_d}} \quad (2.17)$$

由於(2.17)式實驗上難以求得，因此改以用 Mason 公式來表示壓電材料之機電耦合係數[11]，如(2.18)式表示之。機電耦合係數的平方代表的物理意義為輸入能量和能量經轉換後所儲存的能量比值。對於感測器來說即是機械能轉換到電能的百分比，而由電能轉換至機械能的比值為致動器的表現方式。

$$k^2 = \frac{\omega_a^2 - \omega_r^2}{\omega_a^2} \quad (2.18)$$

其中 ω_a 為壓電的反共振頻率而 ω_r 為壓電的共振頻率。

2.5 壓電等效電路

各界不斷的研究壓電材料，不管是做為感測器或是制動器，都需要一個適用的等效電路來表示壓電材料在機械能和電能間的耦合。如圖 6 中了解到變壓器在一次側和二次側的線圈比可視為壓電材料在力學能和電學能間的轉換比例，一次側 RLC 共振可以模擬成力學上的振動，也代表著能量的損耗，被動元件 L_m 、 C_m 和 R_m 分別為等效質量(mass)、等效短路韌度(elastic compliance)和等效阻尼(mechanical damping)經逆壓電效應後轉換所得相對應的電能值，而 C_p 為壓電材料在共振頻率下且無形變的電容值[12]。圖中變壓器之線圈比稱 α 為力學因子(force factor)，單位為(N/V)。同樣的壓電材料雖有相同的等效電路，等效被動元件必隨著不同的振動模態或是不同的極化方向而有不同的等效值，力學因子當然也跟著改變。

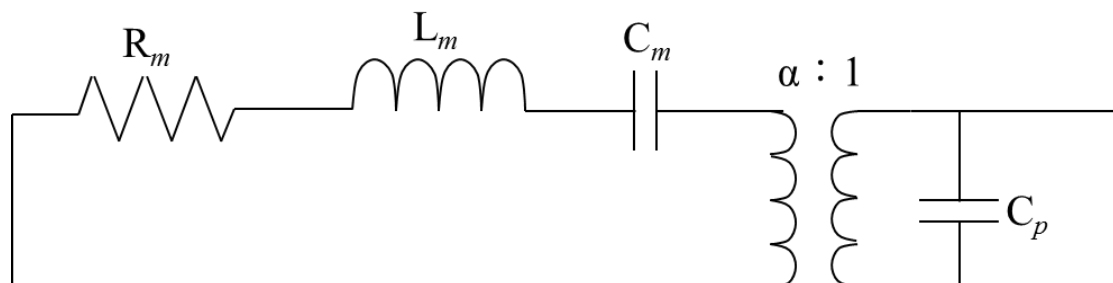


圖 6 具力學因子之壓電等效電路

Van Dyke 提出一較為簡化之壓電等效電路如圖 7 來表達壓電共振器 (piezoelectric resonator)[12]，本論文中的電路分析將採 Van Dyke 等效電路進行分析。

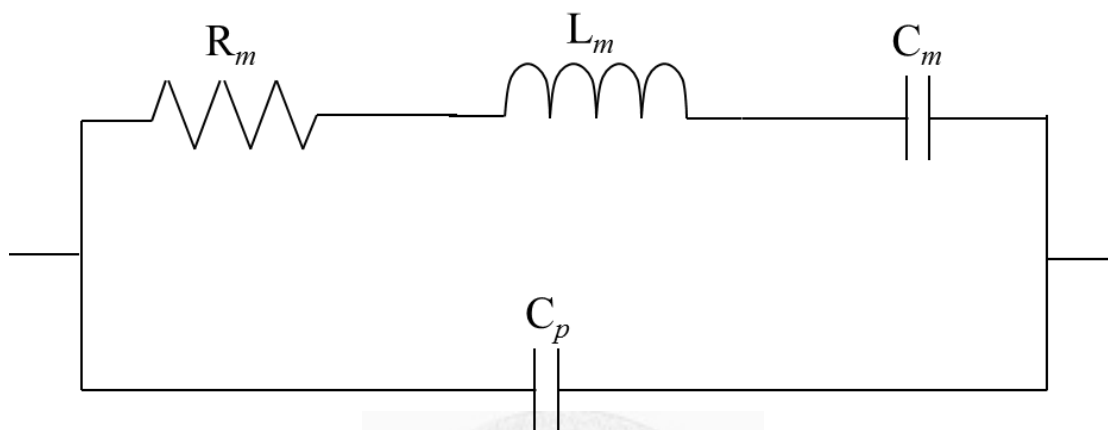


圖 7 Van Dyke 壓電等效電路

多數壓電材料的應用皆操作在特定頻率上，所以 RLC 寄生共振串的效應可忽略，又壓電結構的振動行為非常穩定且對溫度反應不明顯，達到安全性高、易控制等優點，因此當壓電結構的操作頻率接近於共振頻率，此時壓電結構內的電偶極能量損失很低， R_p 也可以忽略，則等效電路可再簡化為一個電壓源串聯靜態電容，如圖 8(a)，或如圖 8(b) 為一個電流源並聯靜態電容。兩種穩態的等效電路可以戴維寧定理 (Thevenin theorem) 和諾頓定理 (Norton theorem) 來分析，根據戴維寧定理知當輸入阻抗很小時，壓電材料適合以電壓源表示，如圖 8(a) 示之；反之，從諾頓定理知當輸入阻抗很大時，壓電材料即適合以電流源表示如圖 8(b)。

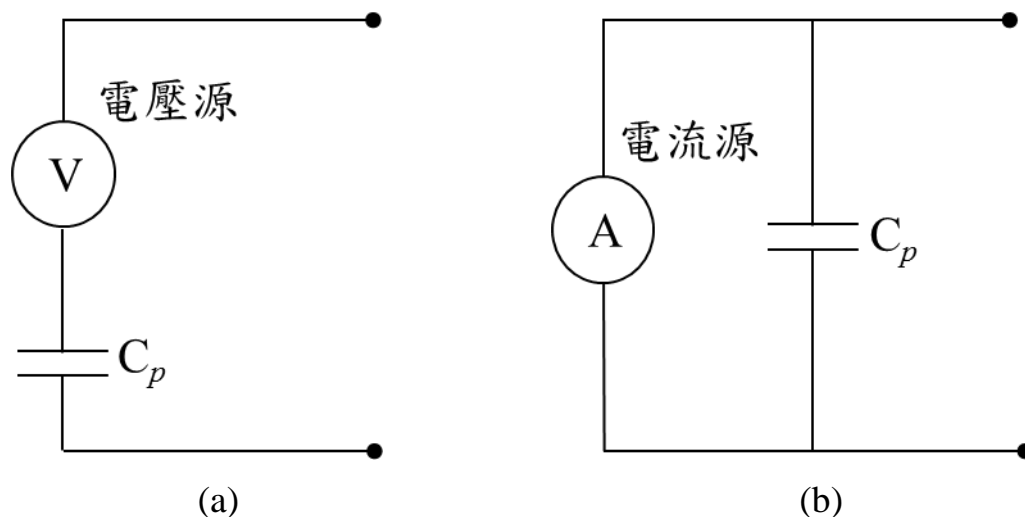


圖 8 穩態壓電等效電路；(a)以電壓源簡化之(b)以電流源簡化之



第3章 壓電能量擷取器結合電磁式驅動控制設計

3.1 壓電式能量擷取器之一維力電等效模型

Van Dyke 提出了較簡化之壓電等效電路，RLC 共振串是模擬力學振動上的控制方程式而得來的[13]，圖 9 為壓電能量擷取器在結

構控制上的力學振動模型，亦可視為壓電結構之一維力電轉換等效模型。

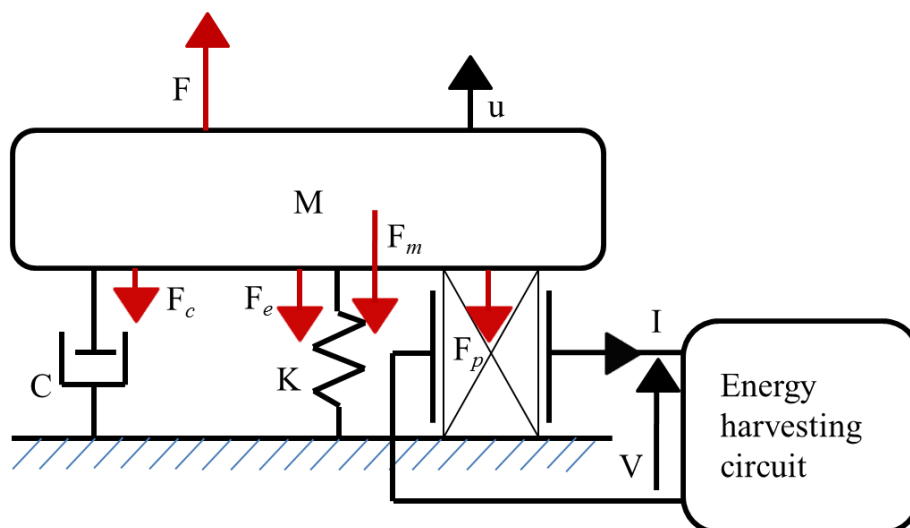


圖 9 壓電能量擷取器之一維力電轉換等效模型

從圖 9 中可看出此系統結構共受到外力 F 、系統重力 F_m 、系統阻尼力 F_c 、壓電結構受力 F_p 和結構彈性力 F_e 共五種力。其中，系統阻尼 F_c 包含空氣阻力和結構阻尼力，但空氣阻力在此系統中遠小於結構阻尼力，因此空氣阻力可忽略不計。壓電結構受力 F_p 分別為壓電材料彈性力 $K_p u$ 和力電轉換後產生的力 αV ，如方程式(3.1)與圖 10 所示。

$$F_p = K_p u + \alpha V \quad (3.1)$$

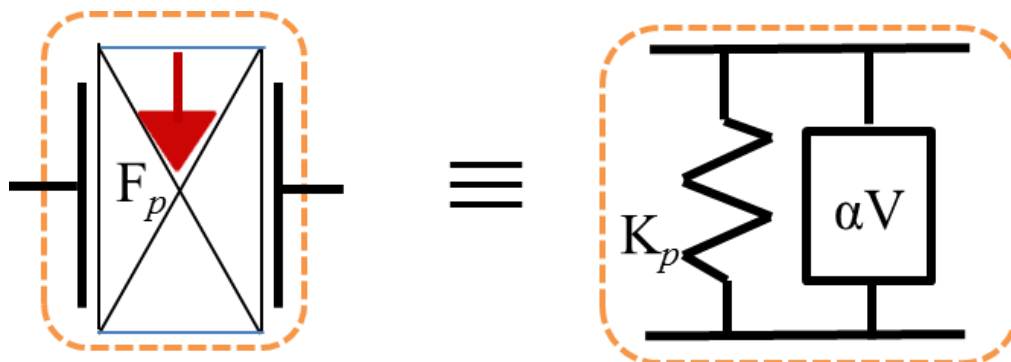


圖 10 壓電結構力電轉換等效模型

而系統彈性力則為結構彈性力 Ku 與壓電材料彈性力 $K_p u$ 之和，因此，彈性勁度 K_E 在壓電結構處於閉迴路系統中可以方程式(3.2)表示：

$$K_E = K + K_p \quad (3.2)$$

然而，機電耦合係數 k^2 可由壓電材料的選定後推導如(3.3)式：

$$\begin{aligned} k^2 &= \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E \epsilon_{33}^T} = \frac{e_{33}^2}{c_{33}^E \epsilon_{33}^S + e_{33}^2} \\ &= \frac{\alpha^2}{K_E C_0 + \alpha^2} = \frac{\alpha^2}{K_D C_0} \end{aligned} \quad (3.3)$$

其中 c_{33}^E 和 ϵ_{33}^T 為壓電材料在閉迴路系統中之彈性勁度及介電係數，(2.18)式不同於(3.3)式的是前者是壓電材料包含分流阻抗電路之動態定義而後者為壓電材料本身之機電耦合係數[2]。而壓電材料之面積 A 與厚度 L 設計完成後，則 K_E 、 C_0 和 α 可導出如(3.4)式：

$$K_E = \frac{c_{33}^E A}{L}, \quad C_0 = \frac{\epsilon_{33}^E A}{L}, \quad \alpha = \frac{e_{33} A}{L} \quad (3.4)$$

最後從方程式(3.3)中也可導出壓電結構於開迴路系統中之彈性勁度 K_D [14]，如(3.5)式。

$$K_D = \frac{K_E}{1 - k^2} \quad (3.5)$$

3.2 壓電式能量擷取器之理論分析

懸臂樑(cantilever beam)之架構示意圖如圖 11，將懸臂樑固定於夾具上，其固定端黏貼壓電片。其中，黏貼於懸臂樑上的壓電片極化方向均與樑垂直，其耦合方向為 k_{31} ，懸臂樑是系統中的地，因此上下壓電片的地與樑相同。

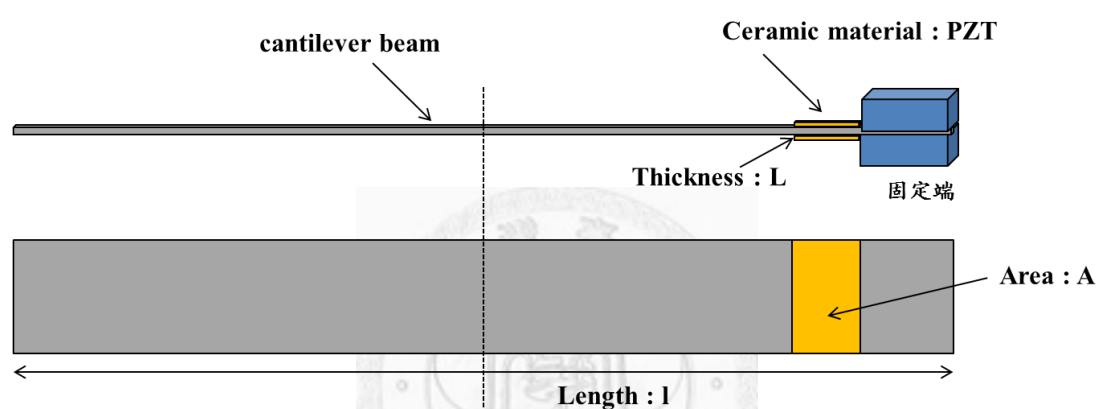


圖 11 懸臂樑架構示意圖

藉由力電等效模型圖 10 可透過力平衡列出方程式(3.6)，又如 2.5 節提到當此系統操作於共振頻率上，此時壓電結構內的電偶極能量損失很低， R_p 也可忽略，然則等效電路可簡化為一電流源並聯靜態電容如圖 12，穩態電流源可模擬成機械速度 $\alpha \dot{u}$ 。

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + K_E u(t) + \alpha V(t) = F(t) \quad (3.6)$$

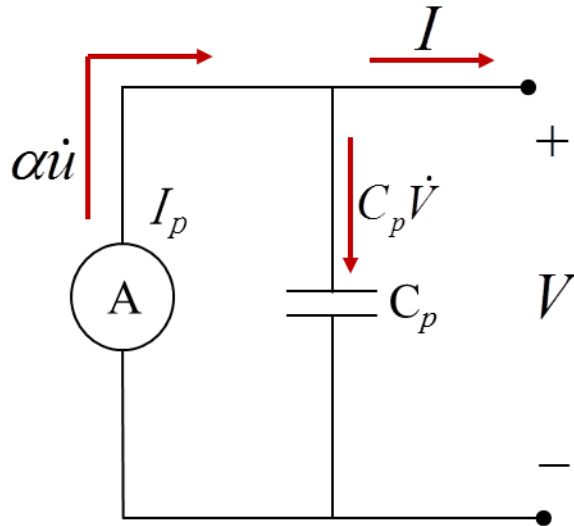


圖 12 穩態壓電等效電路於 Kirchhoff's current law

根據 Kirchhoff's current law(KCL)可列出方程式(3.7),最後整個系統的運動控制方程式即由(3.6)式和(3.7)式來表示。

$$I(t) = \alpha \dot{u}(t) - C_p \dot{V}(t) \quad (3.7)$$

一個獨立系統的總能量保持不變稱之為能量守恆,系統在運動過程中屬穩態操作,壓電結構內部的能量損失很低,可先忽略熱能的耗散不計,因此由力平衡方程式(3.6)可推導出系統能量守恆方程式,即對(3.6)式同乘以 \dot{u} 後對時間 t 積分即可得方程式:

$$\int F(t)\dot{u}(t)dt = \int M\ddot{u}(t)\dot{u}(t)dt + \int K_E u(t)\dot{u}(t)dt + \int C\dot{u}^2(t)dt + \int \alpha V(t)\dot{u}(t)dt \quad (3.8)$$

積分運算後可得簡化之方程式(3.9),其動能與系統彈力能之運算過程請詳見附錄一。

$$\int F(t)\dot{u}(t)dt = \frac{1}{2}M\dot{u}^2(t) + \frac{1}{2}K_E u^2(t) + \int C\dot{u}^2(t)dt + \int \alpha V(t)\dot{u}(t)dt \quad (3.9)$$

其中，表 6 將更清楚描述(3.8)式中不同項所代表的物理意義：

表 6 壓電能量平衡方程式之各項物理意義對照表

數學積分式	物理意義
$\int F(t)\dot{u}(t)dt$	外力(Provided energy)
$\frac{1}{2}M\dot{u}^2(t)$	動能(Kinetic energy)
$\frac{1}{2}K_E u^2(t)$	系統彈力能(Potential elastic energy)
$\int C\dot{u}^2(t)dt$	機械損耗(Mechanical losses)
$\int \alpha V(t)\dot{u}(t)dt$	力場轉換至電場之能量 (Transferred energy)

然而對 $t_i \sim t_f$ 共半個週期的時間範圍將能量方程式做積分運算，假設懸臂樑自由端振動由位移最低點至最高點的線性簡諧運動，時間點 t_i 和 t_f 剛好為簡諧運動之速度為零、位移量最大，因此在能量方程式對 $t_i \sim t_f$ 積分運算中動能為零、系統彈力能的改變量為零。最後我們可將能量方程式(3.9)簡化為外力供給為系統力電場之轉換能量與機械損失之和如(3.10)式。

$$\int F(t)\dot{u}(t)dt = \int C\dot{u}^2(t)dt + \int \alpha V(t)\dot{u}(t)dt \quad (3.10)$$

3.3 電磁式驅動原理

目前最佳的能量轉換機制分別為壓電、靜電和電磁三種，論文 3.2 節中討論到壓電能量轉換機制，然而，壓電材料因環境作用力而產生應變，對於中性軸不對稱的壓電材料而言，為了維持材料內電中性於兩極產生與極化電偶相反的電荷，因此產生了電訊號。在結構受力而產生物體運動狀態的改變之下，物體位移或速度訊號為了得到最充分的利用，根據法拉第電磁感應定律，在一線圈內，若其磁場與線圈之間有相對性的變化，而使單位時間內磁通量的變化，則於線圈兩端產生感應電動勢或感應電流的現象。感應電動勢之極性定義為抵制線圈磁通量變化即為冷次定律，當磁場磁力線欲進入線圈，則線圈便會感應一電動勢以產生應電流，而此應電流所產生之磁力線為阻止線圈內磁通量增加；反之當磁場離開線圈，則產生之磁力線為阻止線圈內磁通量減少。

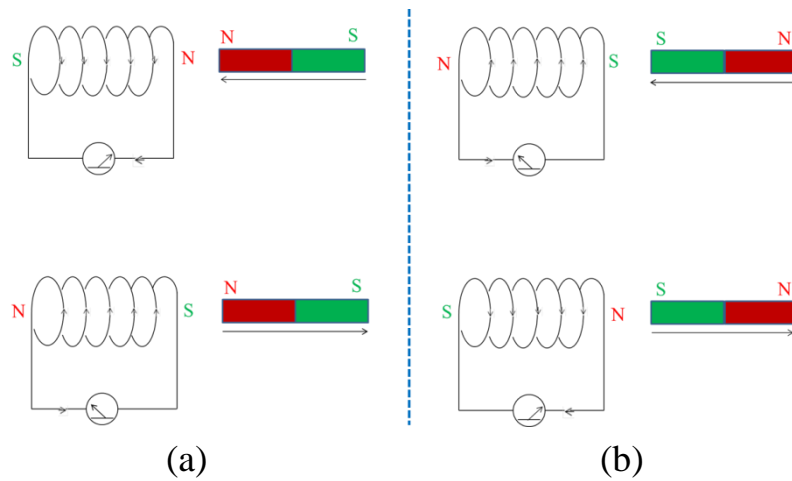


圖 13 冷次定律

將法拉第電磁感應定律和冷次定律合併即可決定線圈之感應電動勢大小及極性如方程式(3.11)所示。而一個面積 S 且與磁場方向垂直的平面，而磁場強度 B 與面積 S 的內積叫做穿過這平面的磁通量如(3.12)式表示。

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (3.11)$$

$$\phi = B \cdot S \quad (3.12)$$

第4章 自供電系統電路及開關控制電路設計

壓電材料具有將環境振動產生的力學能轉換成電能之特性，且轉換效率高、對溫度敏感度低等優點，學者開始著眼於如何將轉換之電能有效的儲存，設計後端電路的種類如第一章提到標準能量擷取電路和同步切換擷取電路兩種，以下針對本論文所提出後端電路之理論分析。

4.1 標準儲能電路之理論分析

透過上章對壓電材料的介紹，了解壓電材料操作頻率接近於特定頻率時，此時的壓電結構處於靜平衡狀態，流過壓電結構之機械電流為穩定弦波，等效電路可簡化為一個電流源對壓電電容充放電，如圖 12，而後端電路以橋式整流將訊號由 ac 轉為直流的 dc 訊號並儲存於大電容中，此種最基本的儲存電能的方式稱為標準儲能電路，如圖 14。

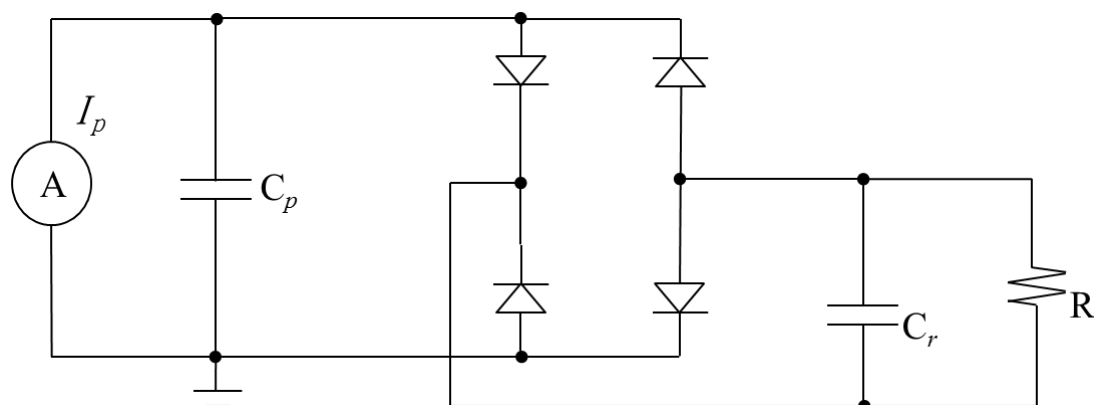


圖 14 標準儲能電路

根據標準儲能電路中必遵守電量守恆，論文將針對圖 12 推導出來的電流方程式(3.7)對時間積分運算，積分時間從 $t_i \sim t_f$ ，恰為半週期的時間如(4.1)式。

$$t_f - t_i = \frac{T}{2} \quad (4.1)$$

當時間為 t_i 時，位移量 u_i 為懸臂樑自由端擺動至最低點($-u_m$)，壓電電容 C_0 及儲存電容 C_r 的電壓因視橋式整流之二極體為理想被動元件，二極體的導通電壓可忽略不計，故其電壓近乎相等，約為($-V_{cc}$)；反之，當時間為 t_f 時，懸臂樑自由端擺動到最高點，位移量為(u_m)，儲存電容電壓為(V_{cc})。 (3.7)式經過積分運算可得以下三條方程式[15]：

$$\int_{t_i}^{t_f} \alpha i(t) dt = 2\alpha u_m \quad (4.2)$$

$$\int_{t_i}^{t_f} C_p \dot{V}(t) dt = 2C_p V_{cc} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \int_{t_i}^{t_f} I(t) dt &= \int_{t_i}^{t_f} C_r \dot{V}(t) dt + \frac{V_{cc}}{R} \cdot \frac{T}{2} \\ &= \frac{\pi V_{cc}}{R\omega} \end{aligned} \quad (4.4)$$

其中在穩態操作下，平均電流使累積在儲存電容 C_r 的電量為零，如(4.5)式：

$$\int_{t_i}^{t_f} C_r \dot{V}(t) dt = 0 \quad (3.15)$$

整理後可計算出儲存電容電壓 V_{cc} 及平均功率 P 。

$$\begin{aligned} V_{cc} &= \frac{2\alpha R \omega}{2RC_p \omega + \pi} u_m \\ &= \frac{2\alpha R}{2RC_p \omega + \pi} \cdot \frac{F_m}{C} \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$P = \frac{\alpha^2 R}{(C_p R \omega + \pi/2)^2} \cdot \frac{F_m^2}{C^2} \quad (4.7)$$

最大輸出功率 P_{MAX} 也是我們探討的重點，在此將 $P(R)$ 對負載 R 偏微分等於零做極值的運算可得最佳負載阻抗 R_{opt} 如方程式(4.8)。

$$R_{opt} = \frac{\pi}{2\omega C_p} \quad (4.8)$$

將(4.8)式代入(4.7)式即可得最大輸出功率如方程式(4.9)。

$$P_{MAX} = \frac{\alpha^2}{2\pi C_p \omega} \cdot \frac{F_m^2}{C^2} \quad (4.9)$$

由(3.7)式中可知對方程式同乘以 $V(t)$ 並做半週期的積分運算即可得標準儲能電路之能量守恆方程式(4.10)，

$$\int_{t_i}^{t_f} \alpha V(t) \dot{u}(t) dt = \int_{t_i}^{t_f} C_p V(t) \dot{V}(t) dt + \int_{t_i}^{t_f} V(t) I(t) dt \quad (4.10)$$

然而將(4.10)式代入(3.10)式中運算可得最大位移量 u_m ，另外，外力及機械損耗之運算過程請詳見附錄一。

$$u_m = \frac{F_m}{C\omega + [2\alpha^2 R\omega / (RC_p\omega + \frac{\pi}{2})^2]} \quad (4.11)$$

4.2 電感式同步切換電路之理論分析

利用一組開關元件與壓電材料並聯為同步切換控制電路的最主要設計。此設計之基本概念為當壓電電壓或位移訊號的極值出現時開關進行切換。開關(SW)將串接外加電感(L_s)和壓電本身的靜態電容(C_p)形成一個共振電路，當開關關上(ON)時，其外加電感和壓電靜態電容就會產生共振，開關一直關上(ON)至電壓訊號反轉後才又打開(OFF)，此電路被稱之為電感式同步切換阻尼系統(Synchronized Switch Damping on Inductor, SSDI)，如圖 15。

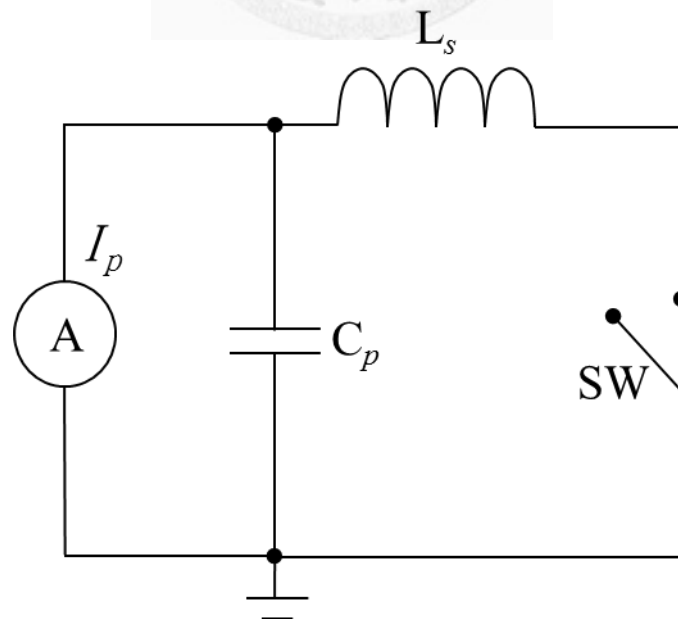


圖 15 SSDI 電路示意圖

對於 SSDI 在開關關上(ON)時，外加電感和壓電靜態電容產生 LC 共振。判別開關關上(ON)的時機為壓電電壓訊號的極值出現，然而開關(ON)維持多久則視壓電電壓訊號反轉後，開關才會再次打開(OFF)。圖 16 看到電壓反轉訊號為電感-電容共振週期 T_{lc} 的一半時會有最佳的切換效果如方程式(4.12)，而 t_d 即為開關關上(ON)的時間和電感-電容之共振頻率為 ω_0 如(4.13)式[16]。

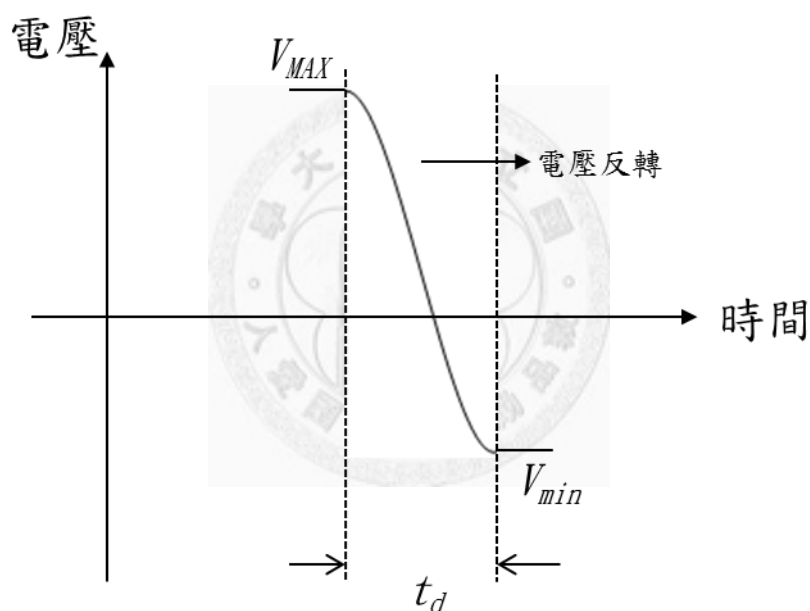


圖 16 開關(ON)時間與電感-電容共振訊號關係圖

$$t_d = \frac{T_{lc}}{2} = \pi \sqrt{L_s C_p} \quad (4.12)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_s C_p}} \quad (4.13)$$

在切換開關系統中，會有部分儲存在壓電靜態電容內的能量消散，其源自於開關元件之場效電晶體、電感等都會造成損耗，如此一來，開關的切換使得電感-電容共振產生之電壓反轉並非理想，電品質因子(electrical quality factor, Q_I)來模擬開關切換所造成電壓反轉時非為垂直瞬間變化之非線性現象。電壓反轉中最大電壓 V_{MAX} 和最小電壓 V_{min} 之間可以新定義之反轉係數(inversion coefficient, γ)來表示其關係如方程式(4.14)，另外，(4.15)式則表示反轉係數 γ 和電品質因子 Q_I 間的關係[17]。

$$|V_{min}| = \gamma |V_{MAX}| \quad (4.14)$$

$$\gamma = e^{-\pi/2Q_I} \quad (4.15)$$

將 SSDI 的開關切換訊號和壓電電壓波形變化做一段時間的比對說明如圖 17。

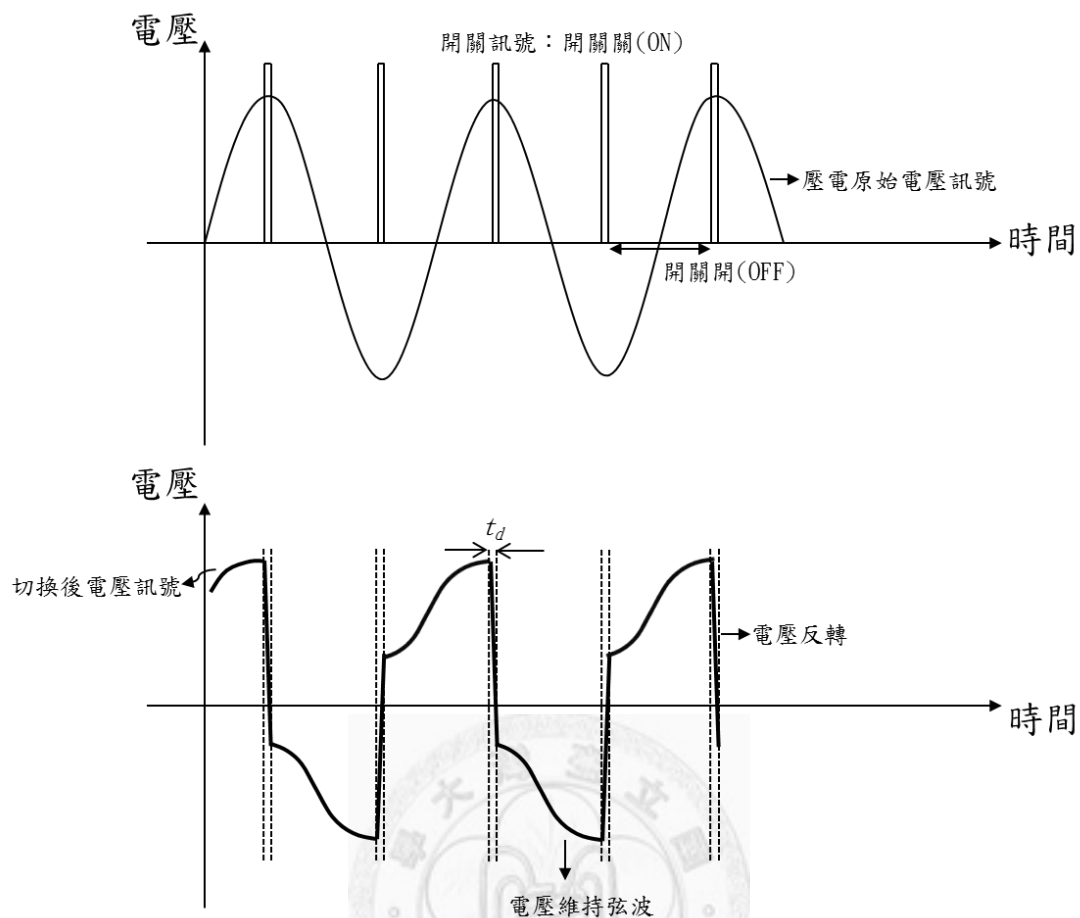


圖 17 SSDI 的開關切換訊號和壓電電壓波形變化示意圖

利用 SSDI 的方法，本論文探討的是阻抗匹配後能取出多少能量，在 SSDI 電路中接上一等效負載阻抗 R 如圖 18，了解到當負載阻抗匹配後輸出功率會最大，此視為可擷取之最大能量。圖 18 之電路即稱為電感式同步切換能量擷取系統(Synchronized Switch Harvesting on Inductor，SSHI)。

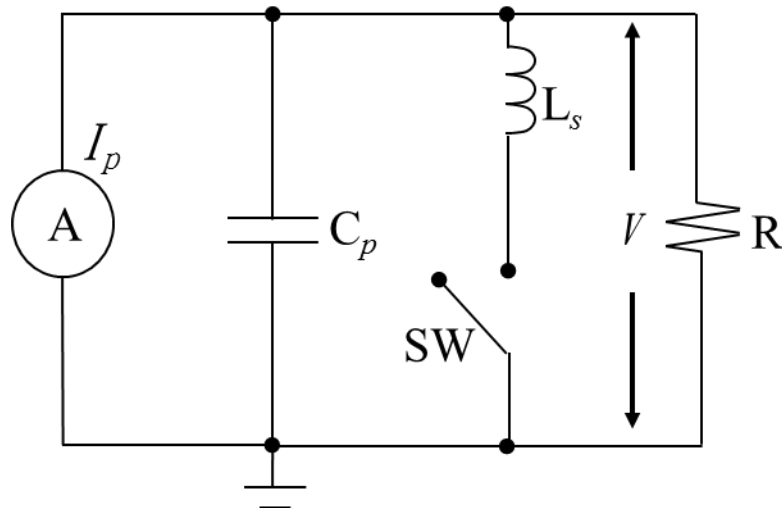


圖 18 SSHI Technique(AC)電路示意圖

圖 18 之電路圖同樣以方程式(3.7)來表示，其中 $I(t)$ 為 $V(t)/R$ 如(4.16)式並帶入(3.7)式可導出壓電電壓訊號於同步切換後之波形函數。

$$I(t) = \frac{V(t)}{R} \quad (4.16)$$

首先，由 SSHI 壓電電壓與位移波形圖如圖 19 中可假設 $u(t)$ 和電壓反轉前後電壓關係式為方程式(4.17)和(4.18)，並將此兩式與(4.16)式代入方程式(3.7)。

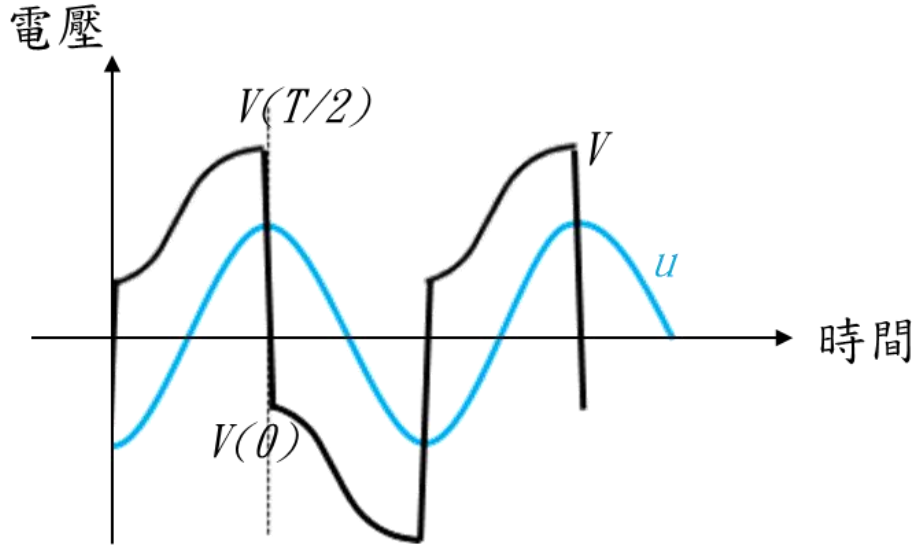


圖 19 SSHI 壓電電壓與位移波形圖

$$u(t) = -u_m \cos(\omega t) \quad (4.17)$$

$$V(0) = V\left(\frac{T}{2}\right) e^{-\frac{\pi}{2Q_l}} \quad (4.18)$$

壓電電壓波形函數如(4.19)式，而推導過程詳見附錄二。

$$V(t) = \frac{\alpha R^2 C_p \omega^2 u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2} \cdot \frac{1 + e^{\frac{\pi}{2Q_l}}}{e^{\frac{\pi}{2Q_l}} - e^{-\frac{\pi}{RC_p \omega}}} e^{-\frac{t}{RC_p}} - \frac{\alpha R \omega u_m}{\sqrt{1 + (RC_p \omega)^2}} \cos\left(\omega t + \tan^{-1} \frac{1}{RC_p \omega}\right) \quad (4.19)$$

當開關(ON)時，電壓反轉電壓為 $V(0)$ 及 $V(T/2)$ ，可藉由儲存於壓電電容內的能量差計算出因開關切換所帶來的損失[14]，如(4.20)式示之。

$$E_{ls} = \frac{1}{2} C_p V^2\left(\frac{T}{2}\right) - \frac{1}{2} C_p V^2(0) = \frac{1}{2} C_p V^2\left(\frac{T}{2}\right) (1 - e^{-\frac{\pi}{Q_l}}) \quad (4.20)$$

因此能量平衡方程式隨即以(4.21)式列出，並從表 7 說明各項代表之物理意義：

$$\int F(t)\dot{u}(t)dt = \int C\dot{u}^2(t)dt + \frac{1}{2}C_p V\left(\frac{T}{2}\right)^2\left(1 - e^{-\frac{\pi}{Q_l}}\right) + \int \frac{V^2(t)}{R} dt \quad (4.21)$$

表 7 壓電能量平衡方程式於 SSHI 之各項物理意義對照表

數學積分式	物理意義
$\int F(t)\dot{u}(t)dt$	外力(Provided energy)
$\int C\dot{u}^2(t)dt$	機械損耗(Mechanical losses)
$\frac{1}{2}C_p V\left(\frac{T}{2}\right)^2\left(1 - e^{-\frac{\pi}{Q_l}}\right)$	切換損失(Switching losses)
$\int \frac{V^2(t)}{R} dt$	擷取能量(Harvesting energy)

上述 SSHI-AC 電路為接上一負載阻抗的分流電路而計算其壓電材料透過開關的切換後消耗的能量，當輸出負載阻抗與系統電路之阻抗相匹配會有最大功率的輸出，且可獲得最佳阻抗值。但是本論文追求之目標為如何將能量儲存下來以致更多更廣泛的應用，因而 SSHI-DC 的儲能電路則以儲存電容取代耗能的被動元件，並於 SSHI 電路與負載端之間連接一橋式整流對交流轉換成直流訊號(AC-DC)以利後端

的儲存，SSHI-DC 電路如圖 20 所示，另外，SSHI-DC 電路之壓電電壓切換與位移波形圖如圖 21。

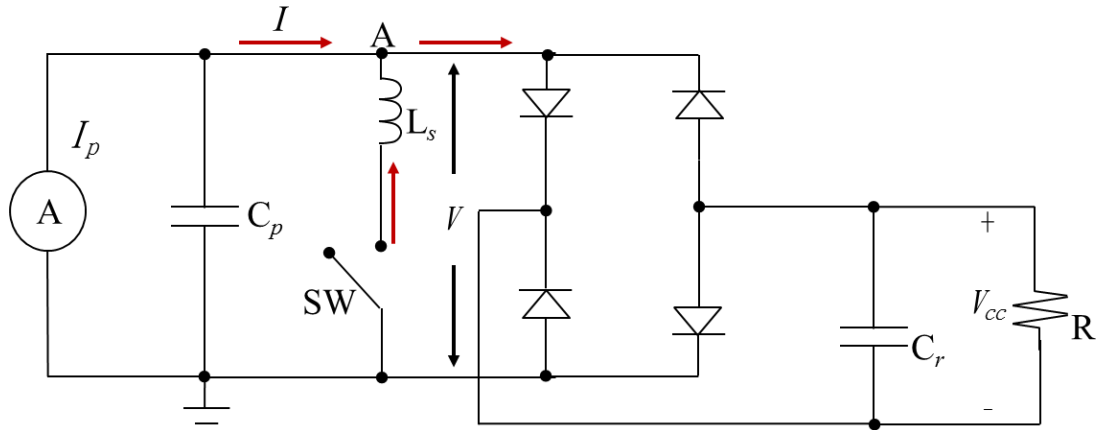


圖 20 SSHI-DC 儲能電路示意圖

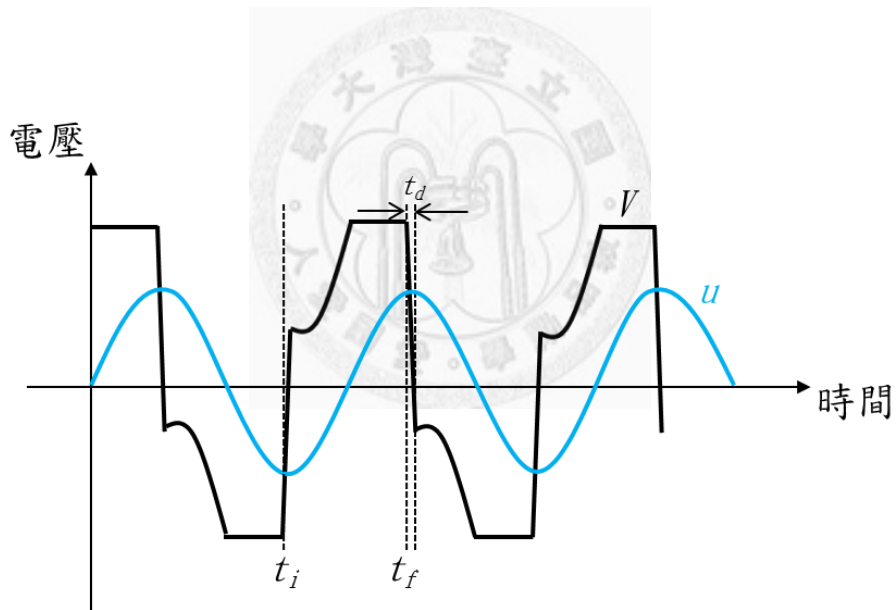


圖 21 SSHI-DC 壓電電壓與位移波形圖

從圖 20 中可看出此電路必遵守電量守恆，由電流流進、流出點 A 可將電流項對時間為半周期做積分運算列出此電荷方程式如(4.22)式，

$$\int_{t_i}^{t_f} I(t)dt + \int_{t_i}^{(t_i+t_d)} i_s(t)dt = \frac{V_{cc}}{R} \cdot \frac{T}{2} \quad (4.22)$$

其中 i_s 項為開關切換瞬間電容-電感共振產生之電荷，此項幾乎可等效為壓電靜態電容於半周期時間內累積之電荷；

當 $t=t_i$ 時，則

$$V = -V_{cc}$$

當 $t=t_f$ 時，則

$$V = V_{cc} e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}$$

推導如方程式(4.23)所示，

$$\begin{aligned} \int_{t_i}^{(t_i+t_d)} i_s(t) dt &= \int_{t_i}^{t_f} C_p \dot{V}(t) dt \\ &= C_p V_{cc} (1 + e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}) \end{aligned} \quad (4.23)$$

最後將(3.7)式和(4.23)是代入方程式(4.22)可推導出儲存電容電壓

V_{cc} ，

$$\begin{aligned} V_{cc} &= \frac{2\alpha R \omega}{RC_p \omega (1 - e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}) + \pi} \cdot u_m \\ &= \frac{2\alpha R}{RC_p \omega (1 - e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}) + \pi} \cdot \frac{F_m}{C} \end{aligned} \quad (4.24)$$

將(4.24)式代入輸出功率之公式及對阻抗 R 偏微分則可得最佳阻抗值

R_{opt} 如(4.25)式及(4.26)式，最大輸出功率 P_{MAX} 也隨之被推導出於(4.27)

式。

$$P = \frac{4\alpha^2 R}{[RC_p \omega (1 - e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}) + \pi]^2} \cdot \frac{F_m^2}{C^2} \quad (4.25)$$

$$R_{opt} = \frac{\pi}{C_p (1 - e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}) \omega} \quad (4.26)$$

$$P_{MAX} = \frac{\alpha}{\pi C_p (1 - e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}) \omega} \cdot \frac{F_m^2}{C^2} \quad (4.27)$$

在 SSHI-DC 儲能電路中仍可導出其能量方程式並將(4.24)式代入計算出最大位移量 u_m 。

$$\int F(t) \dot{u}(t) dt = \int C \dot{u}^2(t) dt + \frac{1}{2} C_p V_{cc}^2 (1 - e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}) + \frac{V_{cc}^2}{R} \cdot \frac{T}{2} \quad (4.28)$$

$$u_m = \frac{F_m}{C\omega + \frac{4R\omega\alpha^2}{\pi} \left\{ RC_p (1 - e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}) \omega + 2\pi \right\} / [RC_p (1 - e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}) \omega + \pi]^2} \quad (4.29)$$

4.3 開關控制訊號電路之設計及理論分析

從上述能量擷取電路的設計中介紹到電感式同步切換能量擷取電路，本實驗中此電路乃利用一對金屬氧化物半導體場效電晶體作為切換開關的應用，於壓電電壓訊號的極值出現時開關切換。開關的行為模式來自於外界提供高低電位的數位方波訊號至開關閘極(Gate)，

以 N-MOSFET 為例，當高電位訊號進入閘極與源極(Source)間形成偏壓，由於閘極的結構像是電容，閘極的金屬導體會累積正電荷，而氧化物絕緣層的另外一邊會吸引等量的負電荷，但負電荷(導電電子)在很短的時間內被 P 型基板中的多數載體電洞結合了，如此 P 型基板內形成帶負電的空乏區，若閘極電壓持續增加而到達一特定的臨界電壓(threshold voltage, V_t)，則氧化物層和 P 型基板的介面開始出現導電空乏區內導電電子濃度愈高，因此導電的通道形成，使得汲極(Drain)與源極(Source)間電阻變小形同通路；又當低電位訊號進入閘極，N-MOSFET 進入截止區，汲極與源極間形成斷路，如此方波訊號即控制電晶體開關(ON-OFF)。

方波控制訊號的產生僅能從外部的來源獲得，本論文則探討如何從系統內部就取得訊號來控制開關的作動，再則一時間連續的系統中無法直接量測到方波訊號，然而，尋找由弦波轉換成方波訊號的電路在本論文中顯得重要。

最直接且簡易的方式為將運算放大器以正回授組態連接形成震盪訊號的結果，史密特觸發器乃以正端與負端輸入訊號源的電壓比較而觸發引起輸出訊號的改變，電路圖形如圖 22，兩輸入訊號比較的結果如圖 23，輸出訊號端採正回授將訊號以電阻分壓的方式設計成為輸入端一參考訊號 V_h 或 V_l ，當訊號 V_{in} 大於 V_h 時，則負端為控

制訊號，以 $-V_{cc}$ 為輸出結果；反之，當 V_h 大於 V_{in} 時，則正端為控制訊號，以 V_{cc} 為輸出結果。

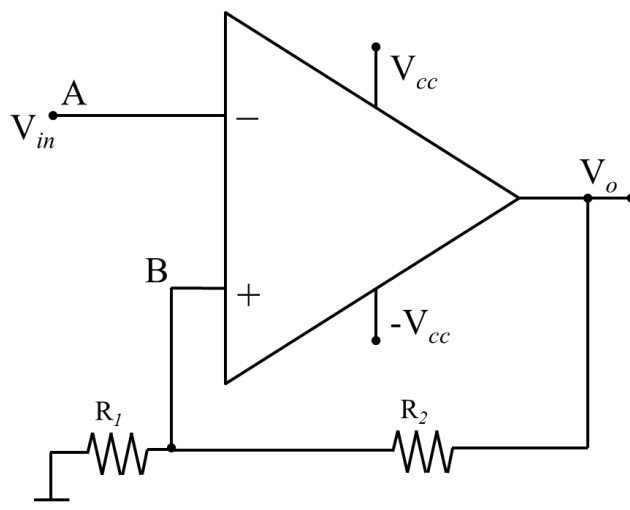


圖 22 反相史密特觸發器

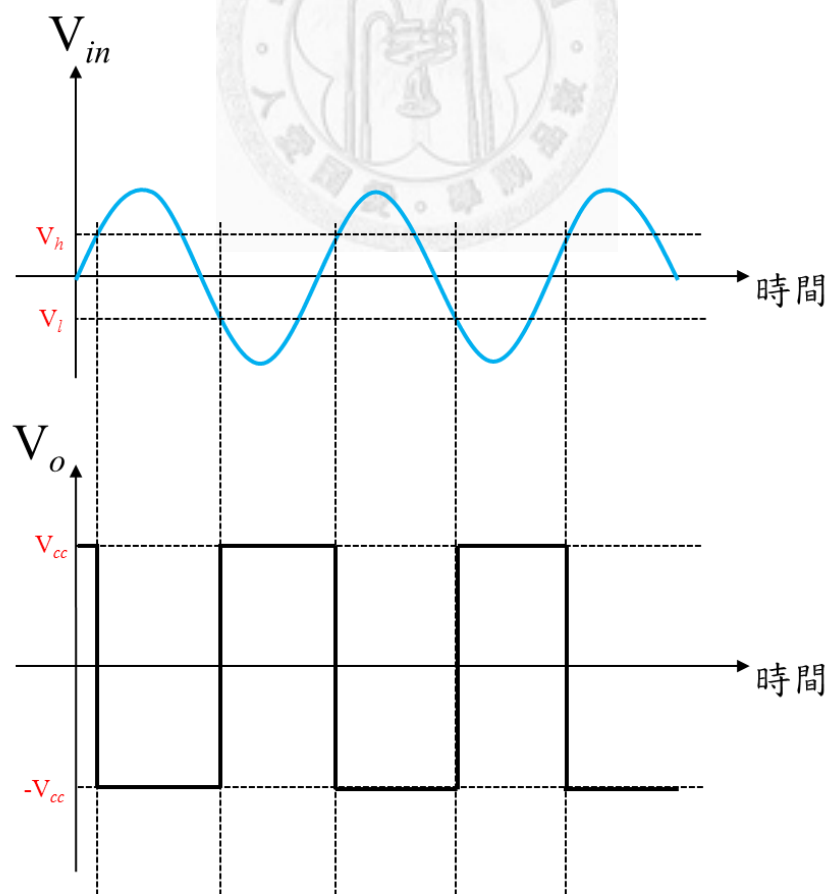


圖 23 反相史密特觸發電路輸出入波形圖

當然也不僅僅只有一種史密特觸發器的設計，非反相史密特觸發器即也可應用於本實驗如圖 24，輸入端比較訊號的設計可呈現不同的結果，舉例來說，比較訊號若加入直流偏壓，則方波輸出訊號即不同於上述波形對稱之結果；再者，分壓電阻 R_1 和 R_2 的設計皆可影響輸入與輸出波形的相位差，因此依實驗需求則有不同的設計方法。

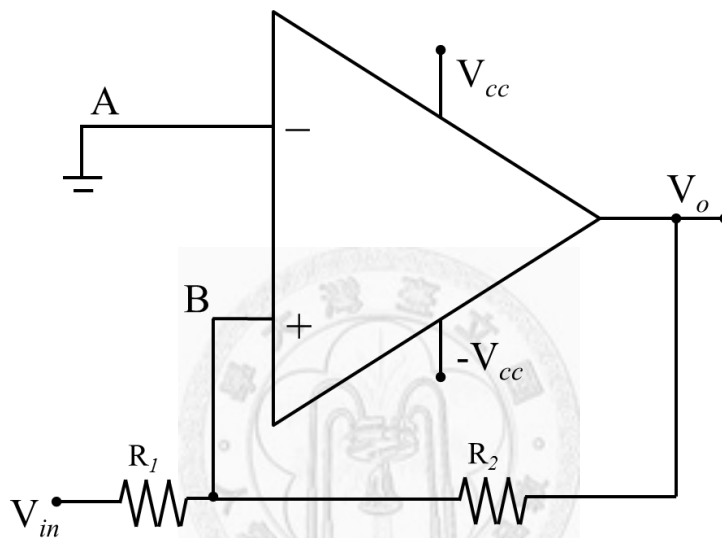


圖 24 非反相史密特觸發器

4.4 自供電系統電路之設計及理論分析

在能量擷取的觀點上，透過外力的供給系統改變原有的運動狀態，轉換成其他能量的型式獲得擷取。自供電系統中的設計不外乎是不靠額外的電源供應後端電路來維持運作。壓電材料本身因為運動狀態的改變產生形變而產生交流電訊號，本章節將介紹壓電材料透過

後端電路的設計產生一正負等效直流電源以供應後端電路之主動元件所需。

欲將交流電訊號整流成直流電訊號則需透過電容將電荷累積於電容兩板間所至，並以二極體的串接來限制流向，因此，兩組電容搭配反向的二極體即可如預期產生兩組直流電訊號，圖 25 為自供電系統之電路示意圖可更清楚本論文欲討論之目的[3]。

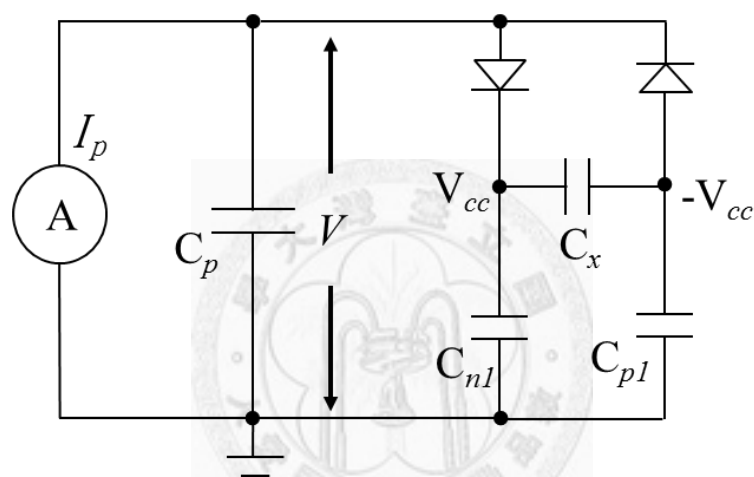


圖 25 自供電系統電路示意圖

其中，電容 C_x 為平衡兩端正負端電壓使電路維持其對稱性，圖 26 表示自供電系統之壓電電壓及直流電壓波形圖。

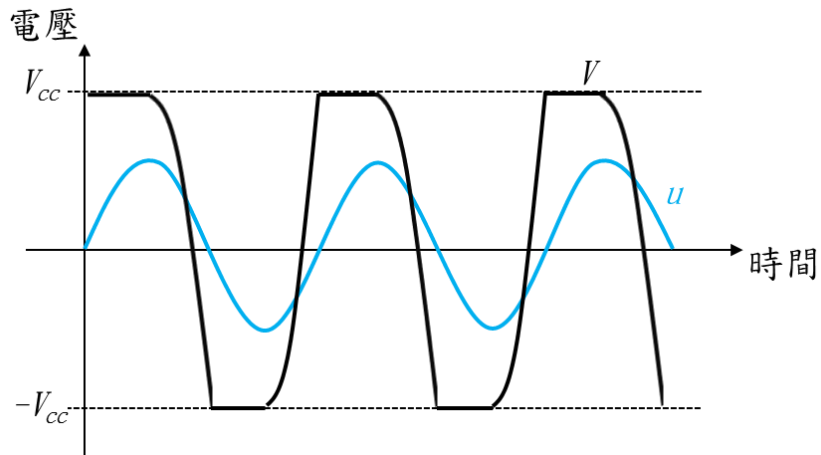


圖 26 自供電系統之壓電電壓及直流電壓波形圖

欲計算此電路之直流電壓 V_{cc} 、輸出功率 P 、最佳負載阻抗 R'_{opt} 和最大輸出功率 P_{MAX} 可從等效電路圖 27，同樣由方程式(3.7)可列出電流方程式，對電流方程式各項同時對時間積分得方程式(4.30)。

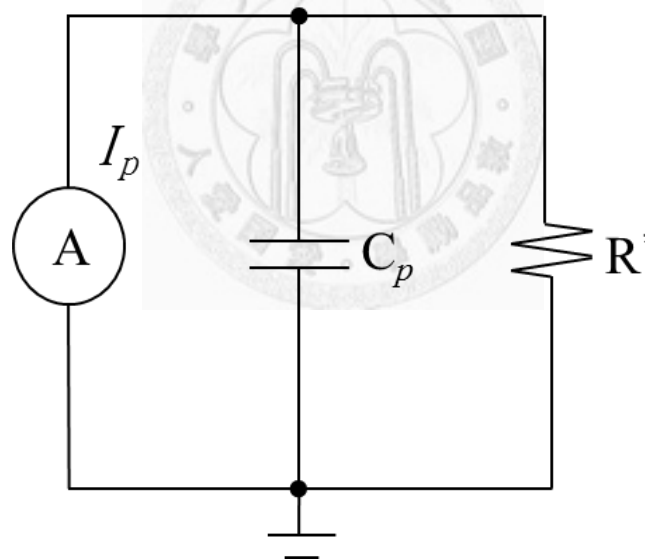


圖 27 自供電系統之等效電路示意圖

$$\begin{aligned}
 V_{cc} &= \frac{\alpha R' \omega}{R' C_p \omega + \pi} \cdot u_m \\
 &= \frac{\alpha R' \omega}{R' C_p \omega + \pi} \cdot \frac{F_m}{C}
 \end{aligned}
 \tag{4.30}$$

因此輸出功率、最佳負載阻抗及最大輸出功率可導出於方程式(4.31)至(4.33)。

$$P = \frac{\alpha^2 R'}{(R' C_p \omega + \pi)^2} \cdot \frac{F_m^2}{C^2} \quad (4.31)$$

$$R'_{opt} = \frac{\pi}{C_p \omega} \quad (4.32)$$

$$P_{MAX} = \frac{\alpha^2}{4\pi C_p \omega} \cdot \frac{F_m^2}{C^2} \quad (4.33)$$

自供電系統電路中我們也可簡化電路來進一步討論分析二極體導通時間、電流及導通損耗等，本論文中可將圖 25 之對稱電路簡化如圖 28，電壓源及輸出電壓波形圖於圖 29 表示。然而，我們也可對其中之輸入電源 V_i 及輸出電壓 V_o 提出假設如(4.34)式和(4.35)式，

$$V_i = V_m \cos(\omega t) \quad (4.34)$$

$$V_o = V_m \cos(\omega t) - V_D \quad (4.35)$$

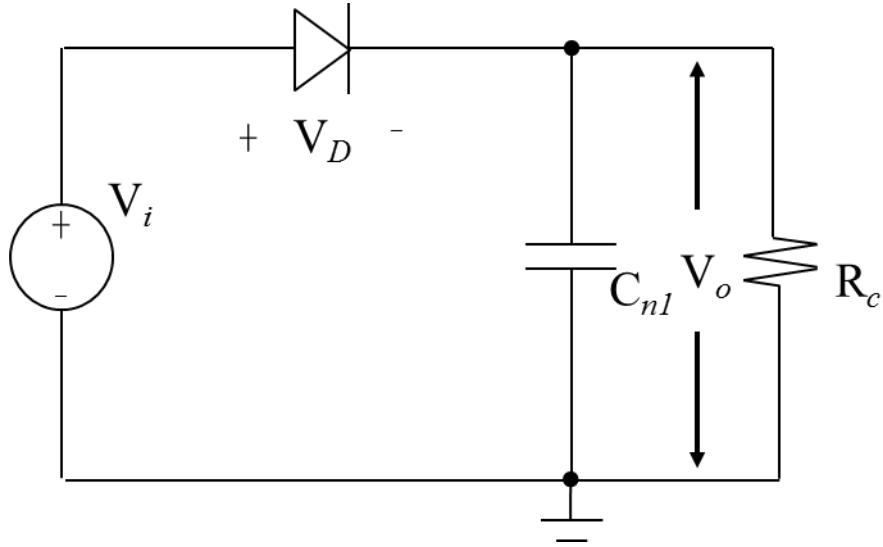


圖 28 自供電系統之正直流電訊號簡化電路示意圖

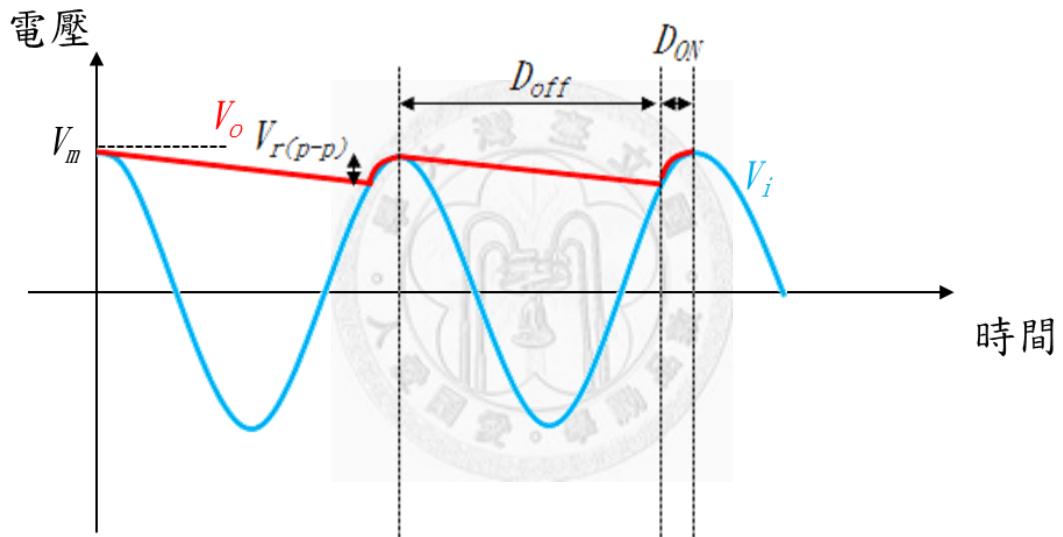


圖 29 簡化電路之輸入及輸出訊號之波形圖

在二極體不導通 D_{off} 的時間內，電容 C_{nl} 對後端的電阻 R_c 放電，則放電前後電位差我們稱之為漣波電壓 $V_{r(p-p)}$ ，二極體導通 D_{ON} 的時間內，電壓源對此電容恢復充電至電壓最大值 V_m ，所以本論文可進行漣波電壓的運算如下：

$$V_{r(p-p)} = (V_m - V_D) - (V_m - V_D)e^{-\frac{T}{R_c C_{nl}}} \quad (4.36)$$

因為 R_c 乘以 C_{nl} 之時間常數值極大，因此，(4.36)式可改寫成(4.37)式，漣波電壓即可導出如方程式(4.38)。

$$V_{r(p-p)} = (V_m - V_D)\left[1 - \left(1 - \frac{T}{R_c C_{nl}}\right)\right] \quad (4.37)$$

$$V_{r(p-p)} = \frac{V_m - V_D}{fR_c C_{nl}} \quad (4.38)$$

又漣波平均電壓可將(4.38)式代入(4.39)式，

$$V_{r(ave)} = (V_m - V_D) - \frac{1}{2}V_{r(p-p)} \quad (4.39)$$

欲計算二極體導通時間 T_{DON} ，那麼可從圖 30 看出因為二極體導通時間極短，因此輸出導通波形可視為線性，詳細推導過程可從方程式(4.40)至(4.42)式列出。

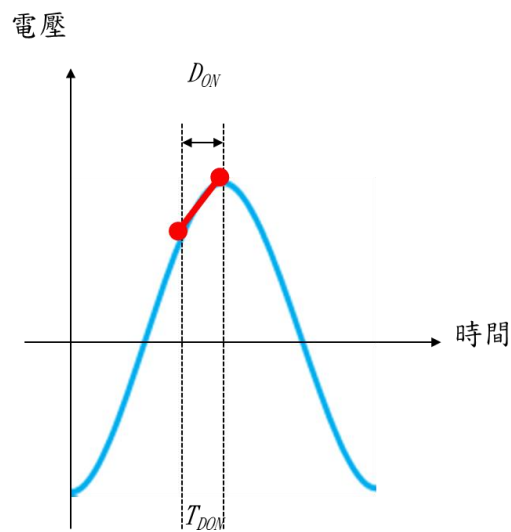


圖 30 導通時間波形圖

$$V_m \cos(-\omega T_{DON}) = V_m - V_{r(p-p)} \quad (4.40)$$

$$\cos(\omega T_{DON}) = 1 - \frac{V_{r(p-p)}}{V_m} \quad (4.41)$$

$$T_{DON} = \frac{1}{\omega} \cos^{-1} \left(1 - \frac{V_{r(p-p)}}{V_m} \right) \quad (4.42)$$

圖 31(a)可以看出在二極體導通時間內，二極體導通電流 I_D 為流過電容之電流 I_{Cn1} 和通過寄生電阻電流 I_{Rc} 之總和，由此我們也可計算出二極體導通平均及最大電流。

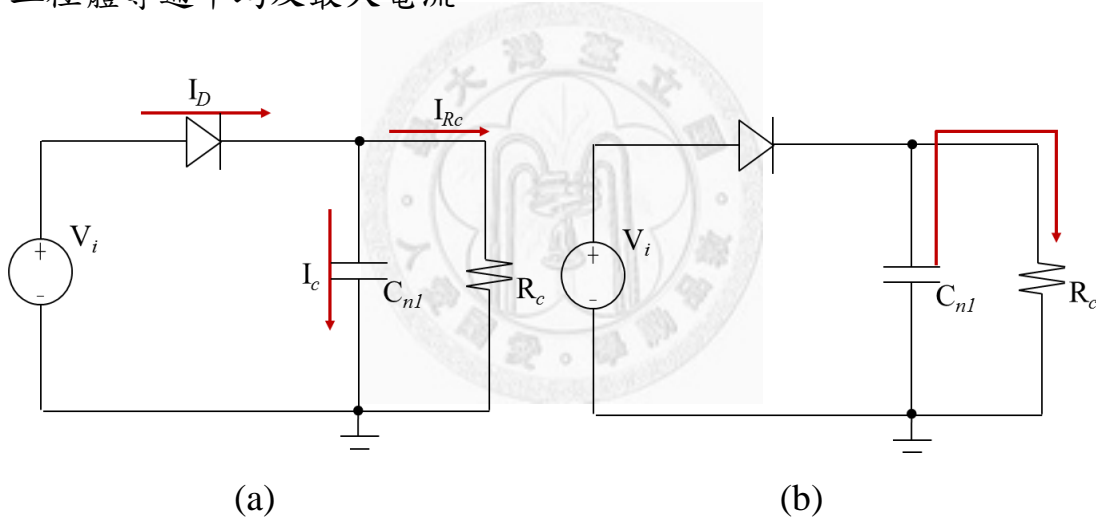


圖 31 二極體導通過程電流示意圖；(a)導通 ON(b)截止 OFF

$$I_{D(MAX)} \Big|_{t=T_{DON}} = -\omega C_{n1} V_m \sin(\omega T_{DON}) + \frac{V_m \cos(\omega T_{DON}) - V_D}{R_c} \quad (4.43)$$

$$I_{D(ave)} = \frac{V_m T_{DON}}{2T} \quad (4.44)$$

此時，透過二極體導通平均電流 $I_{D(ave)}$ 可導出二極體導通損失如方程式(4.45)。

$$\begin{aligned}
 E_{ld} &= \frac{I_{D(ave)} \cdot V_D \cdot T_{DON}}{T} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot V_D \cdot V_m \cdot T_{DON}^2 \cdot f_s
 \end{aligned}
 \tag{4.45}$$

因導通時間 T_{DON} 極短，所以截止時間 T_{DOFF} 幾乎可視為電路驅動週期 T ，而當二極體截止 OFF 時，電路內電流由電容 C_{nl} 流向寄生電阻 R_c 進行 RC 放電行為如圖 30(b)，此行為也造成該電路最主要的耗散損失 E_L 如(4.46)式。

$$\begin{aligned}
 E_L &= \frac{1}{2} C_{nl} V_o^2(0) - \frac{1}{2} C_{nl} V_o^2(T_{DOFF}) \\
 &= \frac{1}{2} C_{nl} V_m^2 \left(1 - e^{-\frac{T}{R_c C_{nl}}} \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.46}$$

第5章 實驗結果與討論

5.1 實驗架構

本論文中之單支懸臂樑實驗架構如圖 32 所示，以 Tektronix AFG-320 模擬環境震動給定一個固定頻率的弦波訊號，透過 nF HSA-4052 的功率放大器驅動 B&K 4809 的震盪器施予本能量擷取系統一穩定外力供應源，當形變而產生的壓電訊號可透過電感式同步切換電路及橋式整流的設計有效將能量儲存，然而，電路中所設計的切換開關控制訊號則利用圖中置放於懸臂樑上的強力磁鐵，透過震動引起的速度差使感應線圈產生感應電壓訊號轉換成方波訊號以提供開關正確的運作。介面電路中之主動元件所需之額外電源，於本論文中主要以壓電材料的鋪設方式產生額外壓電訊號，示意圖如圖 33，再藉由電路設計整出可供應之直流電源。

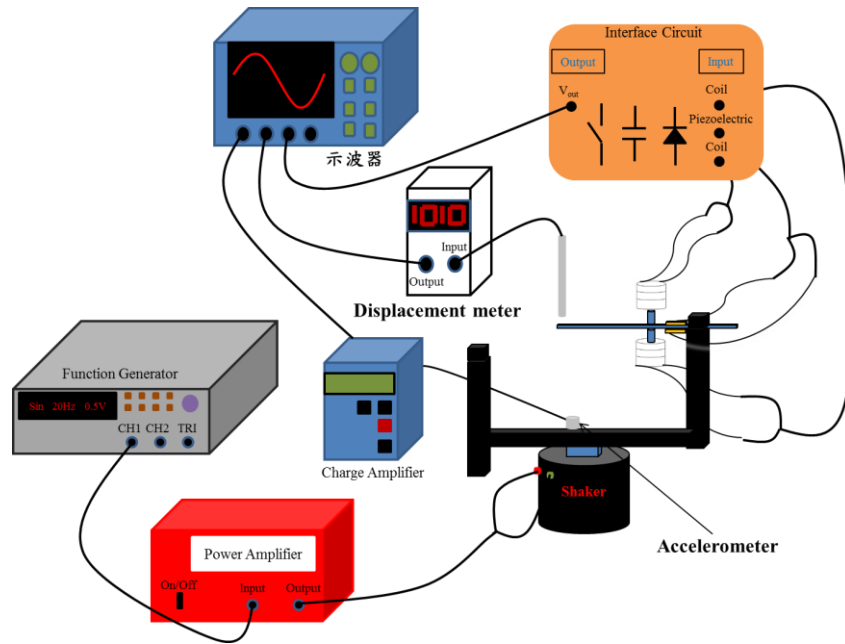


圖 32 單支懸臂樑實驗架構圖

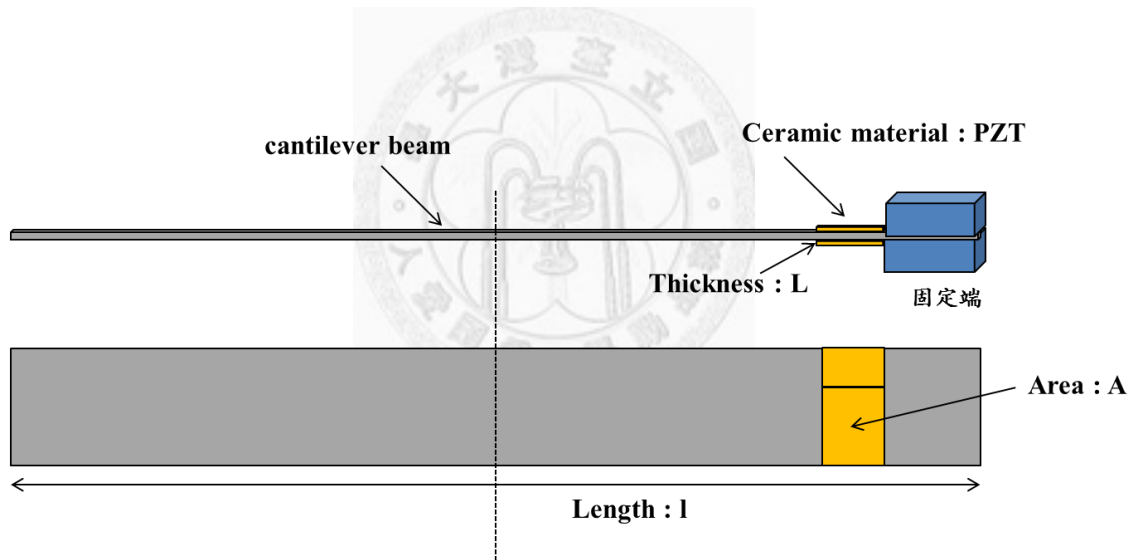


圖 33 壓電材料的鋪設示意圖

為了提升單支壓電懸臂樑所能擷取的輸出能量，本論文不僅結合電磁能量擷取機制，更設計夾具可使兩支壓電懸臂樑置於同一壓電能量擷取系統中如圖 34 所示。

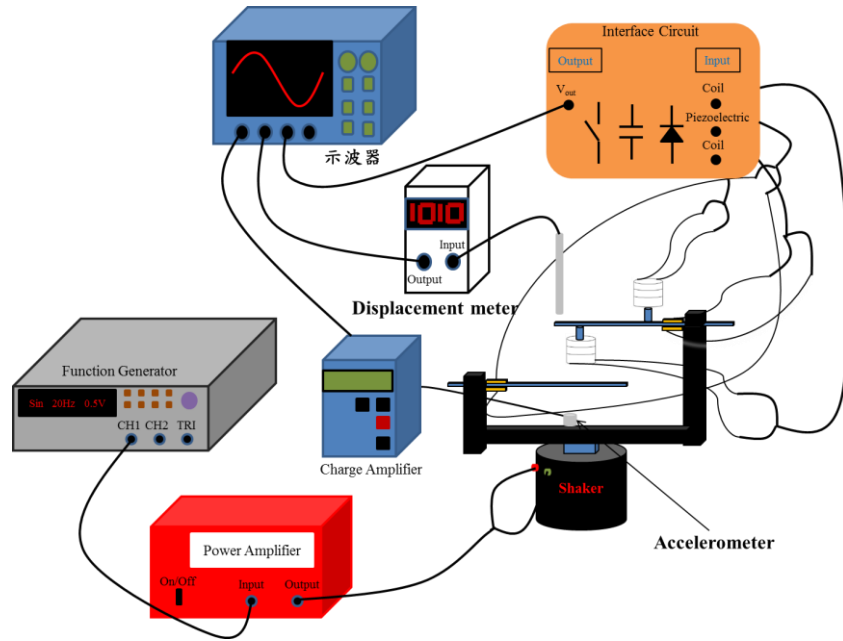





圖 34 雙支懸臂樑實驗架構圖




壓電材料為銦鈦酸鉛的陶瓷(PZT)粉末燒結而成，而本論文中陶瓷壓電使用的為介電常數高的 QA 和 QCT 兩型號，此兩種相關材料參數如表 9。

下表列出為本論文中實驗所需之儀器型號與實體照片圖。

表 8 實驗所需之儀器型號與實體照片

項目	儀器型號	實體照片
Function Generator	Tektronix AFG-320	

<p>Power Amplifier</p>	<p>nF HAS-4052</p>	
<p>Shaker</p>	<p>B&K 4809</p>	
<p>Power Supply</p>	<p>GW inSTEK GPC-3030DQ</p>	

<p>Impedance Analyzer</p>	<p>Agilent 4294</p>	 <p>The image shows an Agilent 4294 Impedance Analyzer. It is a light-colored, rack-mountable device with a large screen on the left and a control panel on the right. The control panel includes a rotary knob, several buttons, and a numeric keypad. A small label 'Lab 433' is visible on the top right of the device. A blue label at the top reads 'Warning: Do not touch Hard Drive!'. A handwritten label '501,007-9' is on the front panel.</p>
<p>Network Signal Analyzer</p>	<p>SRS SR780</p>	 <p>The image shows an SRS SR780 Network Signal Analyzer. It is a light-colored, rack-mountable device with a screen on the left and a control panel on the right. The control panel features a large rotary knob, a numeric keypad, and several function buttons. A 'Reset: Alt + ←' button is visible on the top left. A 'Lab 433' label is on the top right. The device is connected to a power source via a white cable and has other cables plugged into the rear panel.</p>
<p>示波器</p>	<p>LeCroy waveSurfer 454</p>	 <p>The image shows a LeCroy waveSurfer 454 Oscilloscope. It is a light-colored, rack-mountable device with a large screen on the left and a control panel on the right. The control panel includes several knobs and buttons. The screen displays a dark, blurry image. The device has multiple input ports on the front panel, with several cables plugged in.</p>

<p>PCB Prototype Machine</p>	<p>EP2006-Series</p>	
<p>Charge Amplifier</p>	<p>KISTLER 5011</p>	



<p>Laser Displacement Sensor</p>	<p>Keyence LK-G5001V</p>	
<p>Accelerometer</p>	<p>B&K 4381</p>	

表 9 鋁鈦酸鉛陶瓷壓電材料特性參數表

型號	QA	QCT
d_{33} (Pc/N)	340	240
K_p	0.64	0.58
$\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$	1450	650
Tan δ	0.4	0.4
k^2	0.003387	0.00191

5.2 能量擷取系統夾具之設計

由圖 33 可看出為了模擬環境振動帶來運動狀態的改變，必將壓電材料 PZT 黏貼於楊氏係數大之彈簧鋼片上，並於 PZT 邊緣以寬度為 3 公分之夾具固定，將 PZT 黏貼於靠近固定端目的為此處受應力應變量最大，如此一來壓電材料力轉電的效果最佳。然而本實驗也將突破以往僅針對單支懸臂樑的夾具設計，採以雙邊固定的設計可同時置放兩支懸臂樑。新夾具全面以滑軌式的設計使懸臂樑可在不同高度上進行量測，且也因應了懸臂樑的長度設計可有適當的調整。圖 35 即為新夾具之結構示意圖。

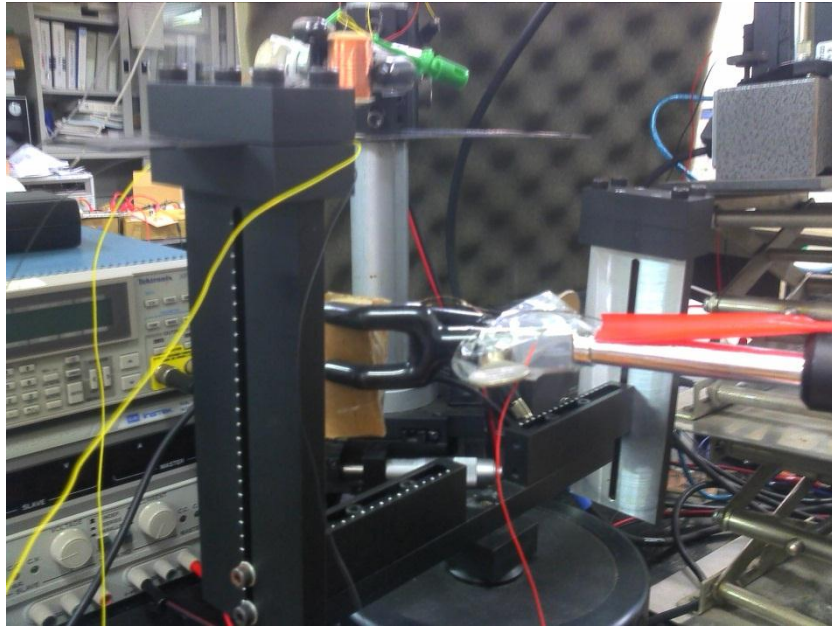


圖 35 新夾具之結構圖

5.3 開關控制訊號及自供電系統電路之設計

本文將針對電感式同步切換電路(SSHI)來擷取由壓電材料 PZT 因形變受應力轉換而至的能量，然而為了達到自供電的首要目標，本文針對切換開關所需之控制訊號及電路中主動元件之驅動電源進行設計。

上述電感式同步切換電路之作動模式為當壓電訊號波形達極值時，切換開關則瞬間切換，而本論文中即以電磁式的電訊號作為開關控制訊號的來源，設計概念來自懸臂樑上的強力磁鐵因上下擺動，磁力線通過感應線圈形成感應電流，故壓電電壓訊號與電感之感應電壓訊號之相位差為 90 度，圖 36 所示。

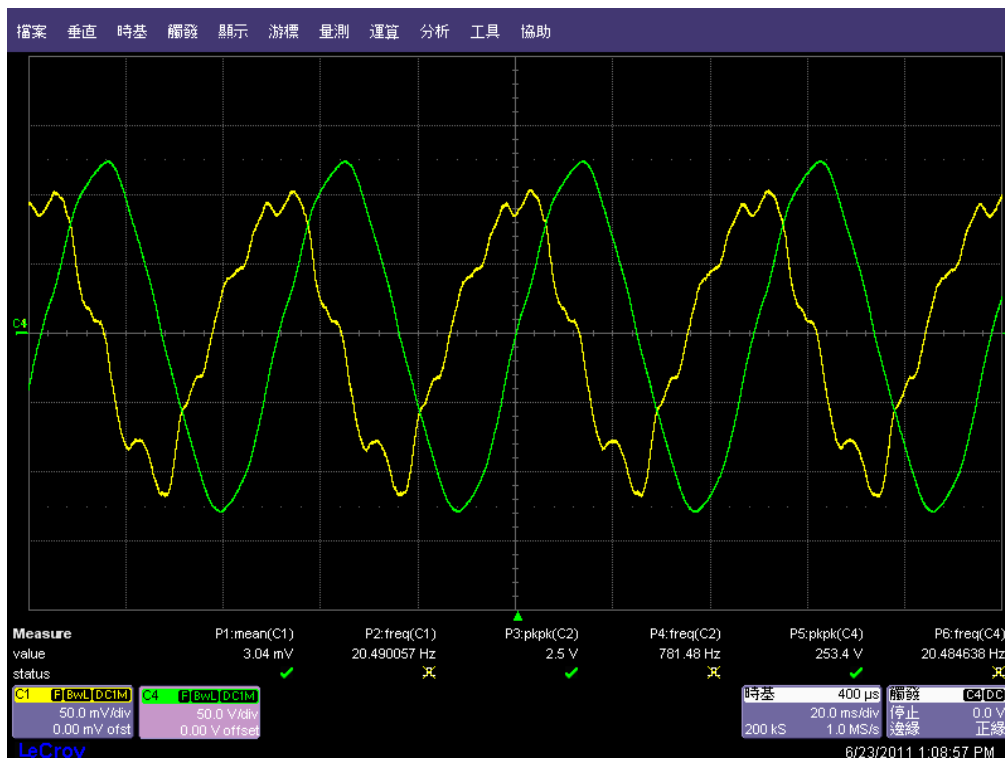


圖 36 壓電(綠線)與線圈感應電壓訊號(黃線)波形圖

因此，本文即針對線圈感應電壓訊號來設計介面電路使其成功轉換為方波訊號，先前提到的史密特觸發器即為設計概念，故欲設計線圈電壓訊號於零電位時切換，故輸入參考電壓必為零，而電阻 R_I 則可避免自然雜訊的影響，壓電與線圈感應電壓訊號的相位差已相差 90 度，所以正回授組態的可不做設計如圖 37，又切換開關為一顆 N-MOSFET 和一顆 P-MOSFET 的結合設計如圖 38，然而，N-MOSFET 由開到關之間，同時 P-MOSFET 由關到開之間存在一皆未導通的短暫時間 t_d ，如圖 39，由方程式(4.12)甚至可計算出最佳電感值所以開關訊號波形需為對稱的正負 V_{cc} 方可正常運作，其中，二極體可用來限制流向。圖 40 為線圈電壓與開關訊號波形圖。

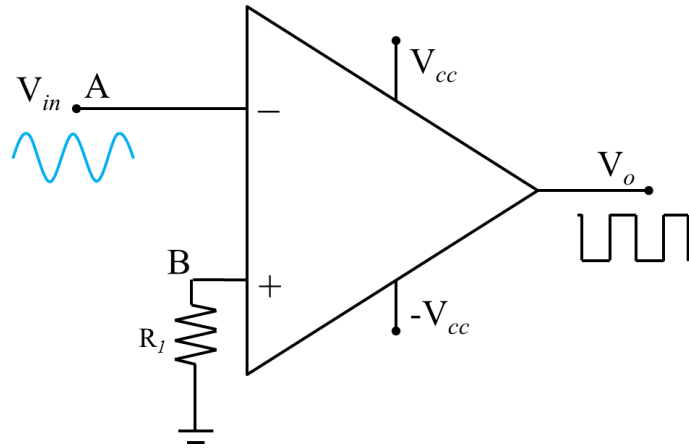


圖 37 開關控制電路圖

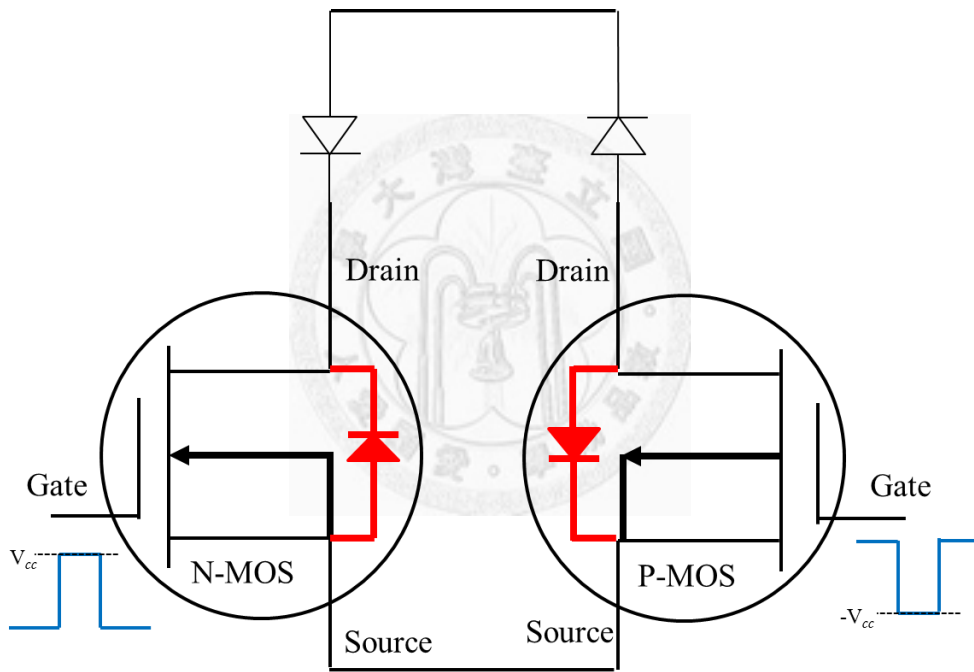


圖 38 切換開關示意圖

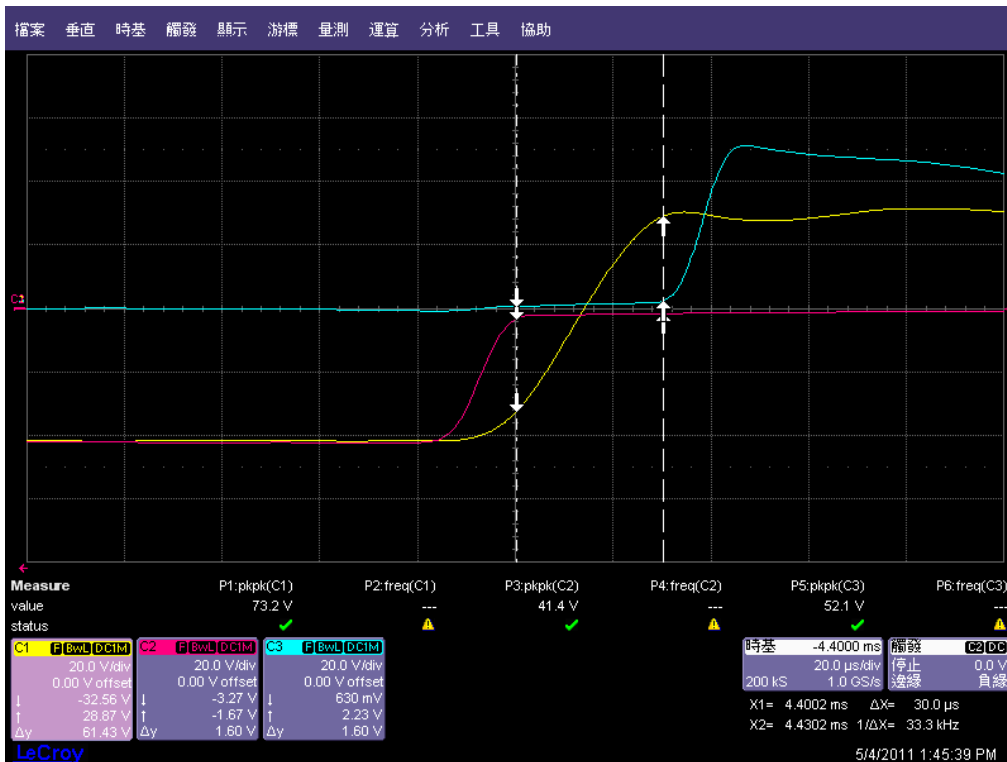


圖 39 開關皆未倒通之時間 t_d ：壓電電壓(綠線)、N-MOSFET 之 D-S 極誇壓(藍線)和 P-MOSFET 之 D-S 極誇壓(紅線)

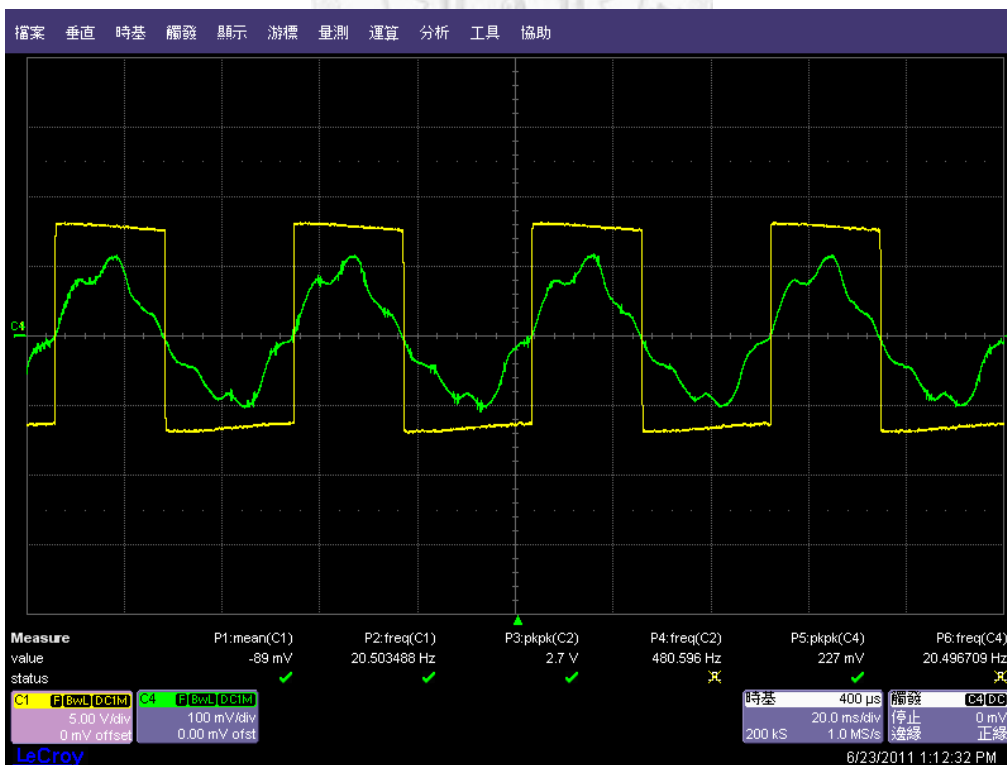


圖 40 線圈電壓與開關控制訊號波形圖

本文選用低功率消耗之比較器 IC，Texas Instruments 的 TLV3701 為單顆 IC，擁有低供電流之優點，恰可應用於本實驗中。圖 33 所示壓電材料 PZT 裁切為兩部分的壓電片，分別做為能量擷取與自供電設計之需求，也因壓電材料常被操作於共振之頻率，此有高電壓、低電流輸出之特點，因此自供電系統的考量與主動元件的選擇息息相關。自供電電路的設計如圖 25，壓電電壓訊號及正負直流訊號波形圖如圖 41 所示。

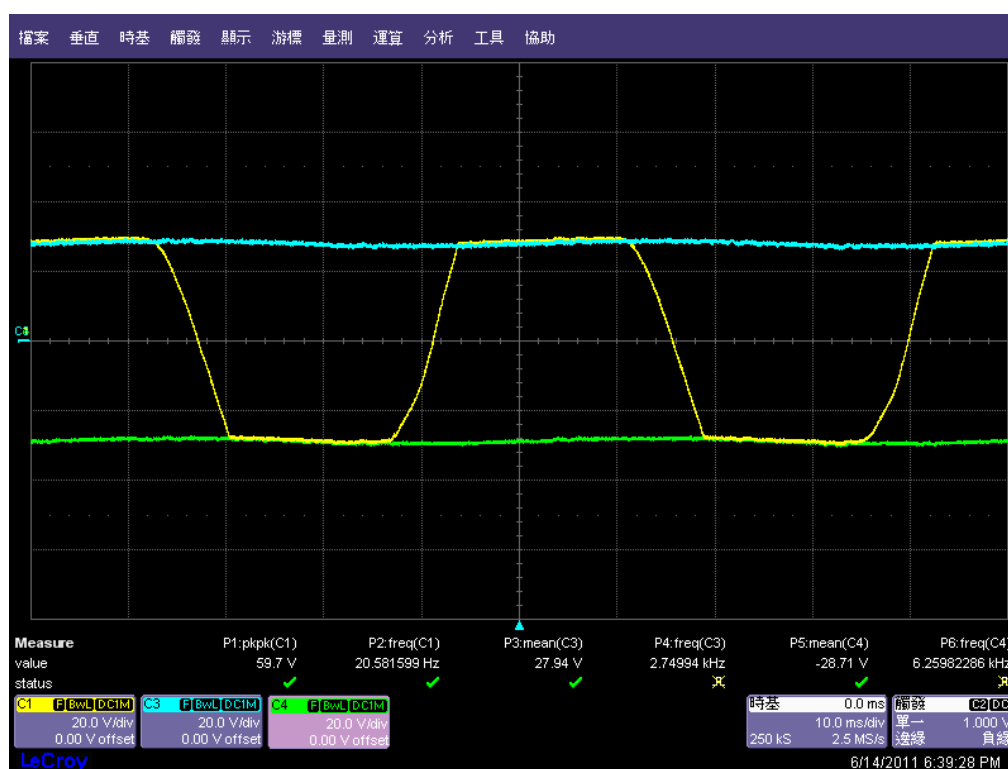
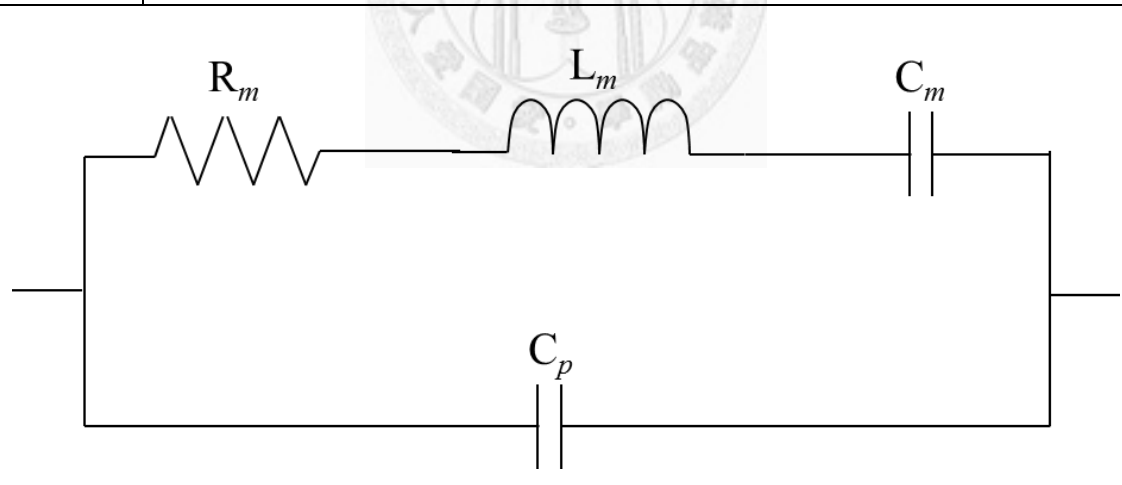


圖 41 自供電系統電路波形圖：壓電電壓訊號(黃線)、正直流訊號(藍線)和負直流訊號(綠線)

5.4 實驗結果與討論

為了使陶瓷壓電材料於環境振動中造成較大的形變量，因此我們將其黏貼於楊氏係數高的彈簧鋼片上，並以夾具固定靠近陶瓷壓電端，驅動震盪器產生出與共振頻率相同即可獲得最佳之能量輸出，表 10 列出壓電能量擷取器相關參數值。

表 10 壓電能量擷取器相關參數表

$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + K_E u(t) + \alpha V(t) = F(t)$		
M	38.82	g
C	0.4075	Nm ⁻¹ s ⁻¹
K _E	0.651174*10 ⁶	Nm ⁻¹
f ₀	20.6	Hz
a	0.152	G
		
Piezoelectric patch1 (energy harvested)		
C _p	4.565	nF
R _m	11.2857	kΩ
C _m	96.3412	pF
L _m	27.6435	mH
l*w*t	26*16.95*0.45	mm ³
Piezoelectric patch2 (self-powered)		

C_p	1.572	nF
R_m	3.78431	k Ω
C_m	47.1062	pF
L_m	15.3396	mH
$l*w*t$	9*16.95*0.45	mm ³
Steel beam patch		
$l*w*t$	15.375*3.5*0.05	cm ³

標準儲能電路為最簡易且單純之電路即能將電能儲存於電容裡，此電路沒有複雜且過多的被動元件來消耗由壓電材料產生的輸出能量，圖 42 為標準儲能電路與電感式同步切換電路中對壓電電壓與電流之分析，發現到此電路的在儲能效率上明顯太低。標準儲能電路之整流前電壓與儲存於電容間的電壓實驗波形如圖 43 所示。電感式同步切換電路 SSHI 之一項重要概念為切換瞬間促使壓電電容與電路中之電感形成迴路產生 LC 共振現象，當 LC 共振發生在開關切換之極短時間內，則電壓產生反轉之現象與儲存於電容間之電壓如圖 44，切換後的結果使電壓與電流訊號同相，更可從圖 42 中看出 SSHI 系統純作正功。然而，儲存於電容之穩態電壓可由方程式(5.1)計算出擷取之能量。

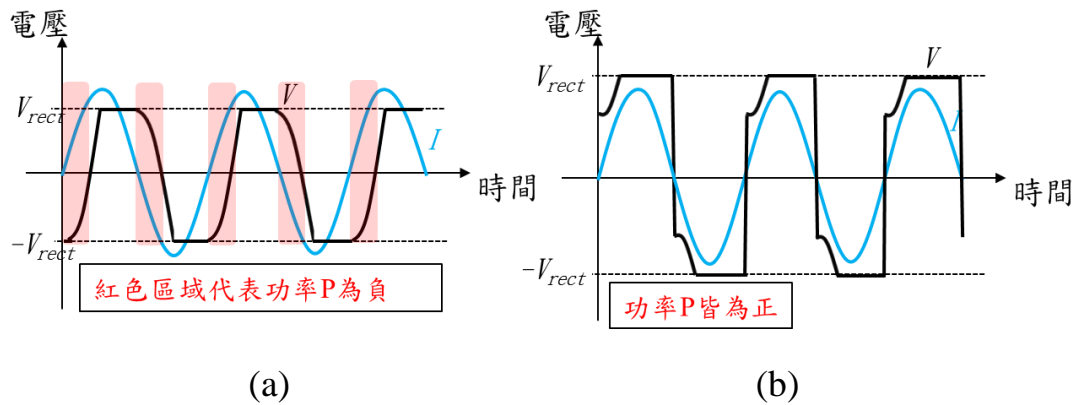


圖 42 壓電壓電流波形圖；(a)標準儲能電路(b)電感式同步切換電路

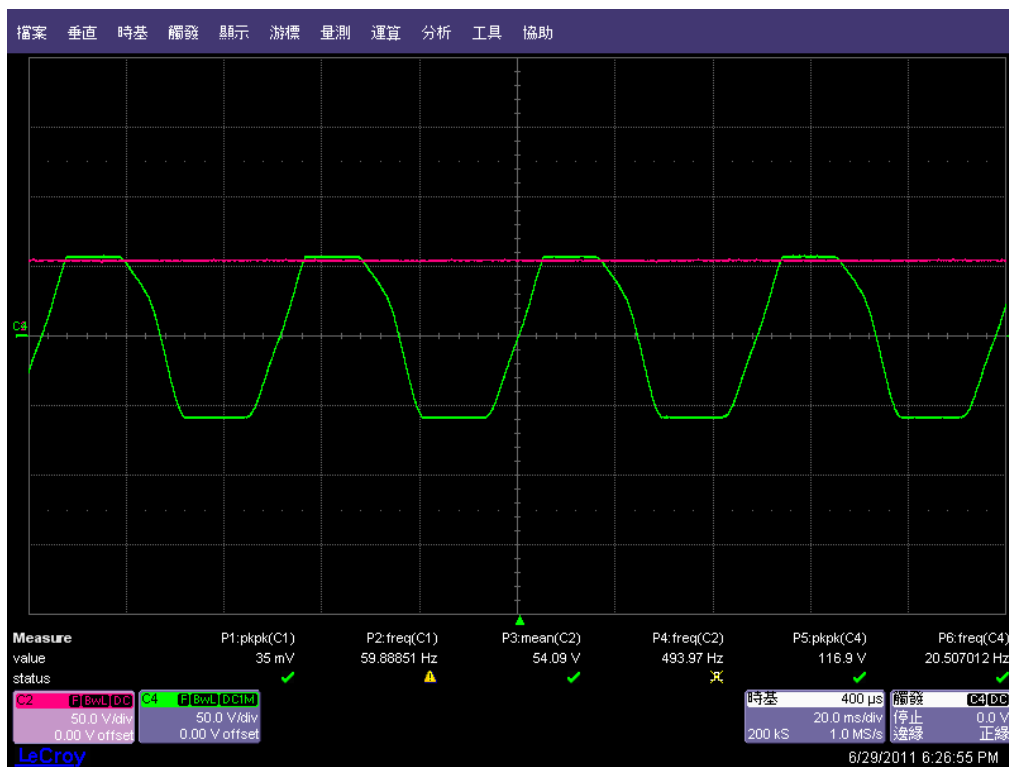


圖 43 標準儲能電路電壓波形圖：整流前電壓訊號(綠線)、電容之誇壓(紅線)

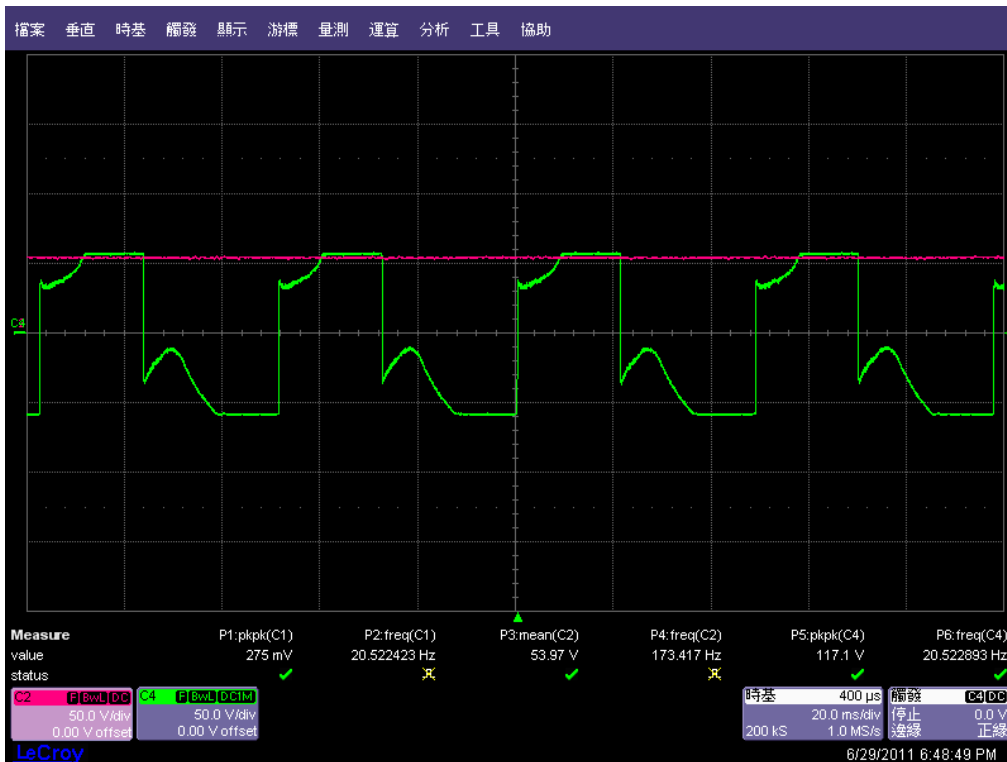


圖 44 電感式同步切換電路電壓波形圖；整流前電壓訊號(綠線)、電容之誇壓(紅線)

$$P_H = 2V_{RECT} C_p f \left[2V_p - (V_{RECT} + 2V_D) \cdot (1 - e^{-\tau}) - \frac{\pi k (V_{RECT} + 2V_D)}{Q} \right] \quad (5.1)$$

圖 45 和圖 46 為單支與雙支壓電能量擷取系統搭配後端電路的示意圖。

實驗中設計之後端電路包含有電感式同步切換電路、弦波轉方波之開關控制電路、自供直流電路及整流儲能電路全由 PCB 雕刻電路軟體 KiCad 設計繪出並轉至雕刻電路機 EP2006 實際雕刻出一單面電路板如圖 47 所示。

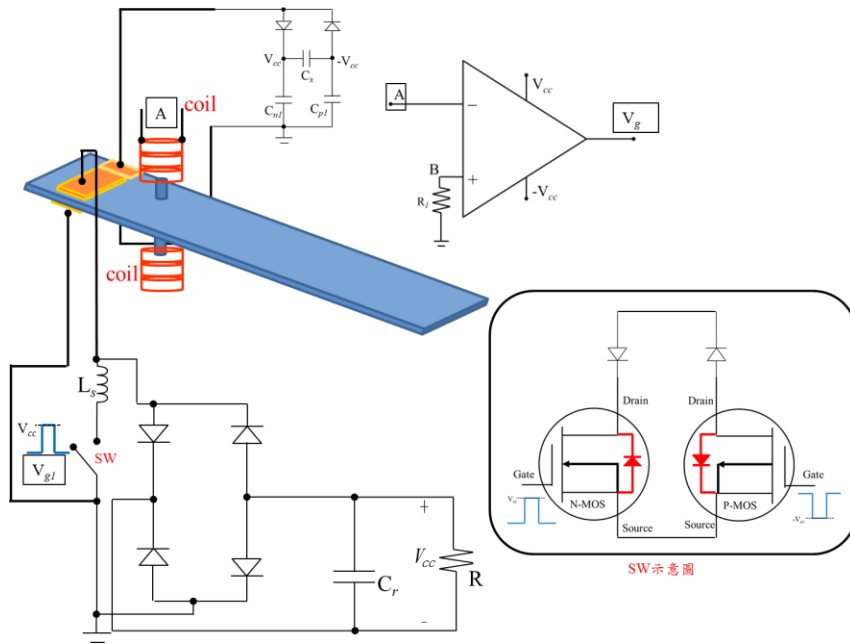


圖 45 單支壓電能量擷取器之後端電路分解示意圖

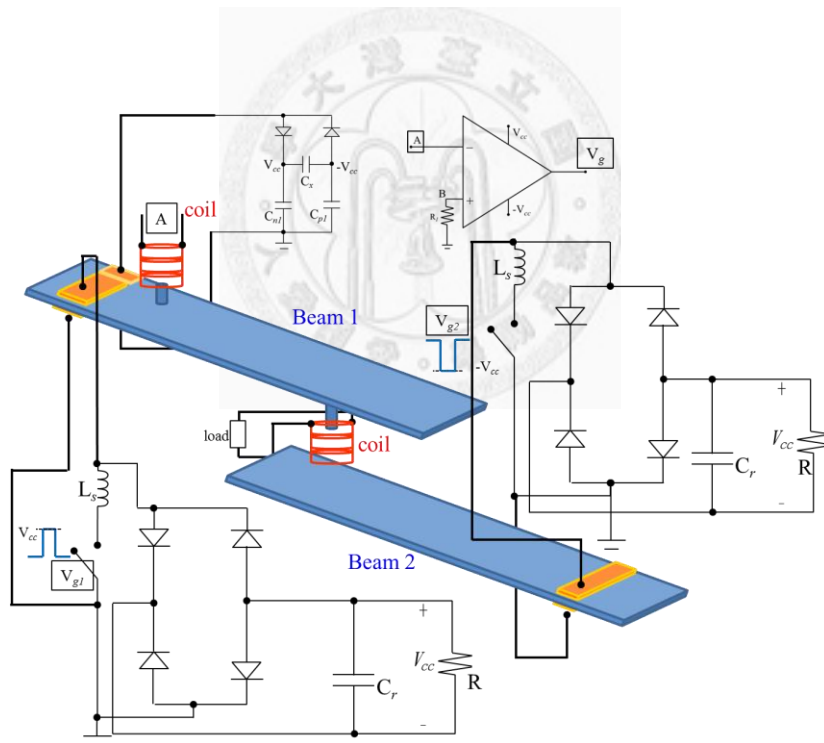


圖 46 雙支壓電能量擷取器之後端電路分解示意圖

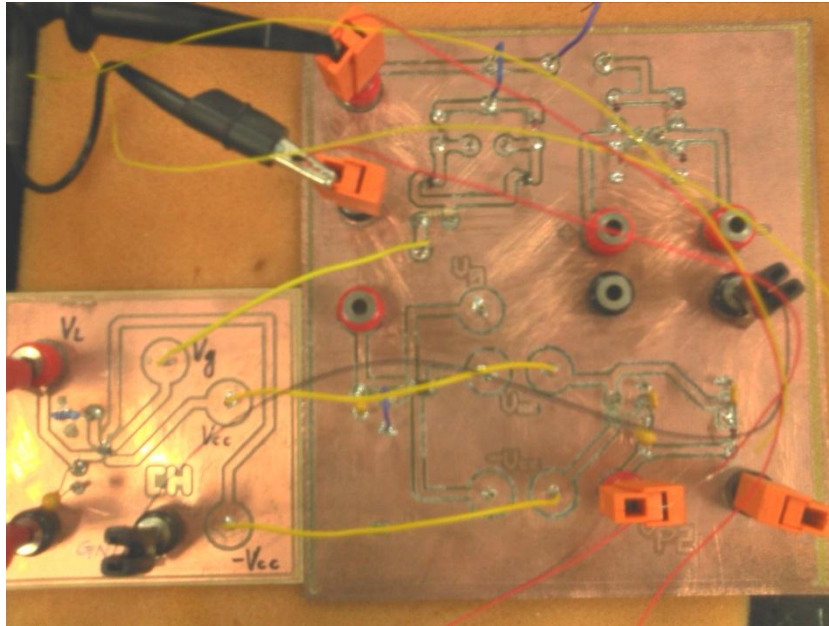
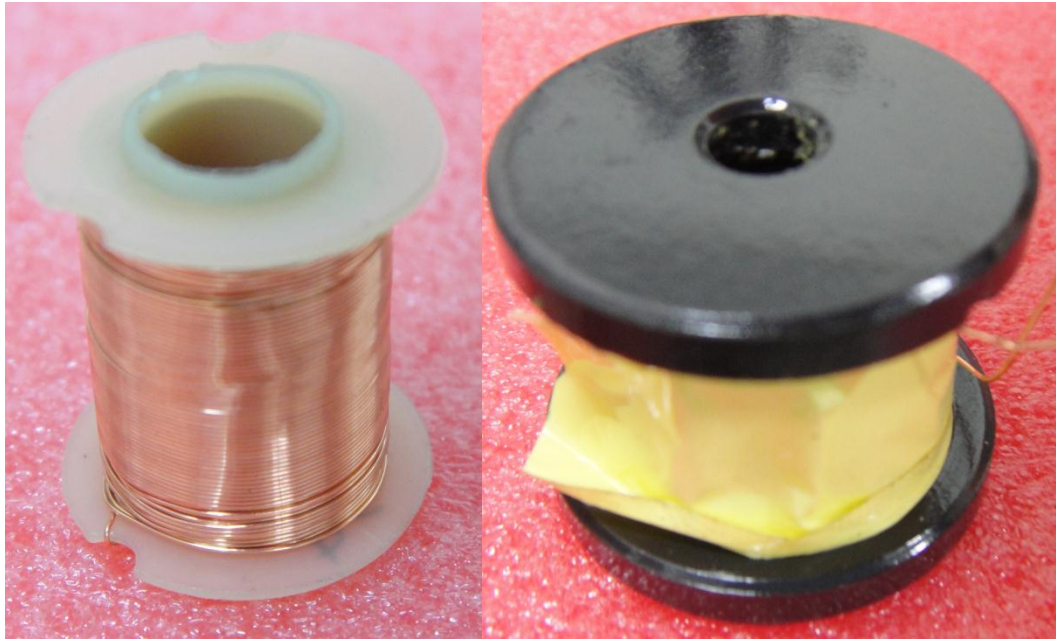


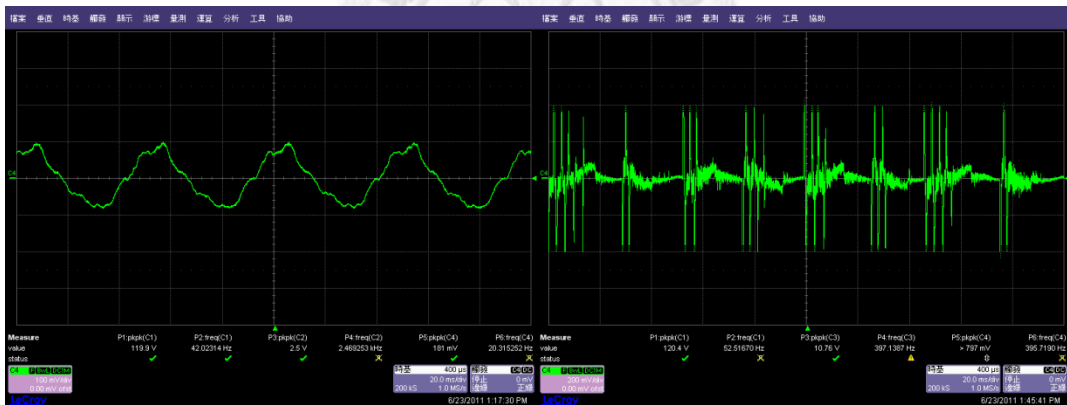
圖 47 PCB 雕刻電路板

本論文中因為結合了電磁感應線圈於系統中，也希望達到系統自供電的目的，所以電感式同步切換電路之開關控制訊號源取自於線圈之感應電壓訊號，然而，我們也透過不同的線圈來比較其優劣，圖 48(a)與(b)為不同孔徑大小之感應線圈，孔徑大的線圈感應電壓相較於孔徑小的線圈，其原因在於當磁鐵上下擺動過程中，孔徑小的線圈因磁鐵僅能於線圈外部作微幅的擺動，磁力線範圍較大，而通過線圈圈面的磁力線則較少，則感應電壓訊號小且高頻的雜訊也越趨明顯，如圖 49(a)和(b)可看出其差異，因此不易作為本文中開關控制訊號源。



(a) (b)

圖 48 感應線圈：(a)孔徑大(b)孔徑小



(a) (b)

圖 49 線圈感應電壓訊號：(a)孔徑大的線圈雜訊小(b)孔徑小的線圈雜訊大

從本實驗中可以發現到磁鐵的擺放位置並未置放在懸臂樑的自由端，而是選擇放在靠近懸臂樑固定端，原因在於當文中希望利用開關控制訊號於壓電電壓訊號極值時切換達到 SSHI 電路的切換效果，那麼線圈的感應電壓訊號就會有所限制，如工作週期(duty cycle)和相位。若

將磁鐵擺放至懸臂樑自由端，其擺動路徑如圖 50，又磁通量的定義為磁通密度與磁通量通過面積之內積後的結果，所以此線圈感應電壓訊號為零發生於磁鐵擺動位移最大時速度為零和點 X 處，因此，圖 51 之實驗結果更可看出感應電壓訊號(藍線)的工作週期不為百分之五十，其對於本論文在系統自供電中開關控制訊號與電感式同步切換電路的共同實現上即有一定困難度。

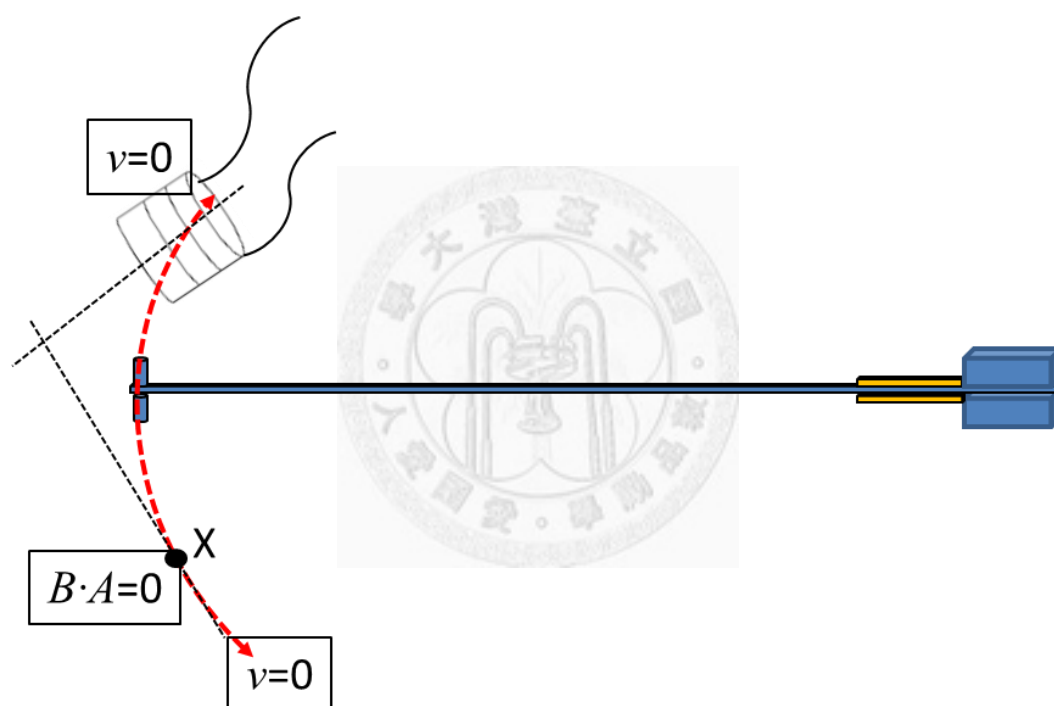


圖 50 懸臂樑擺動過程示意圖

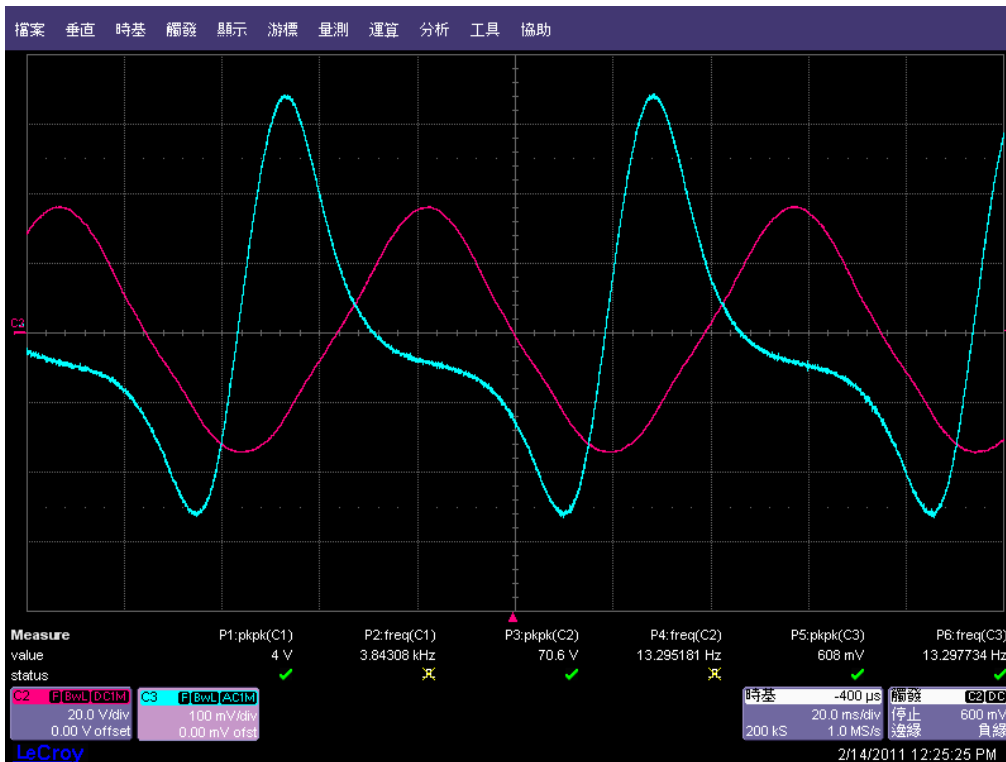


圖 51 線圈感應電壓(藍線)波形圖

在單一模擬振動源的振動下，對於單一懸臂樑而言，只要頻率操作於共振頻率上即有最大功率的輸出，然而黏有壓電片之懸臂樑因高品質因子的特性，欲擷取較佳的能量則頻率的限制受到很大的限制，當然，本論文仍再提出兩支懸臂樑的實驗結果必有其考量的因素，兩組懸臂樑於振動中皆透過同步切換及整流電路擷取能量，而兩組同步切換開關就本須有兩開關控制訊號，再因 4.3 節提到壓電電壓訊號與感應線圈電壓訊號相位差 90 度，又頻率操作若使兩陶瓷壓電電壓相位差 180 度如圖 52，一懸臂樑在共振頻率前後相位差達 180 度，圖 53 中可表現出兩懸臂樑之共振頻率間有反相的效果，因此，只要一顆感應線圈即可供作兩組同步切換開關電路的驅動訊號。

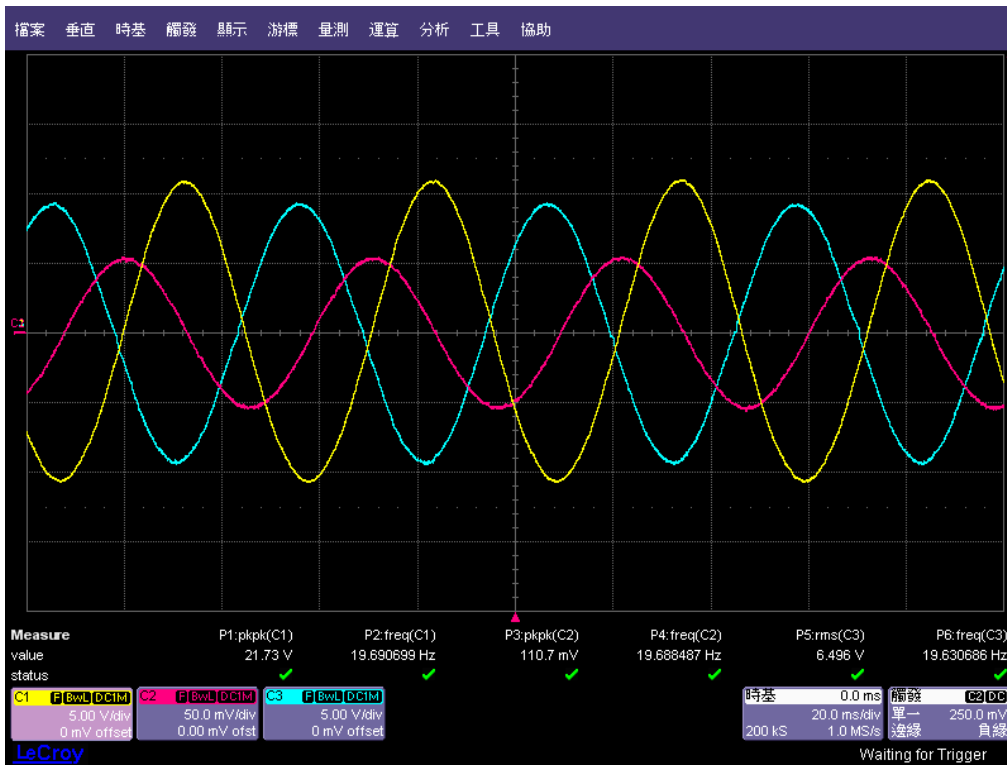


圖 52 兩陶瓷壓電訊號(黃、藍線)及感應線圈訊號(紅線)波形圖

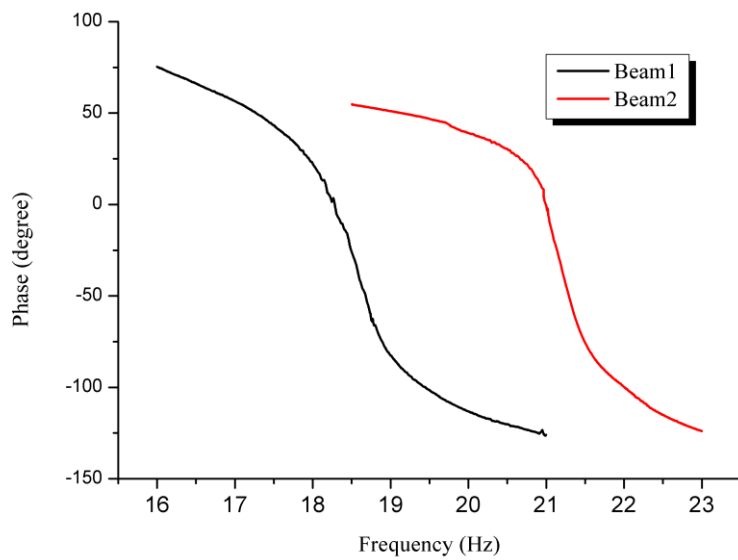


圖 53 兩懸臂樑共振頻率前後相位比較圖

當懸臂樑於振動過程中，陶瓷壓電能擷取的能量來自於懸臂樑根部所受的應變應力，而懸臂樑因振動所產生的動能卻無法得到充分的利用並轉換成可擷取之能量，本實驗則額外加入一感應線圈，並在懸臂樑自由端置放一強力磁鐵，其擺動過程如圖 50，如此一來，懸臂樑擺動產生的動能可藉由感應線圈轉換成電能輸出。當懸臂樑自由端擺置質量塊，可使擺動幅度增加、應變應力增加和共振頻率降低三項特性，對本實驗於能量擷取的研究皆有正向的幫助，最後表 11 列出本實驗在 QA 及 QCT 兩種陶瓷壓電材料型號的實驗結果，圖 54 則為兩支黏有壓電材料之懸臂樑同於一系統架構圖。

表 11 兩陶瓷壓電於同一系統實驗結果

	QA Beam1/Beam2	QCT Beam1/Beam2
a	0.1 g	0.1 g
u	14.2 mm	14.47 mm
C_0	3.4/5.135 nF	4.97/3.57 nF
f_r	19.3/20.6 Hz	20.1/20.1 Hz
V(open circuit)	93.3/73 V	51.1/86.8 V
P_{MAX}	0.07/0.087 mW	0.05/0.1 mW
f_o	19.7/19.7 Hz	19/19 Hz
P_{MAX}	0.0015/0.092 mW	0.024/0.013 mW
P_{coil}	1.23 mW	1.915 mW

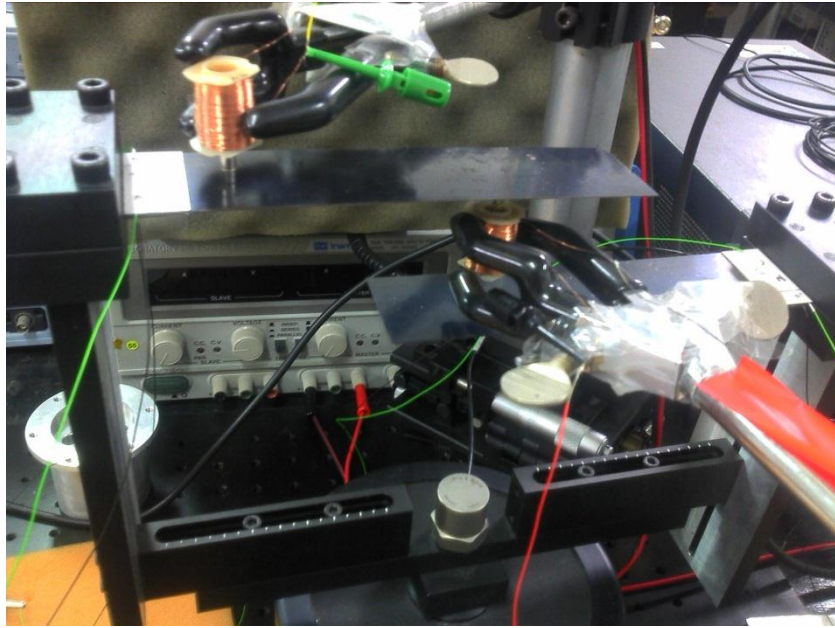


圖 54 兩陶瓷壓電於同一系統實驗架構圖




第6章 結論與未來展望

6.1 結論

針對系統自供電之壓電能量擷取器的設計，本論文結合了電磁式的感應線圈於系統中，其設計要點及優勢整理成表 12 以清楚表示：

表 12 論文設計要點說明與相對優勢

設計要點	說明	相對優勢
電感式同步切換電路 SSHI	<ol style="list-style-type: none">1. 利用 MOSFET 開關來控制壓電電壓於極值時瞬間切換，電壓反轉的效果使其電壓與電流同相位。2. 壓電電容在整流擷取能量之前與電感串接形成 LC 共振。	相較於標準儲能電路其擷取之功率提高、效率也提升。

<p>開關控制訊號源</p>	<p>以線圈感應電壓訊號作為開關控制訊號源，透過史密特觸發電路將弦波轉成方波訊號供給 MOSFET 開關作動。</p> 	<p>以往從陶瓷壓電中取出電流訊號來做控制，但因其操作於共振頻率，電流訊號很小，必須透過一顆測電流小電阻 (Current sensing resistor) 與高頻濾波電路的設計，而相較於本論文之設計，線圈的感應電壓訊號較大且抑制高頻雜訊能力佳，更不需要額外濾波電路的使用。</p>
<p>系統自供電設計</p>	<p>將陶瓷壓電片切割成面積 3:1 的兩片，小片者取出壓電電壓搭配後端電路的設計以產生兩穩定直流訊號</p>	<p>相較於以往後端電路的設計常得透過外部電源的供給，本論文則確實達到系統自給自足的目的。</p>

	源供給系統電路中主動元件所需。	
--	-----------------	--

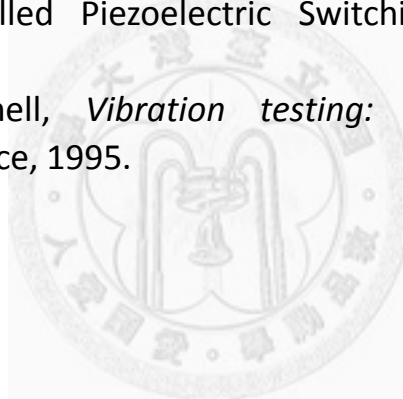
6.2 未來展望

從壓電材料的發現至今一百多年，相關的研究則不斷的突破，當日本橋樑地面鋪設壓電材料、行人步道鋪設壓電地磚，儲存之能量足以供給路燈照明用；以及車站進出站感應票口地面同樣鋪設壓電地磚，儲存之能量也足以做為 RFID 感應器之電源，因此成熟的研究成果和可行性成就了研究的動力來源，來系統自供電的議題也在近期受到廣泛的討論，本論文則針對此提出了一些想法，利用感應線圈來驅動後端電路，然而感應線圈是否也同時可達到能量擷取的目的。陶瓷壓電材料的鋪設，系統自供電取用了其中面積較小之壓電片，然而壓電片面積大小仍可找到最佳化的設計以避免不必要的能量損耗。再者，本論文設計之新夾具可置放兩支懸臂樑，除了壓電能量的擷取更大以外，再次藉由感應線圈不受共振頻率的影響提升系統寬頻的效果。

參考文獻

- [1] W. J. Wu, A. Wickenheiser, T. Reissman, and E. Garcia, "Modeling and experimental verification of synchronized discharging techniques for boosting power harvesting from piezoelectric transducers," *Smart Materials and Structures*, vol. 18, p. 055012, 2009.
- [2] J. Liang and W. H. Liao, "Piezoelectric energy harvesting and dissipation on structural damping," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 20, p. 515, 2009.
- [3] Y. Y. Chen, D. Vasic, F. Costa, W. J. Wu, and C. K. Lee, "Self-powered piezoelectric energy harvesting device using velocity control synchronized switching technique," pp. 1785-1790, 2010.
- [4] S. Roundy, P. K. Wright, and J. Rabaey, "A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes," *Computer Communications*, vol. 26, pp. 1131-1144, 2003.
- [5] S. Roundy, E. S. Leland, J. Baker, E. Carleton, E. Reilly, E. Lai, B. Otis, J. M. Rabaey, P. K. Wright, and V. Sundararajan, "Improving power output for vibration-based energy scavengers," *Pervasive Computing, IEEE*, vol. 4, pp. 28-36, 2005.
- [6] D. Robert, W. J. Wu, Y. Y. Chen, and F. Costa, "A Hybrid Piezoelectric and Electromagnetic Energy Harvesting Device," *International Conference on Adaptive Structures and Technologies*, p. 13, October 6-9 2008.
- [7] V. R. Challa, M. Prasad, and F. T. Fisher, "A coupled piezoelectric|Velectromagnetic energy harvesting technique for achieving increased power output through damping matching," *Smart Materials and Structures*, vol. 18, p. 095029, 2009.
- [8] 吳朗, "電子陶瓷：壓電陶瓷," 全欣資訊圖書股份有限公司, 1994.
- [9] C. K. Lee, *Piezoelectric laminates for torsional and bending modal control: theory and experiment*: Cornell University, May, 1987.
- [10] C. K. Lee, W. W. Chiang, and T. Oj|Sullivan, "Piezoelectric modal sensor/actuator pairs for critical active damping vibration control," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 90, p. 374, 1991.

- [11] W. P. Mason, *Electromechanical transducers and wave filters*: Van Nostrand Reinhold, 1946.
- [12] K. Van Dyke, "The electric network equivalent of a piezoelectric resonator," *Phys. Rev*, vol. 25, p. 895, 1925.
- [13] L. R. Corr and W. W. Clark, "Comparison of low-frequency piezoelectric switching shunt techniques for structural damping," *Smart Materials and Structures*, vol. 11, p. 370, 2002.
- [14] A. Badel, D. Guyomar, E. Lefeuvre, and C. Richard, "Piezoelectric energy harvesting using a synchronized switch technique," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 17, p. 831, 2006.
- [15] Y. Shu and I. Lien, "Efficiency of energy conversion for a piezoelectric power harvesting system," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 16, p. 2429, 2006.
- [16] Y. P. Liu, D. Vasic, F. Costa, W. J. Wu, and C. Lee, "Velocity-Controlled Piezoelectric Switching Energy Harvesting Device," 2009.
- [17] K. G. McConnell, *Vibration testing: theory and practice*: Wiley-Interscience, 1995.



附錄一

$$\int F(t)\dot{u}(t)dt = \int M\ddot{u}(t)\dot{u}(t)dt + \int K_E u(t)\dot{u}(t)dt + \int C\dot{u}^2(t)dt + \int \alpha V(t)\dot{u}(t)dt \quad (3.8)$$

其中 $\int M\ddot{u}(t)\dot{u}(t)dt = \int M \frac{d\dot{u}(t)}{dt} \dot{u}(t)dt$

$$= \int M\dot{u}(t)d\dot{u}(t)$$

$$= \frac{1}{2} M\dot{u}^2(t)$$

同理可導出 $\int K_E u(t)\dot{u}(t)dt = \frac{1}{2} K_E u^2(t)$

方程式(3.8)可寫為 $\int F(t)\dot{u}(t)dt = \frac{1}{2} M\dot{u}^2(t) + \frac{1}{2} K_E u^2(t) + \int C\dot{u}^2(t)dt + \int \alpha V(t)\dot{u}(t)dt$ (3.9)

$$\int F(t)\dot{u}(t)dt = \int C\dot{u}^2(t)dt + \int \alpha V(t)\dot{u}(t)dt \quad (3.10)$$

假設 $F(t) = F_m \sin(\omega t)$ 而 $u(t) = u_m \sin(\omega t - \theta)$

透過二倍角及和差化積公式可分解 $F(t)$ 和 $u(t)$ ：

其中 $\int F(t)\dot{u}(t)dt$

$$= \int F_m \sin(\omega t) [\omega u_m \cos(\omega t) \cos \theta + \omega u_m \sin \theta \sin(\omega t)] dt$$

$$\begin{aligned}
&= \int \frac{F_m \omega u_m \cos \theta}{2} \sin(2\omega t) dt + \int F_m \omega u_m \sin \theta \left(\frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} \right) dt \\
&= \frac{F_m \omega u_m \cos \theta}{2} \cdot \frac{-1}{2\omega} \cos(2\omega t) \Big|_{0 \rightarrow \frac{T}{2}}
\end{aligned}$$

當操作在共振頻率時力與位移一次微分項同相位，因此，

$$\int F(t) \dot{u}(t) dt = \frac{\pi}{2} F_m u_m$$

$$\text{又 } \int C \dot{u}^2(t) dt = \int C u_m^2 \omega^2 \cos^2(\omega t) dt$$

$$= C u_m^2 \omega^2 \left[\int_0^{\frac{T}{2}} \frac{1}{2} dt + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{T}{2}} \cos(2\omega t) dt \right]$$

$$= \frac{\pi}{2} C u_m^2 \omega$$

代入方程式即可得位移 $u(t)$

$$u_m = \frac{F_m}{C\omega + [2\alpha^2 R\omega / (RC_p \omega + \frac{\pi}{2})^2]}$$

(4.11)

附錄二

$$\frac{V(t)}{R} = \alpha i(t) - C_p \dot{V}(t)$$

假設 $u(t) = -u_m \cos(\omega t)$ 而電壓邊界條件為 $V(0) = V\left(\frac{T}{2}\right)e^{-\frac{\pi}{2Q_t}}$

$$\dot{V}(t) + \frac{1}{RC_p} V(t) = \frac{\alpha \omega u_m}{C_p} \sin(\omega t) \quad (*)$$

此為一階一次線性 O.D.E，先求通解：

令 $V(t) = e^{mt}$ 代入 $\dot{V}(t) + \frac{1}{RC_p} V(t) = 0$

得 $V_h(t) = C_1 e^{-\frac{t}{RC_p}}$

再求異解：

令 $V_p(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ 代入(*)

$$-A\omega \sin(\omega t) + B\omega \cos(\omega t) + \frac{1}{RC_p} (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) = \frac{\alpha \omega u_m}{C_p} \sin(\omega t)$$

$$\left(\frac{B}{RC_p} - A\omega\right) \sin(\omega t) + \left(B\omega + \frac{A}{RC_p}\right) \cos(\omega t) = \frac{\alpha \omega u_m}{C_p} \sin(\omega t)$$

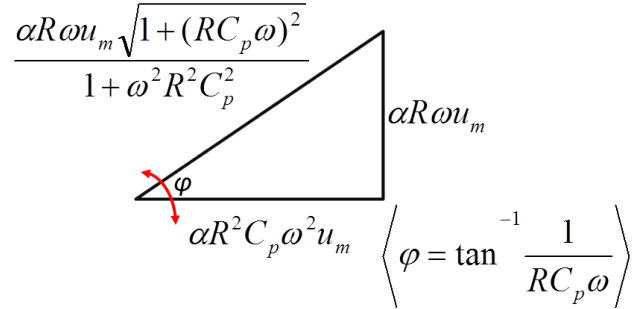
$$B\omega + \frac{A}{RC_p} = 0 \Rightarrow B = \frac{-A}{RC_p \omega} = \frac{-\alpha R \omega u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2}$$

$$\frac{1}{RC_p} \left(\frac{-A}{RC_p \omega}\right) - A\omega = \frac{\alpha \omega u_m}{C_p} \Rightarrow A = \frac{-\alpha R^2 C_p \omega^2 u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2}$$

$$V_p(t) = \frac{-\alpha R^2 C_p \omega^2 u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2} \text{Cos}(\omega t) + \frac{\alpha R \omega u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2} \text{Sin}(\omega t)$$

因此 $V(t) = V_h(t) + V_p(t)$

$$V(t) = C_1 e^{-\frac{t}{RC_p}} + \frac{-\alpha R^2 C_p \omega^2 u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2} \text{Cos}(\omega t) + \frac{\alpha R \omega u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2} \text{Sin}(\omega t)$$



$$V(0) = C_1 + \frac{-\alpha R^2 C_p \omega^2 u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2}$$

$$V\left(\frac{T}{2}\right) e^{-\frac{\pi}{2Q_l}} = e^{-\frac{\pi}{2Q_l}} \left[C_1 e^{-\frac{\pi}{RC_p \omega}} + \frac{\alpha R^2 C_p \omega^2 u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2} \right]$$

則 $V(0) = V\left(\frac{T}{2}\right) e^{-\frac{\pi}{2Q_l}} \Rightarrow C_1 = \frac{\alpha R^2 C_p \omega^2 u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}}{e^{\frac{\pi}{2Q_l}} - e^{-\frac{\pi}{RC_p \omega}}}$

$$V(t) = \frac{\alpha R^2 C_p \omega^2 u_m}{1 + \omega^2 R^2 C_p^2} \cdot \frac{1 + e^{-\frac{\pi}{2Q_l}}}{e^{\frac{\pi}{2Q_l}} - e^{-\frac{\pi}{RC_p \omega}}} e^{-\frac{t}{RC_p}} - \frac{\alpha R \omega u_m}{\sqrt{1 + (RC_p \omega)^2}} \text{Cos}(\omega t + \varphi) \quad (4.19)$$