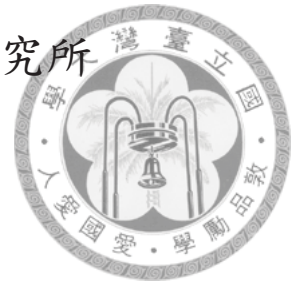


國立臺灣大學理學院應用物理學研究所



碩士論文

Graduate Institute of Applied Physics

College of Science

National Taiwan University

Master Thesis

以Gerchberg-Saxton方法和近遠場二階相關性質重建
被毛玻璃遮蔽的物體影像之研究

Using Gerchberg-Saxton Method and Second Order
Correlation of Near Field and Far Field to Reconstruct an
Image of Object Sheltered by Ground Glass

許宏亘

HUNG-HSUAN HU

指導教授：石明豐博士

Advisor: MING-FENG SHIH, Ph.D.

中華民國 103 年 7 月

July, 2014

致謝

在這個實驗室裡，石老師最注重的就是思考與實踐的精神，想到可行的方案就可以自由的來實踐，由於石老師的指導風格很自由，所以讓我能夠嘗試自行構想自己的實驗執行方案、自行找尋相關的學術文件；最重要的是老師會給學生自由的嘗試錯誤，因為在執行初步的執行方案之過程中，每一個步驟之細節都有可能會是影響全局結果的重要因素，而我也透過犯下這些錯誤來學習更多東西，感謝石老師讓我有這種執行一項獨立計畫的經驗。

陳致融學長在實驗室裡可以算是老師的手下大將，感謝學長常常提醒我不要錯誤使用實驗儀器、如何做才能有好的光路架設，而在這兩年內我也常常藉機找學長無厘頭式的討論問題，我才能完成實驗的執行，因此我還要感謝學長耐心和我討論，也就是因為我常常與學長討論問題，所以我才能夠學到這麼多光學實驗的經驗。我還要祝學長以後能夠在流體光學的領域上有更多的突破，希望學長未來可以在學術界有更多的成就。

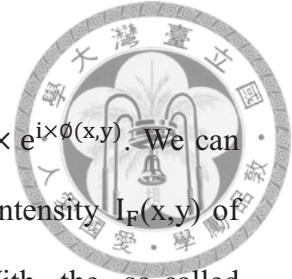
最後，我們認為讓電腦擁有自動化即時影像分析的功能是未來電腦科技中一項重要的領域，這個領域對於機器人視覺是很重要的一項技術，雖然本論文的光學實驗所討論的事物與自動化即時影像分析領域不一樣，但是我想我未來的方向應該是在這個地方。

Abstract

The mathematical form of light field is known as $\sqrt{I(x,y)} \times e^{i\phi(x,y)}$. We can only measure the near-field light intensity $I_N(x,y)$ and far-field intensity $I_F(x,y)$ of an object with a simple intensity camera or detector. With the so-called Gerchberg-Saxton Method, we could generate a pair of complex numbers of $\sqrt{I_N(x,y)} \times e^{i\phi_N(x,y)}$ and $\sqrt{I_F(x,y)} \times e^{i\phi_F(x,y)}$, each has its own phase information. This iterative method is generally being used in systems without disturbing medium_ (such as ground glass), so the initial- guessed $e^{i\phi_{\text{Constant}}}$ could be assumed to be spatially uniform.

However, if we want to use this method in system with disturbing medium_ (such as ground glass), we need to guess an appropriate initial condition. In this thesis, we find the correlation between the region in the near-field and the region in the far-field using optical second order correlation. With this information, we obtain the phase introduced by the ground glass. To verify the validity of the result, we also perform an interference experiment and find very good agreement. In the last chapter of this thesis we use the improved Gerchberg-Saxton Method to match the near-field and far-field light field. We also try to reconstruct the image of the object blocked by a ground glass.

Keyword: Near-field, Far-field, Fourier pair, Optical second order correlation, Gerchberg-Saxton method, Ground glass.



中文摘要

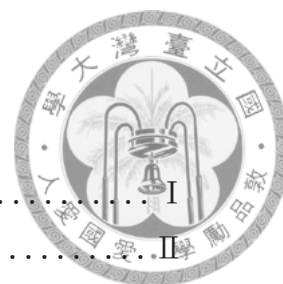


光的電場數學形式是 $\sqrt{I(x,y)} \times e^{i \times \phi(x,y)}$ ，我們只能使用量測光強度的攝影機或是偵測器來量物體的近場光強度 $I_N(x,y)$ 和物體的遠場繞射光強度 $I_F(x,y)$ ；但是藉由被稱為 Gerchberg-Saxton Method 的傅立葉疊代法，我們可產生一組各自帶有相位資訊之複數近場 $\sqrt{I_N(x,y)} \times e^{i \times \phi_N(x,y)}$ 、複數遠場 $\sqrt{I_F(x,y)} \times e^{i \times \phi_F(x,y)}$ 。這個方法一般都是應用在沒有擾動介質(毛玻璃)之簡單系統中，因此初始條件 $e^{i \times \text{Constant}}$ 可以被假設為空間均勻的。

然而，如果我們想要把傅立葉配對疊代法(Gerchberg-Saxton Method)應用在有擾動介質(毛玻璃)的系統之下，我們就需要猜一個適當的初始條件。在本論文中，我們將光學二階相關性質應用在找出近場影像、遠場影像之相關區域，並藉由近遠場相關區域找出毛玻璃相位。為了驗證其解的正確性，我們以毛玻璃干涉實驗來確認其計算結果，並得到很好的驗證。在論文的最後一個章節中，我們利用改良的 Gerchberg-Saxton Method 找出適當的近遠場電場，並且試著重建被毛玻璃所擋住的物體形狀。

關鍵詞：近場，遠場，傅立葉配對，光學二階相關性，Gerchberg-Saxton Method，毛玻璃。

目錄



口試委員審定書	
致謝	
Abstract	I
中文摘要	II
第 1 章 緒論	III
1-1 鬼成像	1
1-2 從雜訊中解析影像	4
1-3 分辨來自不同方向且重疊的混亂光	5
1-4 研究動機	6
1-5 Gerchberg-Saxton method 以及問題架構	8
第 2 章 問題的定義與近場影像與遠場影像	
2-1 定義問題及其解決方案	10
2-2 定義近場影像、遠場影像	12
2-3 混亂光源之下的近場與遠場	15
第 3 章 電腦模擬流程	
3-1 毛玻璃的模型	19
3-2 近場與遠場相關性	23
3-3 找近場相關區域與遠場相關光團之演算法	25
3-4 毛玻璃空間相位解	28
第 4 章 實驗	
4-1 毛玻璃製作與實驗校正	30
4-2 光路架設與實驗過程	32
4-3 實驗結果	34
4-4 干涉比較	37
第 5 章 後續工作	
5-1 Gerchberg-Saxton method I	41
5-2 Gerchberg-Saxton method II	44
5-3 提出影像回解流程	46
5-4 成果	48
5-5 結論與未來目標	53
參考文獻	56

圖目錄

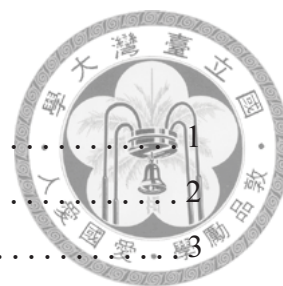


圖 1.1 糾纏光子之鬼成像架設、物體圖及其計算結果圖[1].....	1
圖 1.2 混亂光斑之鬼成像架設、及其計算結果圖[5].....	2
圖 1.3 鬼成像 3-D 造影示意圖[6].....	3
圖 1.4 上下左右四個偵測器各自的鬼成像[6].....	3
圖 1.5 陳政安的實驗架設圖[7].....	4
圖 1.6 從 P+Q 光斑解析影像 L[7].....	4
圖 1.7 胡彥同的實驗架設圖[8].....	5
圖 1.8 實驗裝置(圖 1.7)所得的近場影像以及遠場影像、及其計算結果[8]... 5	5
圖 1.9 物體光從大氣到視網膜的流程圖.....	6
圖 1.10 自適應光學系統示意圖 http://www.answers.com/topic/adaptive-optics . 6	6
圖 1.11 微小透鏡組(Lenslets)功能的示意圖[11].....	7
圖 1.12 適用 Gerchberg-Saxton method 的情況.....	8
圖 1.13 Gerchberg-Saxton method 的演算法[9].....	8
圖 1.14 二元圖 BIRD、FISH (a)、一次遞迴輸出(b)、二次遞迴輸出(c)[10]... 9	9
圖 1.15 問題架構圖.....	9
圖 2.1 一般人眼看物體的情況.....	10
圖 2.2 物體光受毛玻璃影響而人眼無法清楚成像.....	10
圖 2.3 解決問題之構想圖.....	11
圖 2.4 沒有毛玻璃與散光碟片的光路.....	12
圖 2.5 物體的影像 L(模擬)與近場光強度影像(模擬).....	13
圖 2.6 物體的影像 L(實驗)與近場光強度影像(模擬).....	13
圖 2.7 物體的影像 L(實驗)與近場光強度影像(實驗).....	13
圖 2.8 實驗上看到之非混亂光源遠場光強度影像.....	14
圖 2.9 模擬得到之非混亂光源遠場光強度影像.....	14
圖 2.10 近場光斑 $I_{N1}(t)$ 、 $I_{N2}(t)$ 與遠場光團 $Far(I_{N1}(t))$ 、 $Far(I_{N2}(t))$	15
圖 2.11 沒有毛玻璃但有散光碟片的光路.....	16
圖 2.12 模擬之混亂光源的光斑(左)與實驗量測之混亂光源的光斑(右).... 16	16
圖 2.13 混亂光源光斑一.....	17
圖 2.14 混亂光源光斑二.....	17
圖 2.15 混亂光源光斑三.....	17
圖 2.16 混亂光源光斑四.....	17
圖 2.17 非混亂光源的遠場(左)與混亂光源的遠場(右).....	17

圖 2.18 兩張不同的混亂光源之遠場影像	18
圖 3.1 沒散光碟片但有毛玻璃的光路(上)與光行進到毛玻璃之情況(下)	19
圖 3.2 給定的毛玻璃的空間相位(左)與被光照亮的毛玻璃區域(右)	20
圖 3.3 近場的光強度分布(上)與遠場光強度分布(下)	21
圖 3.4 連續且平滑的毛玻璃空間分布	22
圖 3.5 實驗上的近場影像(上)與遠場光團強度分布影像(下)	22
圖 3.6 有毛玻璃與散光碟片的系統	23
圖 3.7 左側是 $I_N^{T1}(x,y)$ 、右側是 $I_F^{T1}(x,y)$ ，(電腦模擬)	24
圖 3.8 左側是 $I_N^{T2}(x,y)$ 、右側是 $I_F^{T2}(x,y)$ ，(電腦模擬)	24
圖 3.9 左側是 $I_N^{Tavg}(x,y)$ 、右側是 $I_F^{Tavg}(x,y)$ ，(電腦模擬)	25
圖 3.10 左側是 $I_N^{Tavg}(x,y)$ 、右側是 $I_F^{Tavg}(x,y)$ ，(實驗)	25
圖 3.11 左圖是 $\Delta I_N^{T1}(x,y)$ 、右圖是 $\Delta I_F^{T1}(x,y)$ ，(電腦模擬)	26
圖 3.12 左圖是 $\Delta I_N^{T2}(x,y)$ 右圖是 $\Delta I_F^{T2}(x,y)$ ，(電腦模擬)	26
圖 3.13 近場相關區域 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與遠場 pixel(a,b)之對應圖—A	27
圖 3.14 近場相關區域 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與遠場 pixel(c,d)之對應圖—B	27
圖 3.15 近場相關區域 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與遠場 pixel(e,f)之對應圖—C	27
圖 3.16 隨機給定的毛玻璃空間相位區塊分布	28
圖 3.17 解出來的毛玻璃空間相位區塊分布	28
圖 3.18 回解相位圖與隨機給定相位圖之相減圖	29
圖 3.19 平均的近場光強度 $I_N^{Tavg}(x,y)$	29
圖 4.1 毛玻璃的影像	30
圖 4.2 CCD power VS pixel-count 圖	30
圖 4.3 正方形校正片	31
圖 4.4 50 μ m干涉片	31
圖 4.5 實驗光路圖	32
圖 4.6 某時刻的近場影像(混亂光)	33
圖 4.7 某時刻的遠場影像(混亂光)	33
圖 4.8 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—A	34
圖 4.9 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—B	34
圖 4.10 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—C	34
圖 4.11 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—D	34
圖 4.12 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—E	35
圖 4.13 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—F	35



圖 4.14	$CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—G	35
圖 4.15	$CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—H	35
圖 4.16	不同視角俯視毛玻璃的空間相位區塊圖	36
圖 4.17	毛玻璃干涉實驗架設	37
圖 4.18	干涉實驗解釋圖	37
圖 4.19	干涉影像(左上、左下)與所測量得到的毛玻璃相位圖(右下)	38
圖 4.20	毛玻璃干涉實驗影像(左)與主光與參考光之干涉條紋(右)	39
圖 4.21	φ_{AC} 之相位(左)與毛玻璃干涉圖(右)	40
圖 4.22	φ_{BC} 之相位(左)與毛玻璃干涉圖(右)	40
圖 5.1	沒有毛玻璃的系統(簡化圖)	41
圖 5.2	Gerchberg-Saxton method I 流程圖	42
圖 5.3	不同 z 距離的回推圖	42
圖 5.4	不同初始條件所得之遞迴結果比較圖	44
圖 5.5	有毛玻璃的系統(簡化圖)	44
圖 5.6	Gerchberg-Saxton method II 流程圖	45
圖 5.7	有毛玻璃的系統(簡化圖)	46
圖 5.8	兩步驟流程圖	46
圖 5.9	左圖是 $I_N^{Tavg}(x,y)$ 、右圖是 $I_F^{Tavg}(x,y)$ ，(實驗)	47
圖 5.10	四步驟流程圖	47
圖 5.11	z_1 平面光強度(左)與回解之電場 E_{near} 空間相位(右)	48
圖 5.12	遠場光強度(左)與回解之電場 E_{near} 的傅立葉轉換(右)	48
圖 5.13	空間相位 A_{00} (左)與毛玻璃空間相位 P_0 (右)	49
圖 5.14	電場 E 的空間相位(左)與 E_{near} 的空間相位(右)	50
圖 5.15	E_{near} 之傅立葉轉換(左)與電場 E 之傅立葉轉換(右)	50
圖 5.16	某張 z_0 平面的回推影像(左)與 500 張回推的平均圖(右)	51
圖 5.17	不同逆行進距離之下，物體影像回解圖的平均—L	52
圖 5.18	不同逆行進距離之下，物體影像回解圖的平均—T	52
圖 5.19	後續實驗架構圖 I	54
圖 5.20	後續實驗架構圖 II	55



第 1 章 緒論



1-1 鬼成像

近年來，光學領域有很多關於鬼成像(Ghost image)方面的研究，這些研究初始於糾纏光子態之實驗[1]，這個實驗利用了成對光源(糾纏態光源)之隨時間變化的光強度之相關性質(光強度是電場的平方，所以我們稱此相關性質為二階相關性質)，鬼成像原始架設如圖 1.1 最上側，圖 1.1 中間則是擺在 aperture 上的 UMBC 物體。雷射經過晶體中自發性參數向下轉換後成為糾纏態光子對，取名為 signal 和 idler、它們分別被 D_1 偵測器和 D_2 偵測器所偵測到； D_1 偵測器沒有空間解析能力，只能偵測總光強度，而 D_2 架在 x-y 平台上，有 x-y 掃描的空間解析能力。有解析空間能力的偵測器 D_2 只能偵測 idler 光，沒有空間解析度的偵測器 D_1 只能偵測物體之總光強度，但是透過將這兩者資訊作二階相關計算，可以得到回解影像，如圖 1.1 最下側；因為兩個偵測器各別都沒有偵測影像的能力，而需要利用二階相關計算來得到物體影像，所以這樣的成像方式被人取名為鬼成像。

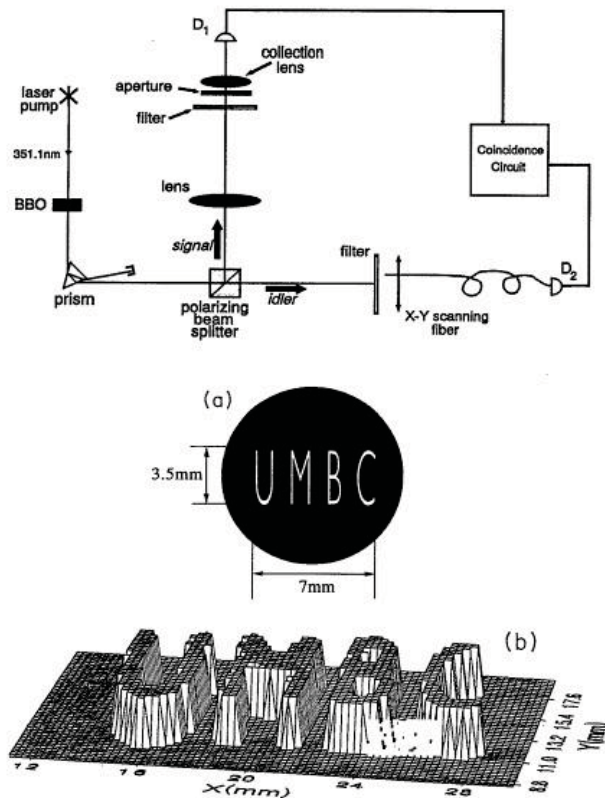


圖 1.1 糾纏光子之鬼成像架設、物體圖及其計算結果圖[1]

以上實驗所使用的糾纏態光源具備光強度變化的二階相關性質，而讓混亂光源經過分光鏡所產生的兩道光，同樣也具備光強度變化的二階相關性質；因此使用一般的混亂光源也能執行鬼成像實驗[3,4,5]。如圖 1.2(a)所示，一道水平的雷射光經過了散光碟片(Diffuser)，變成了混亂光源，這道混亂光源被分光鏡分成兩道光，各自前進一段距離 L 之後，一道通過物體(object)之平面，被透鏡(collecting lens)收集到桶偵測器(bucket detector)，以 B_N 表示；另一道則被 CCD 攝影機所偵測，以 $I_N(x,y)$ 表示。桶偵測器只有單一感光元件，不像一般 CCD 攝影機是由多個感光元件組合而成的，所以沒有空間解析能力，其偵測的數值就是通過物體的光之總光強度值；他們利用這兩個訊號之光學二階相關性質(如圖 1.2 右上角的兩道式子所表示)，就可以做出鬼成像 $G(x,y)$ ，如圖 1.2 右下角的左側幽靈。另外，這個實驗有一個改良版，如圖 1.2(b)所示，雷射經過空間光調變器(SLM)變成混亂光源，這道混亂光源行進一段距離 L ，通過物體(object)所在平面之後，再被透鏡(collecting lens)收集到偵測器(bucket detector)上面。因為 SLM 的圖樣可由電腦產生，所以他們可以通過惠更斯－菲涅耳原理(Huygens - Fresnel principle)來推算出在物體平面上的光強度空間分布，如圖 1.2 右下角的右側光斑影像。而由推算出的光強度空間分布、以及偵測器量的總光強度值，就可以利用光學二階相關性來做鬼成像 $G(x,y)$ 。

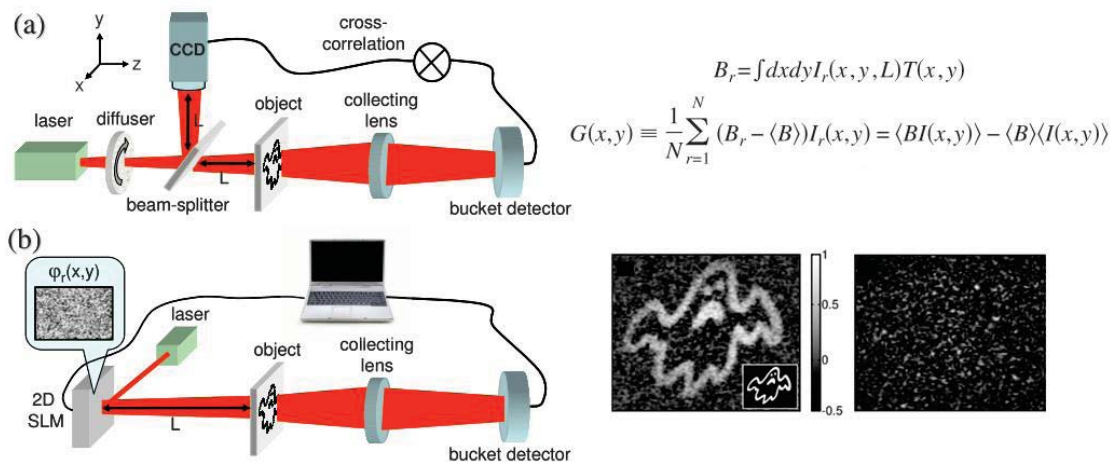


圖 1.2 混亂光斑之鬼成像架設、及其計算結果圖[5]

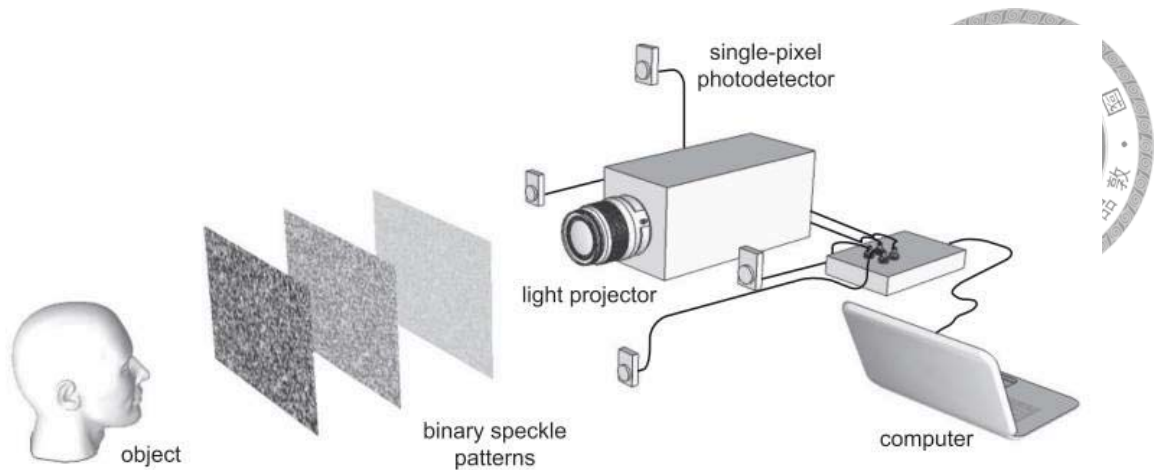


圖 1.3 鬼成像 3-D 造影示意圖[6]

2013 年 B. Sun、M. P. Edgar、R. Bowman、L. E. Vittert、S. Welsh、A. Bowman、M. J. Padgett 等人在 Science 期刊上面提出以鬼成像作 3D 造影的應用[6]。如圖 1.3 所示，在臉部模型的正前方擺一台投影機，投影機產生一張二元光斑投影片之後，就用電腦記錄下此二元光斑圖，並在同一時間將四個 bucket detector(桶偵測器)各自擺在上下左右之位置，以記錄從臉部模型反射到四個桶偵測器的光強度讀值。他們產生多張二元光斑之後，利用以上兩種資訊(二元光斑、四個偵測器的光強度值)，就可以用光學二階相關性、以及幾何光學的反射原理來做上下左右之鬼成像，並且從分析這四張鬼成像的強度分布，而得到臉部模型的三維空間資訊，如圖 1.4。這個實驗首次讓鬼成像從二維成像進入三維造影應用領域，因為它不需要空間解析能力的偵測器，所以未來應用範圍應該很廣泛。

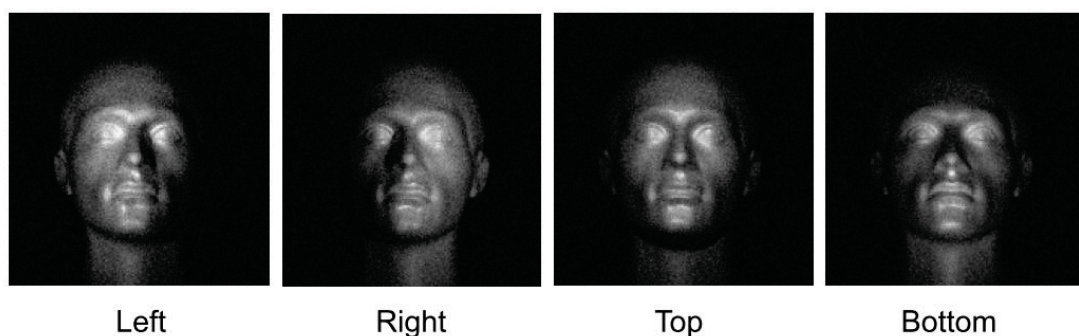


圖 1.4 上下左右四個偵測器各自的鬼成像[6]



1-2 從雜訊中解析影像

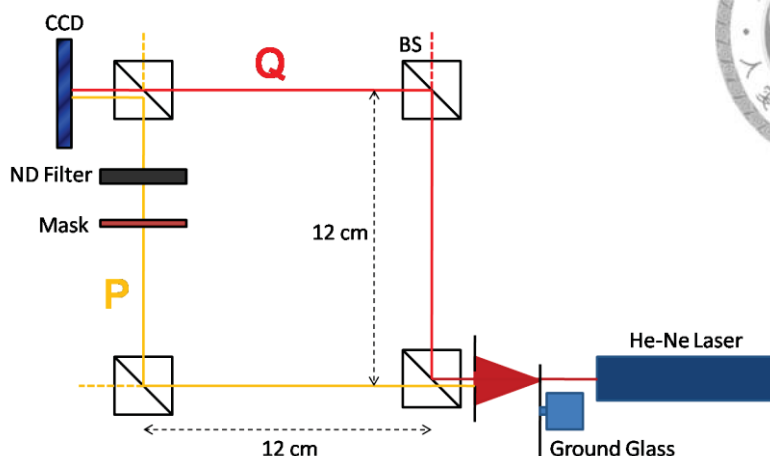


圖 1.5 陳政安的實驗架設圖[7]

如上圖 1.5 所示，在陳政安的研究中[7]，他利用散光碟片(即圖中的 Ground Glass)製造混亂光源，再將其分成通過物體的訊號光 P、以及雜訊光 Q，訊號光 P 的強度為雜訊光 Q 的十分之一或百分之一，然後把這兩道光合起來變成 P+Q，並以一台 CCD 攝影機觀察之，此影像如圖 1.6 左側所示，只有混亂光斑，而看不出此混亂光斑上所載有的影像資訊。當雷射照在散光碟片新的位置時，每一張 P+Q 影像都可以得到兩個資訊，第一個資訊是 B_N ，也就是 CCD 攝影機全部 pixel 的加總讀值 B_N ，就像 bucket detector 量到之總光強度一樣；而第二個資訊是 $I_N(x,y)$ ，也就是有空間解析度之 CCD 攝影機每一個 pixel 的光強度。他利用光學二階相關性質 $G(x,y) = \frac{1}{N} \sum_N [(B_N - \langle B_N \rangle) \times I_N(x,y)]$ ，依然可以從 N 張不同的混亂 P+Q 光斑中，推算出帶有訊息 P 之 $G(x,y)$ 影像，如圖 1.6 右側。

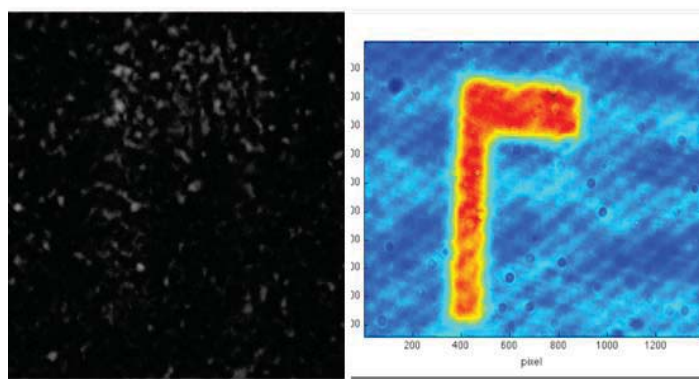


圖 1.6 從 P+Q 光斑解析影像 L[7]



1-3 分辨來自不同方向且重疊的混亂光

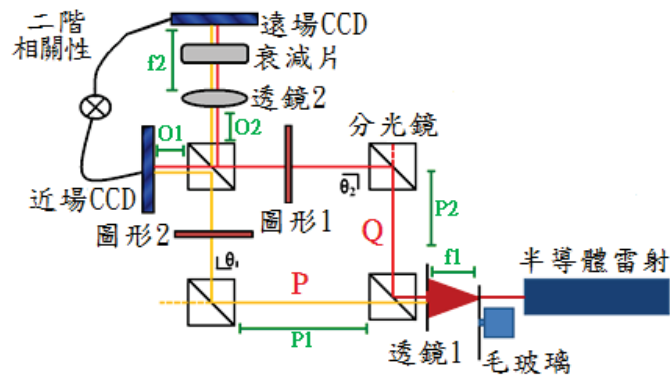


圖 1.7 胡彥同的實驗架設圖[8]

如圖 1.7 所示，在胡彥同的研究中[8]，使用散光碟片(即圖中的毛玻璃)將雷射光打亂，再分成 P、Q 兩道光，Q 是通過圖形 1 之訊號光、P 是通過圖形 2 之訊號光。然後以透鏡 2 匯聚 P+Q 光斑到遠場 CCD 攝影機上，其資訊取名為 $I_{Far}(x,y)$ ；同時以近場 CCD 攝影機觀察 P+Q 光斑，其資訊取名為 $I_{Near}(x,y)$ 。他些微調整右上與左下兩分光鏡之角度，使兩道光些微地非正向入射，這樣就有兩道非正向入射且重疊的光斑 P+Q 在近場 CCD 攝影機上面。

如圖 1.8 左上側及右上側分別是近場影像、遠場影像，遠場有兩個光團，分別屬於 P 或 Q，他挑選遠場 \vec{K} 空間某個光團附近的某 pixel (a,b) 之讀值 $I_{Near}(a,b)$ 為 B_N ，這就是第一個資訊，而第二個資訊則是 $I_{Near}(x,y)$ 。有了兩個用來做近遠場光學二階相關性質之資訊，就可知道 \vec{K} 空間兩個光團分別所屬之近場區域，這樣就分辨出 P+Q 之重疊光斑的各自形狀與方向，即可得到如圖 1.8 的左下側及右下側的影像，也就是把兩個重疊影像解析出來。

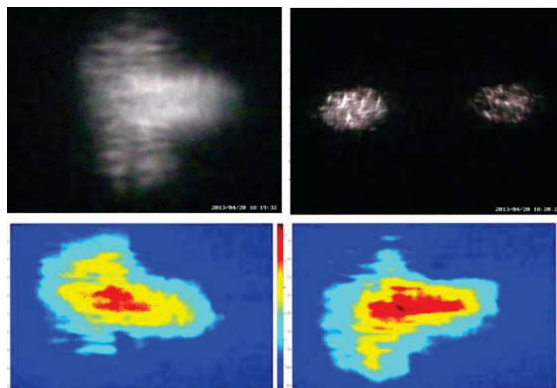


圖 1.8 實驗裝置(圖 1.7)所得的近場影像以及遠場影像、及其計算結果[8]



1-4 研究動機

當我們穿過毛玻璃看著窗戶外時，看到的影像總是模糊不清，類似的問題有觀察大氣層之外的星光時，光的空間相位總是被大氣介質影響，而模糊了所要觀察的影像。這個問題可以被理解成圖 1.9，物體光源行徑了一段路徑，而因為擾動介質影響光的空間相位的原因，造成我們的水晶體沒辦法清楚地視網膜上成像出原來物體的樣子。

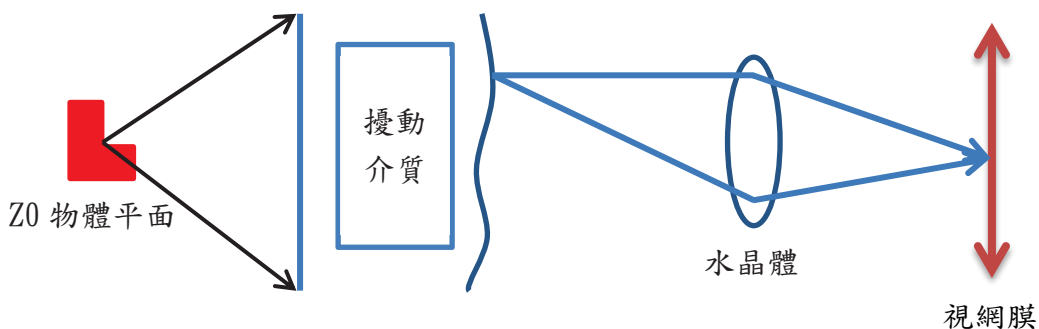


圖 1.9 物體光受介質擾動而無法清楚成像

這也是在自適應光學領域中要處理的問題，如圖 1.10，自適應光學系統使用波前偵測器(Wavefront Sensor)來偵測被扭曲的波前，並以自動控制系統來調整可調變鏡子(Deformable Mirror)，這樣就可以從量到的扭曲波前相位來補償光的相位，以得到好的成像品質。這是相當普遍的作法，但是儀器中必須使用到波前偵測器、以及調變鏡子。

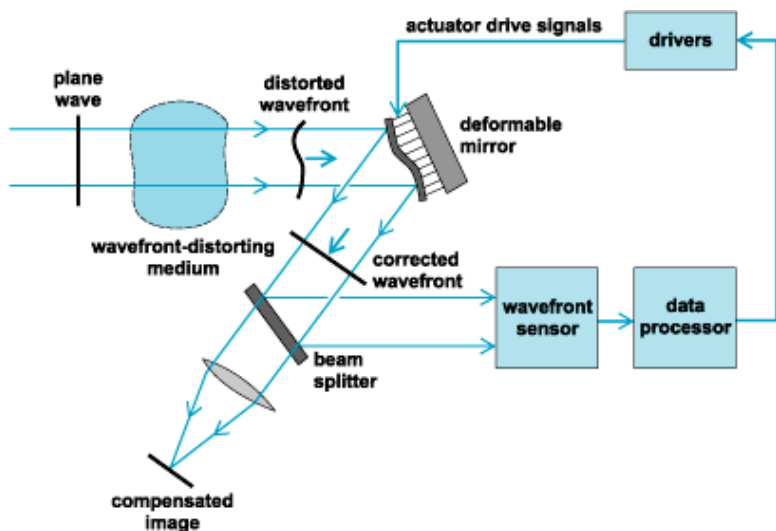


圖 1.10 自適應光學系統示意圖 <http://www.answers.com/topic/adaptive-optics>

目前波前偵測器最常見的就是 Shack-Hartmann Wavefront Sensor，如圖 1.11 所示，波前偵測器是以微小透鏡組(lenslets)來針對扭曲波前的一小部分做傅立葉轉換，由此一小部分之傅立葉轉換光團與原點(0,0)之間的位移向量就可以知道這一小部分區域的扭曲波前 \vec{K} 向量。

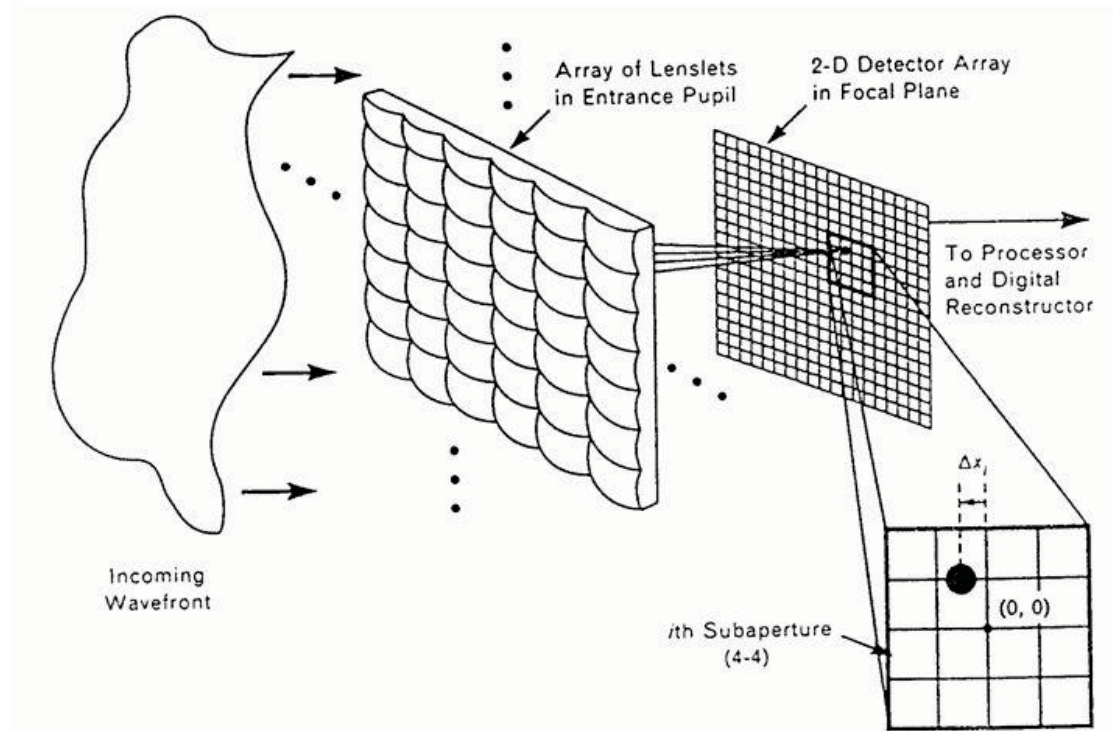
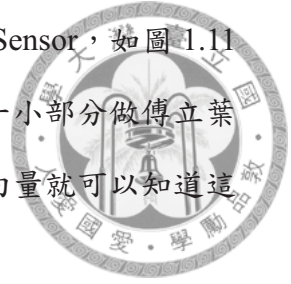


圖 1.11 微小透鏡組(Lenslets)功能的示意圖[11]

另外一方面，由於現今電腦領域的發達，依賴強大的電腦運算以及簡單的成像系統，我們認為自適應光學系統能夠將波前偵測器、調變鏡子從儀器中去掉，並且利用光學計算的方式求得扭曲波前的 \vec{K} 向量空間分布，從而回推遠方的物體影像。然而，要達到這個目標，就需要針對相位擾動介質對光波的影響機制，在演算法裡面做出相對應的相位調整，為了研究方便，我們以毛玻璃作為相位擾動介質。因此在本論文中，我們的主題就是找出毛玻璃影響光波前 \vec{K} 向量的分布，也就是毛玻璃的空間相位分布，並且在最後一個章節中提出一個看穿毛玻璃的方法。



1-5 Gerchberg-Saxton method 以及問題架構

如圖 1.12 所示，在測量上我們可以 CCD 攝影機偵測 Z1 平面光強度，即 $|f(x)|^2$ 以及 Z 無限遠處平面光的強度，即 $|F(u)|^2$ ；如果我們想知道 Z1 平面的光場相位與 Z 在無限遠處平面的光相位，我們只能將 $|f(x)| \times e^{i\theta_{z1}}$ 、 $|F(u)| \times e^{i\theta_{z\infty}}$ 與同一光源之同調雷射光干涉來得知。為了不用干涉的方法量測相位，Gerchberg-Saxton 利用 $f(x)$ 與 $F(u)$ 互相滿足傅立葉配對關係，提出一個非干涉方法，稱之為 Gerchberg-Saxton method，簡稱為 G-S method。

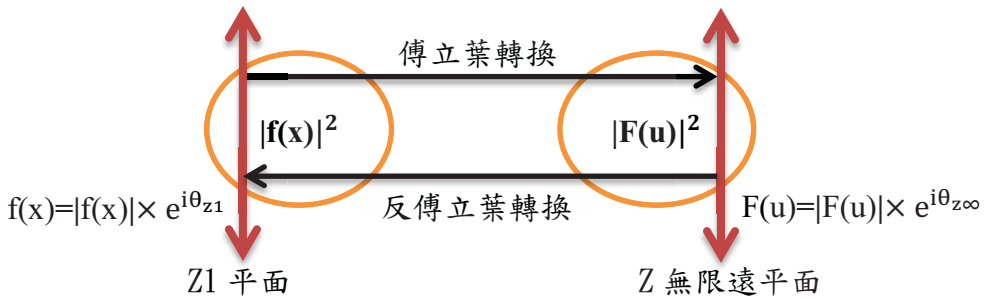
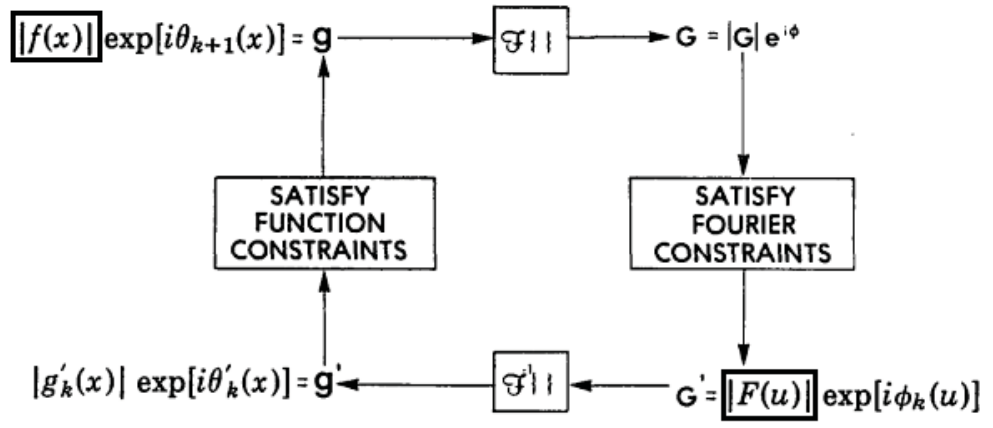


圖 1.12 適用 Gerchberg-Saxton method 的情況

G-S method 的實際操作就如同圖 1.13 所表示，將 $|f(x)|$ 與假設的複數 $e^{i\theta}$ 相乘得 g ，對 g 作傅立葉轉換得複數 G ，將 $|G|$ 以 $|F(u)|$ 取代並保留指數項，得複數 G' ；對 G' 作反傅立葉轉換得複數 g' ，將 $|g'|$ 以 $|f(x)|$ 取代並保留指數項，得複數 g ，結束一圈遞迴。經多次遞迴之後， g 與 G' 就會收斂成為一組互相滿足傅立葉配對的 $f(x)$ 、 $F(u)$ ，此時的複數 g 具有 $|f(x)|^2$ 的光場強度，而同時其相位也為已知。



Block diagram of the error-reduction (Gerchberg-Saxton) algorithm.

圖 1.13 Gerchberg-Saxton method 的演算法[9]

文獻[10]也說明了一個 G-S method 的應用，就是找出近場光強度為二元圖 BIRD 與遠場光強度為二元圖 FISH 的傅立葉配對關係。給定 $|f(x)|$ ，也就是 BIRD、以及 $|F(u)|$ ，也就是 FISH，希望找到一個相位 θ ，滿足 $|F(u)| = |FT(|f(x)| \times e^{i\theta})|$ 之條件；而這裡的初始假設 $e^{i\theta_0}$ 之決定並沒有特定的選擇，只要這個遞迴法的最後結果滿足 $|F(u)| = |FT(|f(x)| \times e^{i\theta_7})|$ 之條件即可。圖 1.14(a) 是 BIRD 二元圖與 FISH 二元圖，將它們帶入 G-S method 中，進行了一次的遞迴之後，得到了 $|FT(|f(x)| \times e^{i\theta_1})|$ ，如圖 1.14(b)。作了七次遞迴之後，則得到 $|FT(|f(x)| \times e^{i\theta_7})|$ ，如圖 1.14(c)，從這裡可以看出其結果已經比只有一次遞迴的結果好。

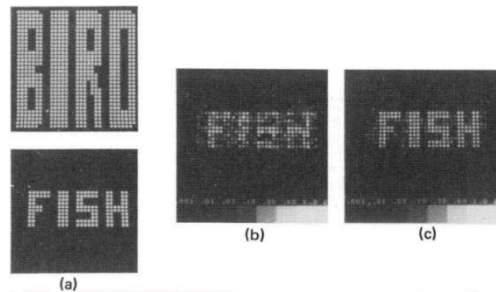


圖 1.14 二元圖 BIRD、FISH (a)、一次遞迴輸出(b)、七次遞迴輸出(c)[10]

本論文所要研究的問題架構如圖 1.15，因為 z_1 平面與毛玻璃平面相緊鄰，人眼不能看到 z_0 平面上的物體，而我們希望能夠透過光學計算來重現 z_0 物體平面上的物體形狀，也就是能夠透過毛玻璃，看到其後的物體。我們的構想是以光學二階相關性找出毛玻璃的空間相位區塊，再以 G-S method 找出 z_1 平面之電場 $f(x)$ ，對 $f(x)$ 補償毛玻璃空間相位之後，以光的逆運算回推 z_0 平面上的物體形狀；另外，因為我們的系統裡面存在毛玻璃平面，所以需要找適當的初始條件 $e^{i\theta_0}$ 來解電場 $f(x)$ ，這是我們的系統與文獻[10]的系統之間的不同。

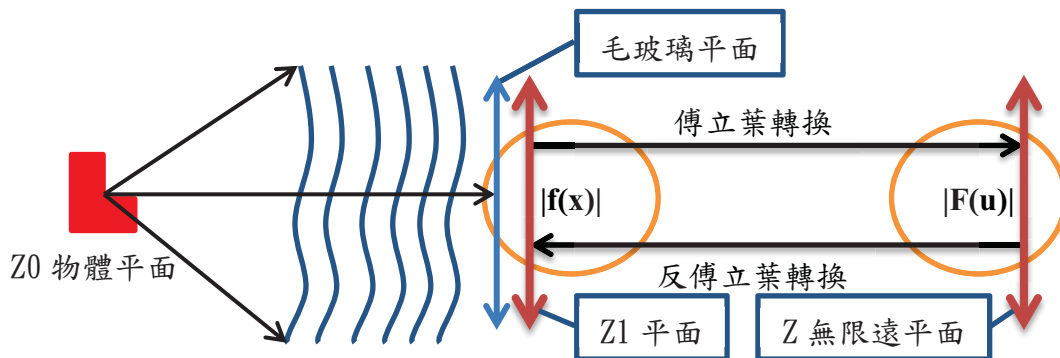
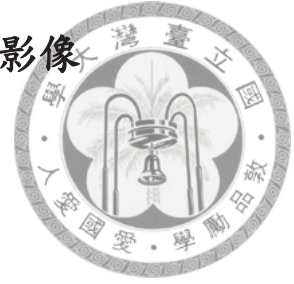


圖 1.15 問題架構圖

第 2 章 問題的定義、近場影像與遠場影像



2-1 定義問題及其解決方案

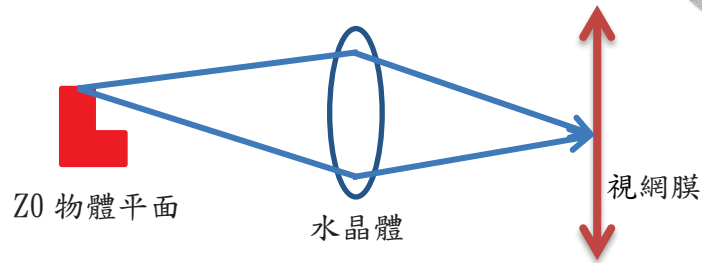


圖 2.1 一般人眼看物體的情況

圖 2.1 說明了我們人眼看物體的情況，即使光波在行進途中空間相位會些微的變動，只要沒有其他介質在光波的路徑上影響光的行進，則水晶體就會像透鏡一樣，將 z_0 平面的物體光場清楚地成像在視網膜平面之上。

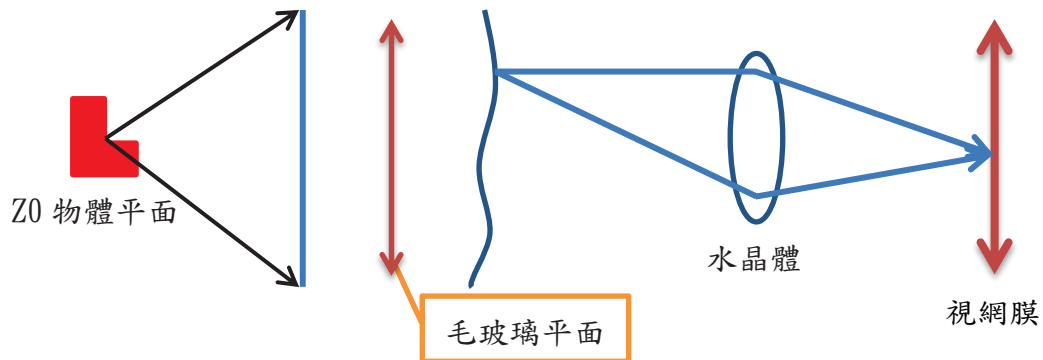


圖 2.2 物體光受毛玻璃影響而人眼無法清楚成像

圖 2.2 所顯示的問題是我們想要解決的問題，在這個問題中，眼睛前方擋了一片毛玻璃，所以當物體光走到毛玻璃平面的時候，會被毛玻璃影響，每一小區塊的毛玻璃會使該區塊的光線偏折，而導致水晶體無法將 z_0 平面的物體光清楚地成像在視網膜上面，以至於人眼只能看到毛玻璃上面的光強度影像。

我們把解決圖 2.2 毛玻璃問題之構想以圖 2.3 呈現，這個構想是以近遠場光學二階相關計算求出毛玻璃的空間相位區塊分布以後，以此空間相位區塊分布為初始條件帶入 G-S method 來找出 z_1 平面上的近場電場 $f(x)$ ，對 $f(x)$ 補償毛玻璃空間相位之後，再利用光的可逆性來回推 z_0 平面上的物體形狀。

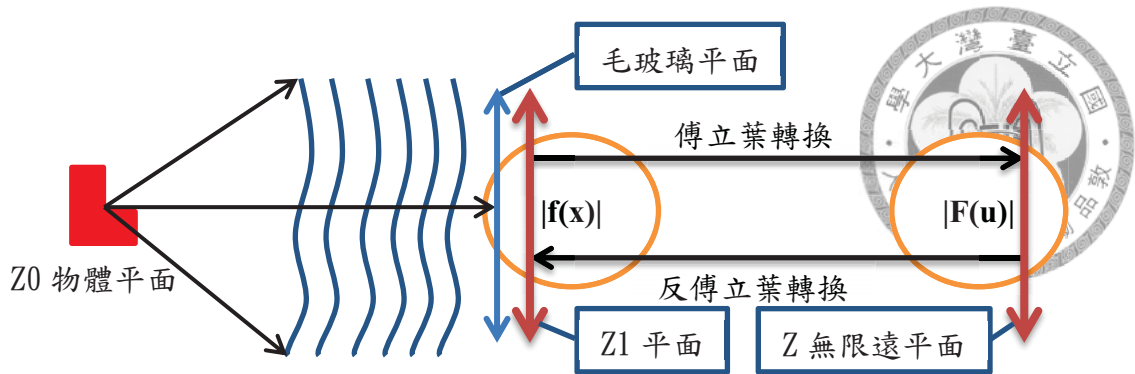


圖 2.3 解決問題之構想圖

我們的實驗架構(圖 2.3)與圖 1.12 以及參考文獻[10]的架構並不相同，在他們的架構之下，初始疊代 $e^{i\theta_0}$ 的決定不是問題的重點；然而在我們的架構之下，因為毛玻璃平面與 z_1 平面相緊鄰，所以為了要符合當下的實際物理條件，我們需要以毛玻璃之空間相位分布為初始空間相位進行疊代，如此得出的空間相位解才可能會收斂成為毛玻璃之空間相位再加上光波自身之些微空間相位變化(z_1 平面上光波空間相位)，這是因為毛玻璃的主要作用就是讓 z_1 平面上的光波相位扭曲，使得光波前散成空間中不同的 \vec{K} 方向。為了求出毛玻璃空間相位分布，我們可以利用參考文獻[8]所提到之近遠場光學二階相關性質，來解析毛玻璃空間相位。為方便此後的討論、以及定義清楚相關代名詞，我們把 z_1 平面上的電場 $f(x)$ 叫“近場”， z 無限遠平面上的電場 $F(u)$ 叫“遠場”；而 $|f(x)|^2$ 叫做近場光強度， $|F(u)|^2$ 叫做遠場光強度。

近場光強度與遠場光強度在實驗上都可以 CCD 攝影機來進行量測，在實驗中，我們就是使用兩台 CCD 攝影機來量測這兩種訊號。本論文最後章節也會展示 G-S method 在此系統架構上的計算結果，也就是說，我們嘗試以毛玻璃空間相位區塊為初始疊代條件，解出在被毛玻璃擋住的物體之形狀。

2-2 定義近場影像、遠場影像

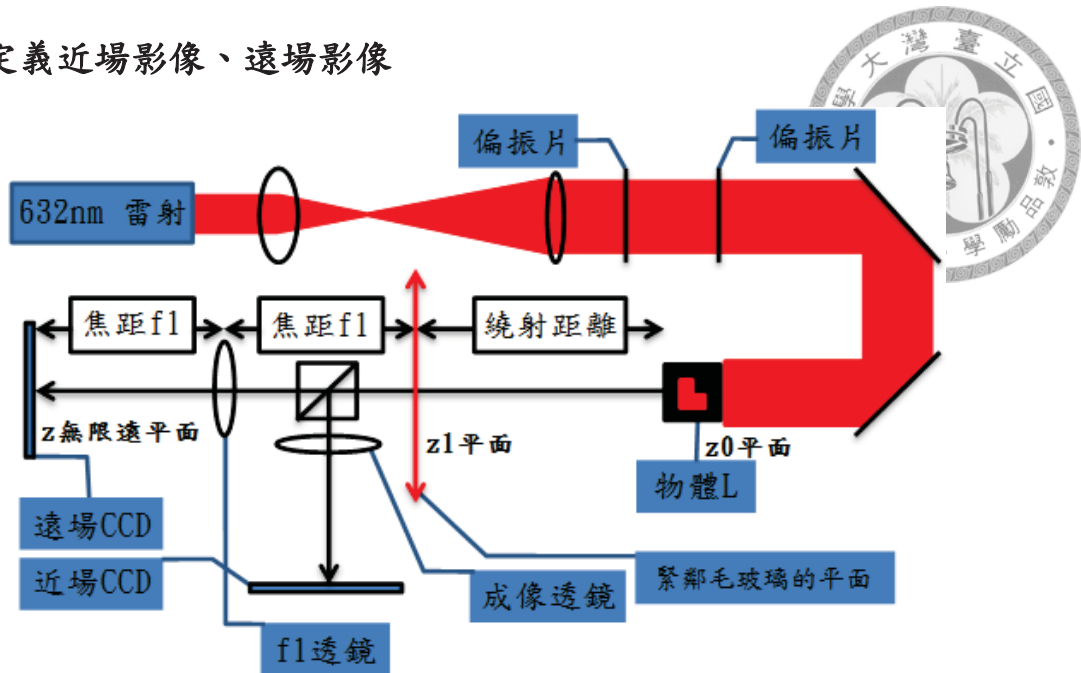


圖 2.4 沒有毛玻璃與散光碟片的光路

圖 2.4 是我們的原始光路架設(沒有毛玻璃與散光碟片), 假設在 z_0 平面上有非混亂光源之電場 $E_0(x, y, z_0)$ 分布, 我們欲求 E_0 電場行進一段距離 z_1 之後的 z_1 平面上電場分布 $E_{\text{near}}(X, Y, z_1)$ (稱為近場電場分布); 根據惠更斯-菲涅耳原理 (Huygens - Fresnel Principle), 我們以點波源之球面波電場來當作 z_0 平面上的每一個點的點波源之電場, 然後把這些電場疊加到 z_1 平面上。

以上這些敘述可以簡單被描述為電場 $E_0(x, y, z_0)$ 與 Huygens - Fresnel kernel 的摺積(這裡的 $F()$ 與 $F_{\text{rv}}()$ 代表傅立葉轉換與反傅立葉轉換):

$$E_{\text{near}}(X, Y, z_1) = \iint E_0(x, y, z_0) \frac{e^{ik\left(\frac{(X-x)^2+(Y-y)^2}{2z_1}+z_1\right)}}{i\lambda z_1} dx dy \dots\dots (2.1)$$

為了簡化電腦程式的計算, 我把這件事情在傅立葉空間執行, 同式子(2.2):

$$E_{\text{near}}(X, Y, z_1) = F_{\text{rv}}\left(F\left(E_0(x, y, z_0)\right) \times F\left(\frac{e^{ik\left(\frac{x^2+y^2}{2z_1}+z_1\right)}}{i\lambda z_1}\right)\right) \dots\dots (2.2)$$

在本論文中, 我們利用這種方法來計算出光強度 $|E_{\text{near}}(X, Y, z_1)|^2$ 之平面分布, 之後還會介紹電腦模擬非混亂光源之近遠場影像、電腦模擬混亂光源之近遠場影像、實驗上看到非混亂光源之近遠場影像、實驗上看到混亂光源之近遠場影像。以下我們以最長邊長為 1.5mm 的字母「L」作為範例, 將其擺在 z_0 平面, 取 53 公分為 z_0 平面到 z_1 平面之距離, 並列出電腦模擬的 z_1 平面光強度影像和實

驗觀察的 z_1 平面光強度影像。圖 2.5 左側是 Matlab 產生的 L 矩陣，而圖 2.5 右側則是使用 Matlab 產生的 L 矩陣來計算出光繞射到 z_1 平面之近場光強度影像：

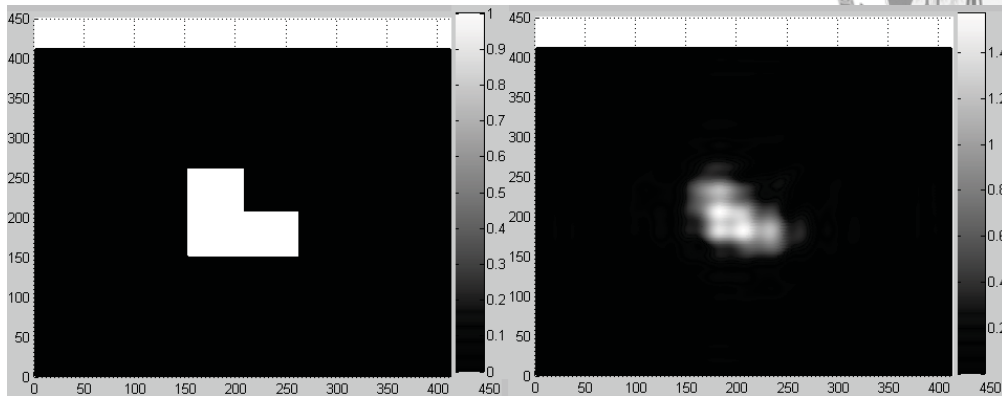


圖 2.5 物體的影像 L(模擬)與近場光強度影像(模擬)

圖 2.6 左側是 CCD 攝影機讀取之 L 影像，而圖 2.6 右側則是把讀到的 L 影像數值輸入 Matlab 程式計算，得到光繞射到 z_1 平面之近場光強度影像：

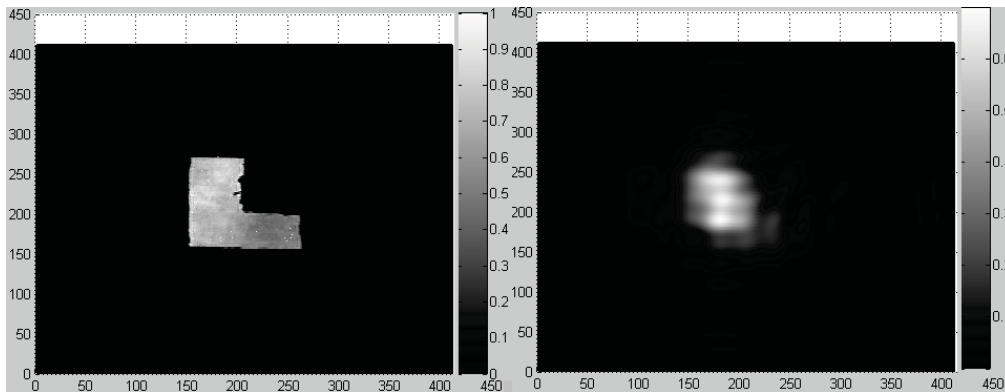


圖 2.6 物體的影像 L(實驗)與近場光強度影像(模擬)

最後，圖 2.7 左側也是 CCD 攝影機讀取之 L 影像、而圖 2.7 右側則是直接使用 CCD 攝影機讀取的光繞射到 z_1 面之近場光強度影像：

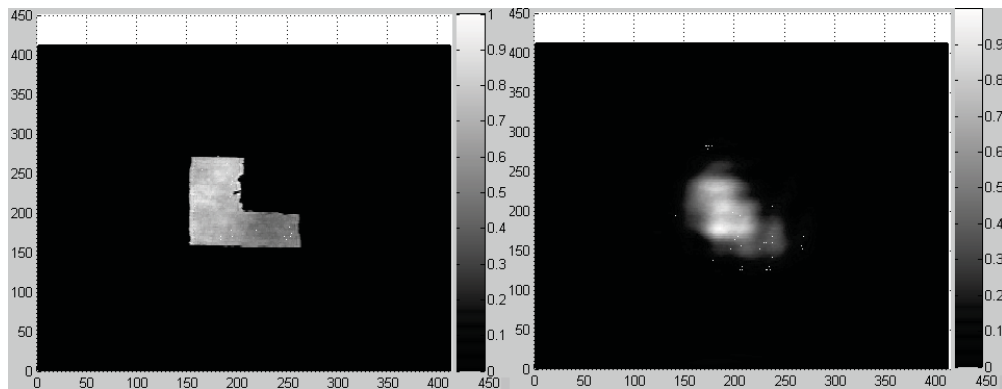


圖 2.7 物體的影像 L(實驗)與近場光強度影像(實驗)

圖 2.5 右側到圖 2.7 右側介紹 z1 平面近場光強度影像，以下介紹遠場光強度影像；遠場電場是光波跑到無限遠處平面的電場，圖 2.4 中 f1 透鏡的功能是把無限遠處平面拉到 f1 透鏡的後聚焦平面，而無限遠處平面電場是 z1 平面近場電場的傅立葉轉換，如同式子 2.3，我們使用 \vec{K} 空間座標來表示遠場電場。

$$E_{far}(k_x, k_y, far) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_{near}(X, Y, Z1) e^{i(k_x X + k_y Y)} dX dY \dots\dots (2.3)$$

圖 2.8 就是實驗上看到之非混亂光源遠場光強度影像、而圖 2.9 是以計算出來的近場電場來計算傅立葉轉換，而得到的非混亂光源遠場光強度影像：

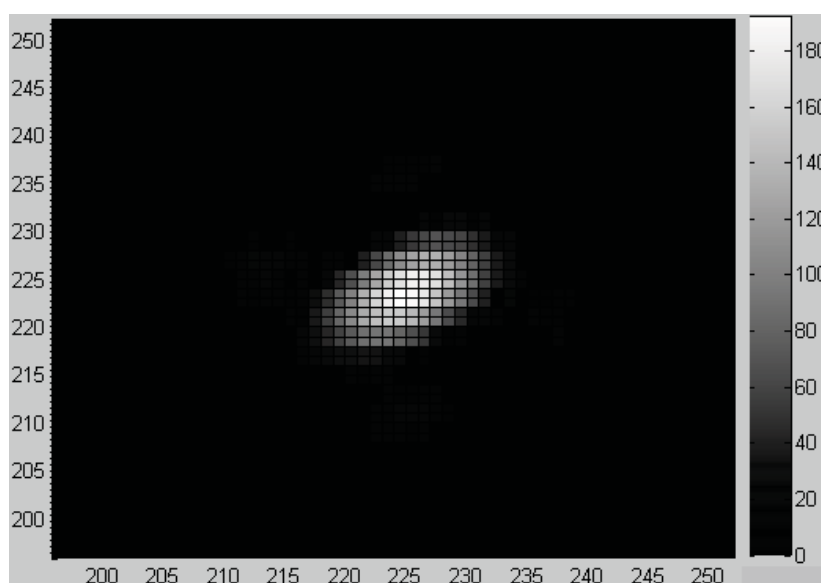


圖 2.8 實驗上看到之非混亂光源遠場光強度影像

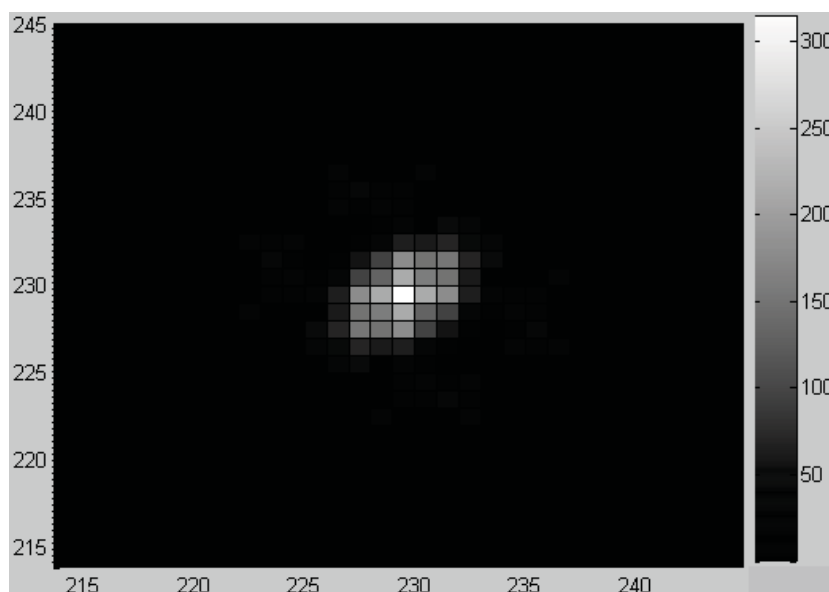


圖 2.9 模擬得到之非混亂光源遠場光強度影像

2-3 混亂光源之下的近場與遠場



圖 2.5 到圖 2.9 都是屬於非混亂的光源之情況下的光強度影像，而我們需要在混亂光源的情況之下，才能找出近場區域與遠場光團之相關性，我們以圖 2.10 說明其原因。

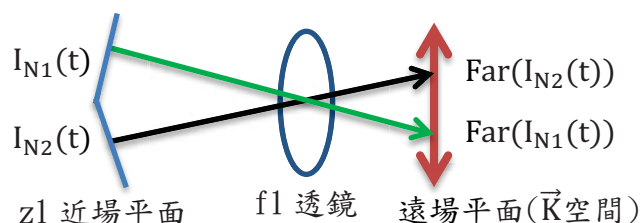


圖 2.10 近場光斑 $I_{N1}(t)$ 、 $I_{N2}(t)$ 與遠場光團 $\text{Far}(I_{N1}(t))$ 、 $\text{Far}(I_{N2}(t))$

假設 $z1$ 近場平面有兩個不同 \vec{K} 向量之 $N1$ 、 $N2$ 區域，光強度隨時間的關係分別是 $I_{N1}(t)$ 與 $I_{N2}(t)$ ，而 $N1$ 所對應之遠場光團光強度與 $N2$ 所對應之遠場光團光強度則分別以函數 $\text{Far}(I_{N1}(t))$ 、 $\text{Far}(I_{N2}(t))$ 表示；任何情況下， $I_{N1}(t)$ 會與 $\text{Far}(I_{N1}(t))$ 相干， $I_{N2}(t)$ 則會與 $\text{Far}(I_{N2}(t))$ 相干。

在非混亂光源情況下， $I_{N1}(t)$ 與 $I_{N2}(t)$ 會同步，所以 $\text{Far}(I_{N1}(t))$ 與 $\text{Far}(I_{N2}(t))$ 也會同步，這樣就會使得整個近場的 $N1$ 、 $N2$ 區域與兩個遠場光團一起隨時間變化；在這種狀況之下， $N1$ 區域與遠場兩個光團都相干， $N2$ 區域也與遠場兩個光團都相干，所以我們分辨不出 $\text{Far}(I_{N1}(t))$ 、 $\text{Far}(I_{N2}(t))$ 分別屬於 $N1$ 、 $N2$ 哪個近場區域。

但是在混亂光源情況之下，因為 $I_{N1}(t)$ 與 $I_{N2}(t)$ 不相干，所以 $\text{Far}(I_{N1}(t))$ 與 $\text{Far}(I_{N2}(t))$ 不相干，而 $I_{N1}(t)$ 只與 $\text{Far}(I_{N1}(t))$ 相干， $I_{N2}(t)$ 也只與 $\text{Far}(I_{N2}(t))$ 相干；因此從近場光強度與遠場光團的相干性質與非相干性質，我們可判斷出 $\text{Far}(I_{N1}(t))$ 屬於 $N1$ 區域而不屬於 $N2$ 區域且 $\text{Far}(I_{N2}(t))$ 屬於 $N2$ 區域而不屬於 $N1$ 區域，所以在混亂光源的情況之下，我們才能找出近場區域與遠場光團之相關性。在 2-3 章節裡面，系統架設使用散光碟片打散光源，但是卻先不使用毛玻璃打散 $z1$ 平面的光場，如同圖 2.11 所示，我們的目的是要介紹系統在沒有毛玻璃的情況之下的混亂光源的近場影像與遠場影像。

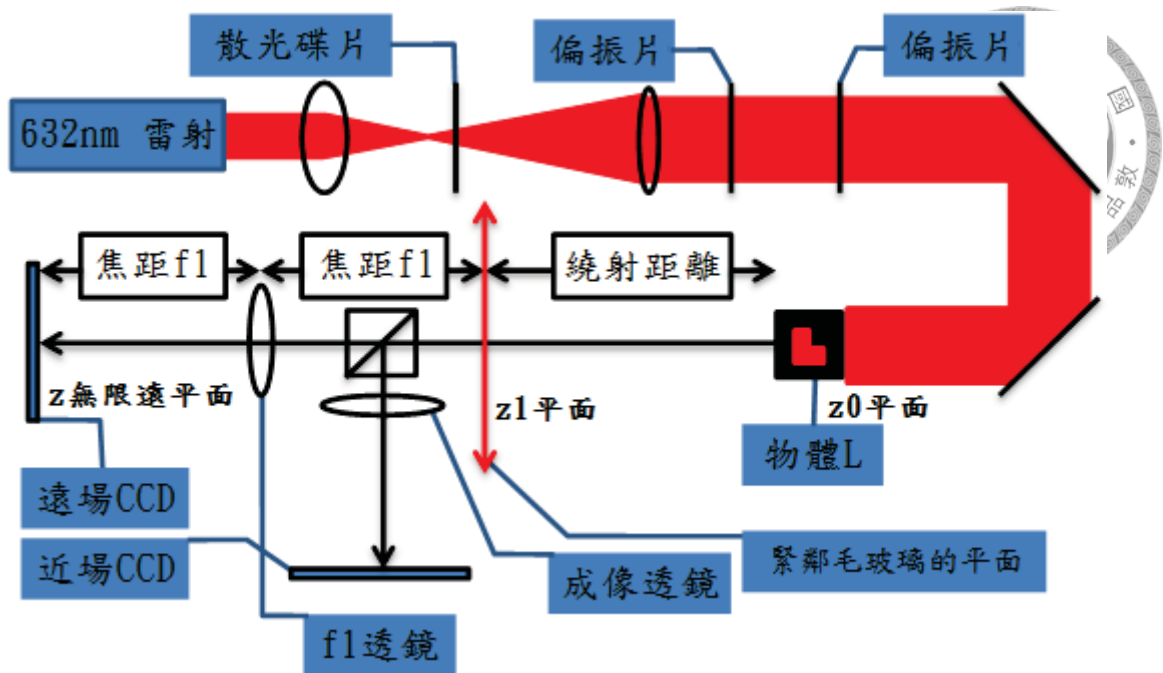


圖 2.11 沒有毛玻璃但有散光碟片的光路

圖 2.12 左側是電腦模擬之混亂光源的光斑(z_1 平面近場光強度)，而圖 2.12 右側是實驗量測之混亂光源的光斑(z_1 平面近場光強度)，因為在 z_0 平面上的 \vec{K} 向量已經被打亂，所以 z_1 平面上的光強度分布就會是不規則的混亂光斑。

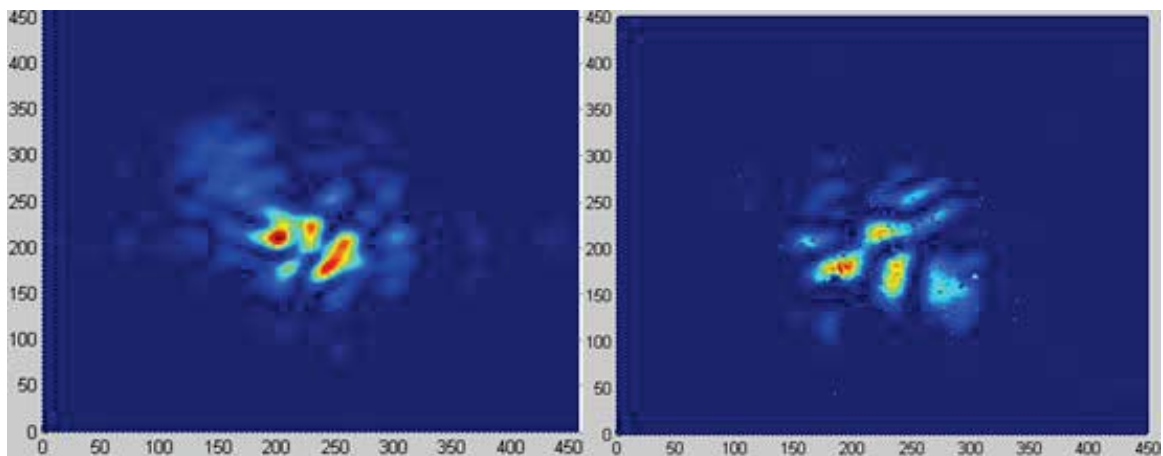


圖 2.12 模擬之混亂光源的光斑(左)與實驗量測之混亂光源的光斑(右)

實驗上，我們轉動散光碟片，就會看到圖 2.13 到圖 2.16 的混亂光斑(z_1 平面近場光強度)，我們取很多張不同時刻的近場影像，這樣一來就可以累積很多不同混亂近場光斑，才能與遠場光團找出二階相關性。

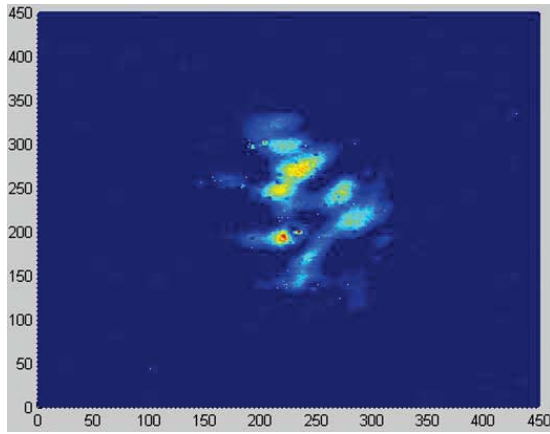


圖 2.13 混亂光源光斑一

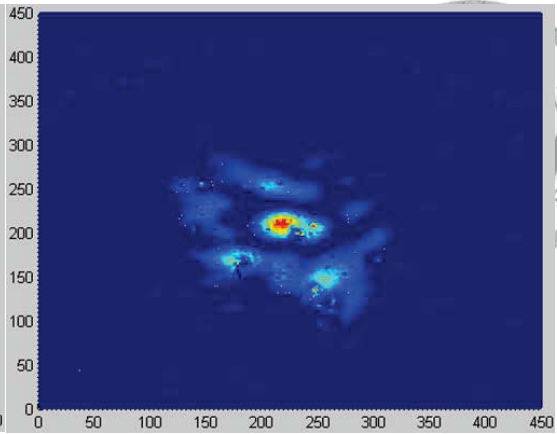


圖 2.14 混亂光源光斑二

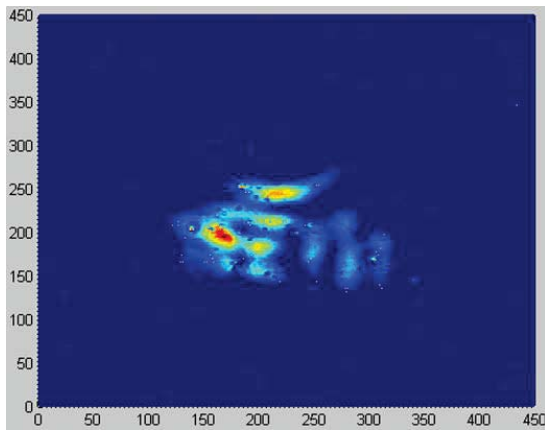


圖 2.15 混亂光源光斑三

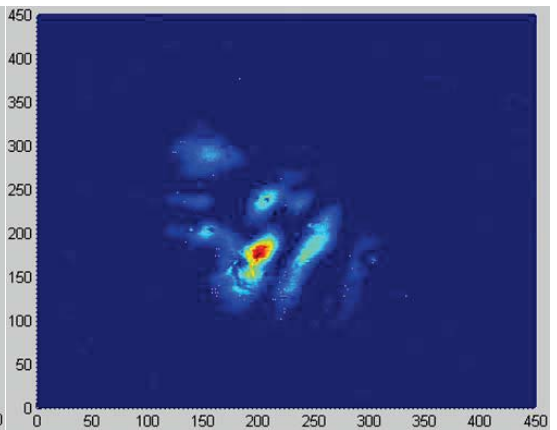


圖 2.16 混亂光源光斑四

圖 2.17 的左側是實驗所看到之非混亂光源的遠場影像，而右側是實驗所看到之混亂光源的遠場影像，因為混亂光源之光波在 z_1 平面上有較為不規則分布的波前向量 \vec{k} ，所以其遠場光團的形狀會比非混亂光源之遠場光團的形狀還要不規則，而且其分布範圍較為大。

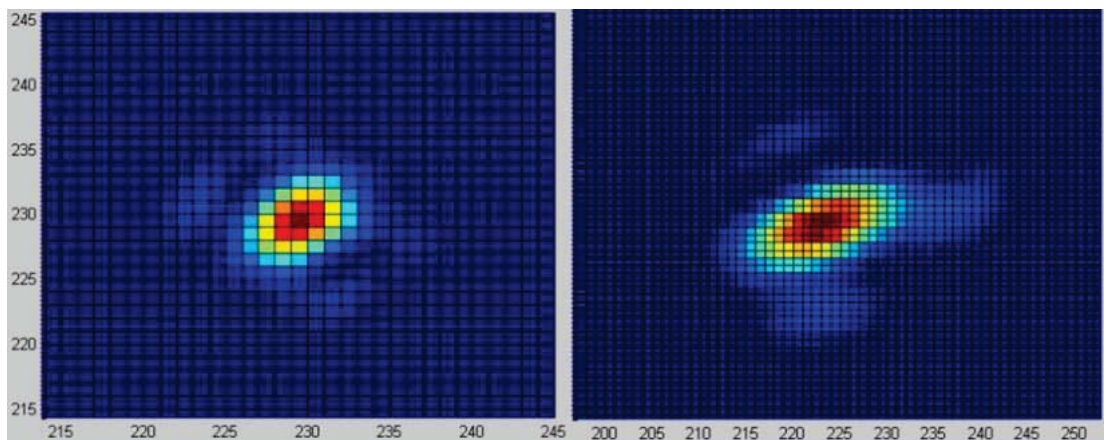


圖 2.17 非混亂光源的遠場(左)與混亂光源的遠場(右)

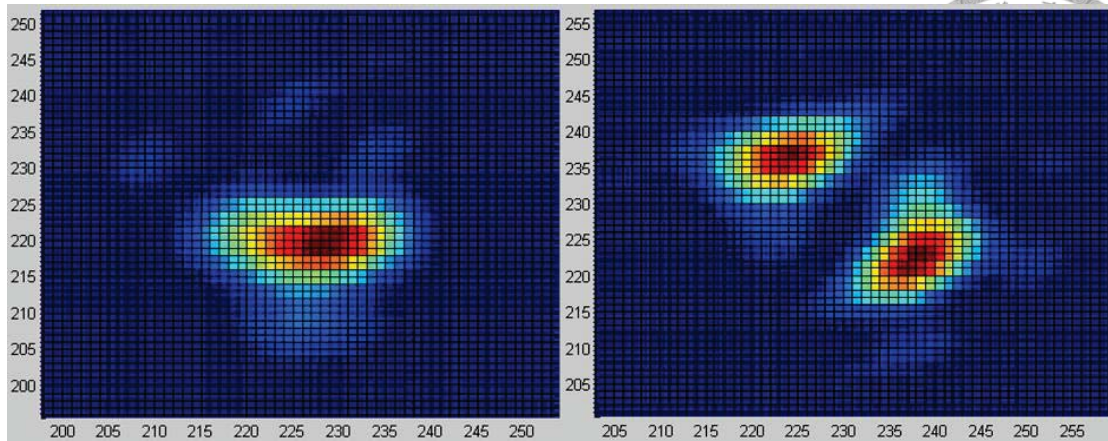


圖 2.18 兩張不同的混亂光源之遠場影像

圖 2.18 的左右兩側則是實驗上所看到之其他的混亂光源遠場影像，每次產生不同的混亂光源就有不同的遠場圖形，從上列混亂光源的遠場影像圖中，我們知道在這個情況下，近場電場波前向量 \vec{K} 的分布已經變混亂、不規則；因此如果我們把 \vec{K} 向量打得更加混亂的話，遠場光強度影像就會分布更廣、更多能量被散到周圍外部區域。

在圖 2.12 到圖 2.18 裡面，我們都沒有考慮毛玻璃對光波之影響，所以遠場光團還是集中在原點附近的 \vec{K} 空間作變化，因此這個遠場光團明顯是屬於整個近場空間區域；而從下一個章節開始，就會引入毛玻璃對光波的影響，在這時候會看到很多個光團在遠場影像中，我們之後會更進一步討論各遠場光團對於近場空間區域之依屬性質。

第 3 章 電腦模擬流程



3-1 毛玻璃的模型

在第三章節裡面，為了對整體問題架構之物理現象建立理論基礎並且有明確的解釋，因此我們需要先用電腦模擬預知毛玻璃實驗上所會看到的物理現象。為了簡單說明毛玻璃對光的影響，在這裡我們要以非混亂光源通過物體打在毛玻璃上面，然後觀察被毛玻璃所影響的近場光強度影像與遠場光強度影像，以了解毛玻璃對非混亂光波的影響；圖 3.1 上側是光路架設，光路系統裡面沒有散光碟片（非混亂光源）， Z_1 近場平面緊鄰毛玻璃平面，為了簡化問題，我們假設毛玻璃只會影響光場空間相位，並不會衰減光強度。如圖 3.1 下側之情況，我們可以把毛玻璃看成是空間不連續的山峰， $\vec{K}(x,y)$ 向量則分布於二維平面，中間雙向箭頭是近場 Z_1 平面，而右邊雙向箭頭則是 Z 無限遠處平面。

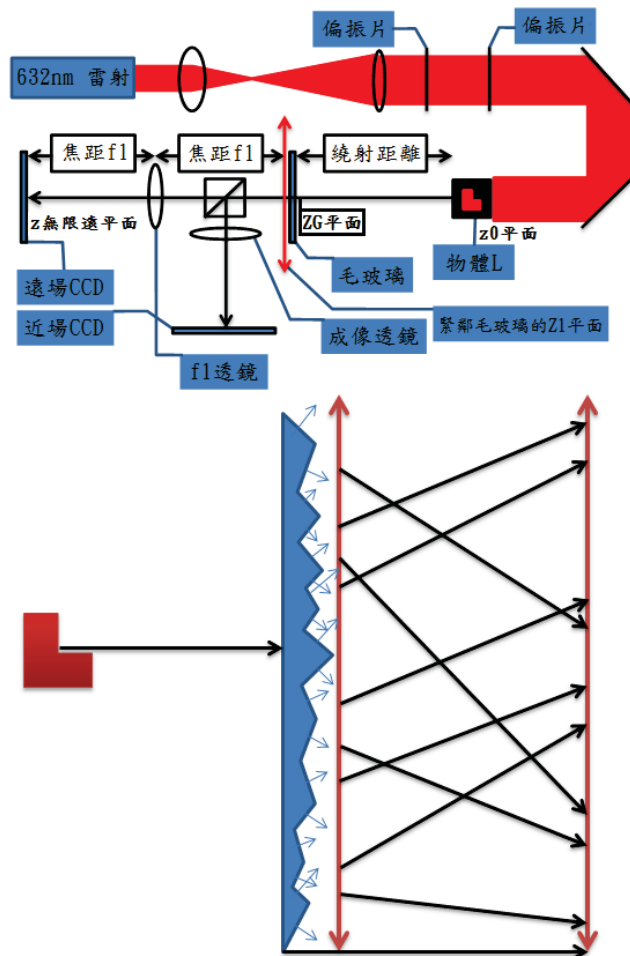


圖 3.1 沒散光碟片但有毛玻璃的光路(上)與光行進到毛玻璃之情況(下)

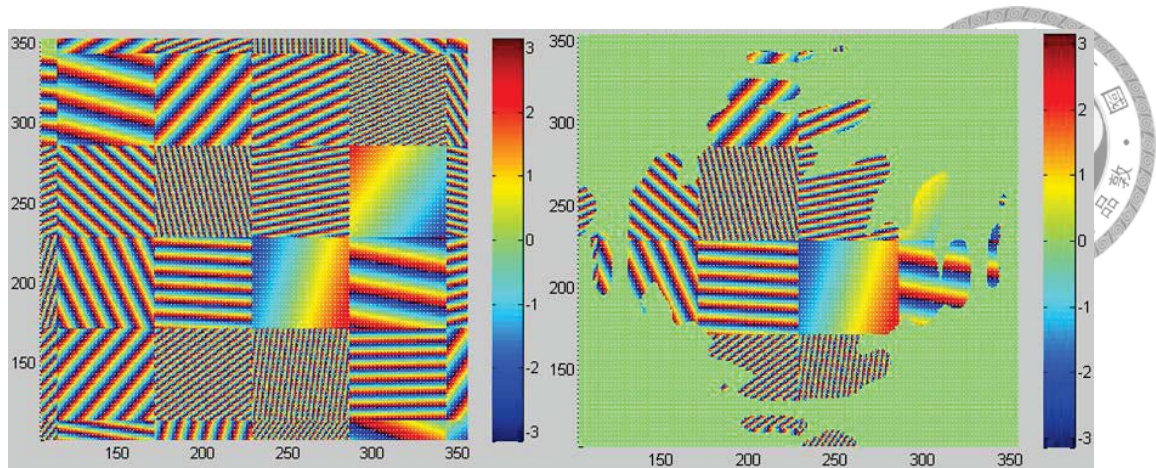


圖 3.2 給定的毛玻璃的空間相位(左)與被光照亮的毛玻璃區域(右)

我們以 $e^{i(K_x(X,Y)X + K_y(X,Y)Y)}$ 數學式子表示二維毛玻璃，圖 3.2 左側則顯示毛玻璃空間相位 $K_x(X,Y)X + K_y(X,Y)Y$ ，空間相位變化越高頻的區域，則此區域所屬之 \vec{K} 向量箭頭與光軸(圖 3.1 下側的水平黑箭頭)的夾角越大，這就是毛玻璃的簡單模型，我們把毛玻璃的數學式子叫做 $\text{Glass}(X, Y)$ 。

如果非混亂物體光 $E(X, Y) = A(X, Y)e^{i(\phi(X, Y))}$ 被打在毛玻璃之前的平面上(圖 3.1 中的 ZG 平面緊鄰毛玻璃之前)，則如圖 3.2 右側所示，毛玻璃只有中間部分區域會被 $E(X, Y)$ 照亮；此時的近場 Z1 平面則緊鄰毛玻璃平面之後，Z1 平面近場電場就變成 $E_{\text{near}}(X, Y) = E(X, Y) \times \text{Glass}(X, Y)$ 。

把 Z1 平面的電場 $E_{\text{near}}(X, Y)$ 做傅立葉轉換之後，我們就會看到遠場 \vec{K} 空間的光團強度分布影像如圖 3.3 下側所顯示，黑白影像則是遠場光團強度分布影像之放大圖；而圖 3.3 上側影像是近場的光強度分布影像，也就是被毛玻璃影響之後的光強度影像。我們還可以從電腦模擬得知(圖 3.3)，遠場光強度影像有強弱不同的光團分布，而這些強弱不同的光團分別是由毛玻璃上不同區域的光波匯聚而來的；也就是說這些強弱不同的遠場光團分布與近場上面不同區域的光波是有相關性的。

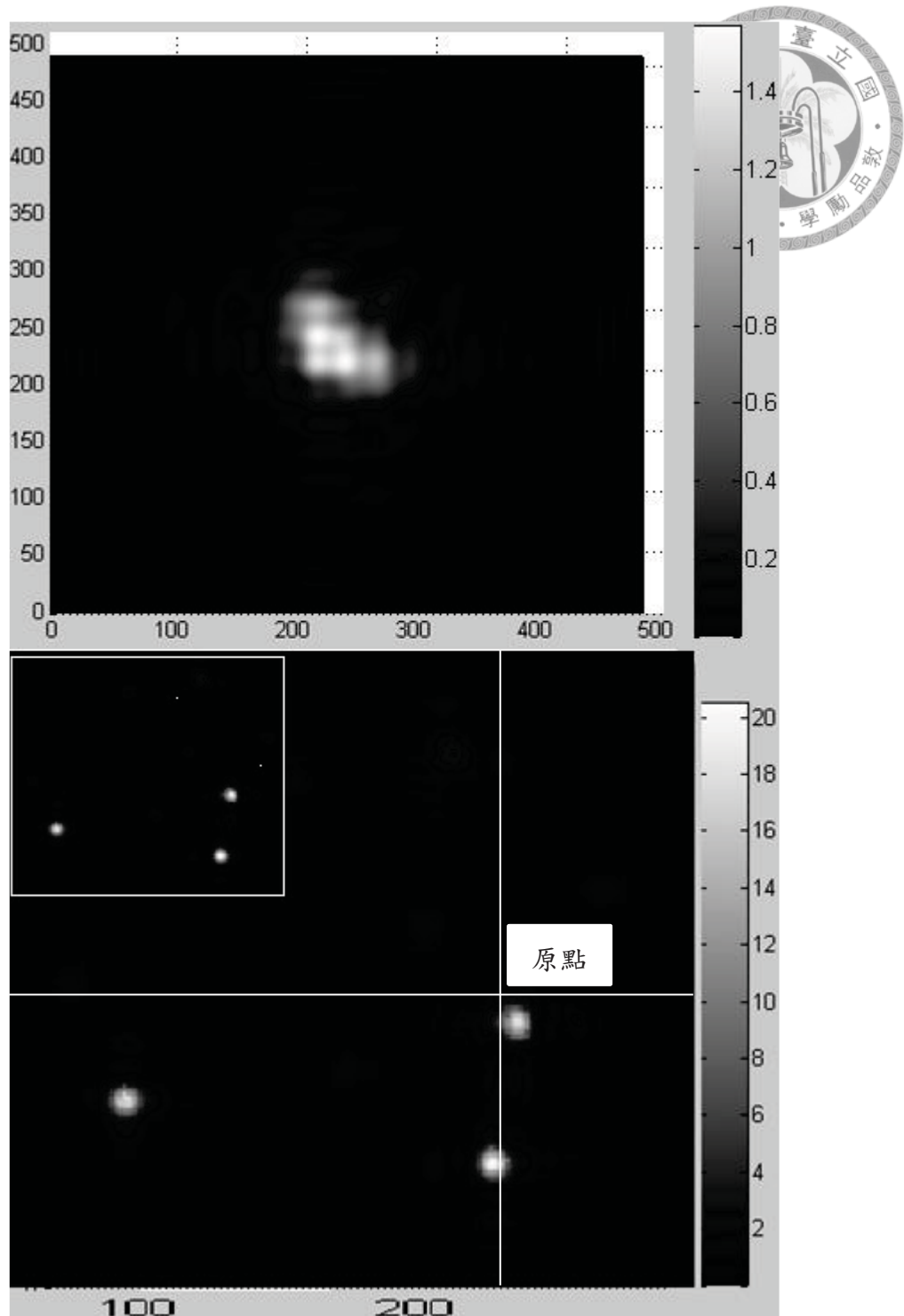


圖 3.3 近場的光強度分布(上)與遠場光強度分布(下)

雖然實際上的毛玻璃不會像前面所講的不連續的 \vec{K} 向量分布，它是如同圖 3.4 所示， \vec{K} 向量分布是一個不間斷的平滑曲線分布：

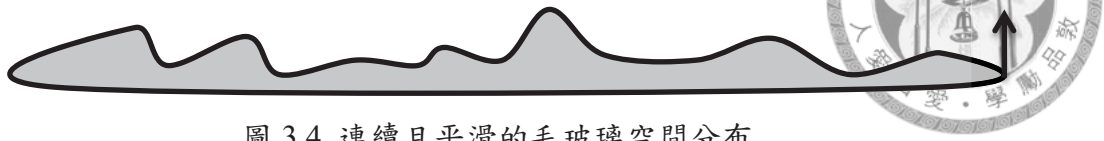


圖 3.4 連續且平滑的毛玻璃空間分布

但是仍然可以從實驗影像(圖 3.5)看到遠場的光強度影像也是如同電腦模擬的情況一樣，有不同強弱之光團分布在遠場 \vec{K} 空間裡面，這些光團則分別是由近場裡面不同區域的光所跑過來的；圖 3.5 上側是在非混亂光情況之下，實驗上所看到的毛玻璃之後的近場影像，而圖 3.5 下側是這個近場電場通過透鏡之後的遠場光團強度分布影像：

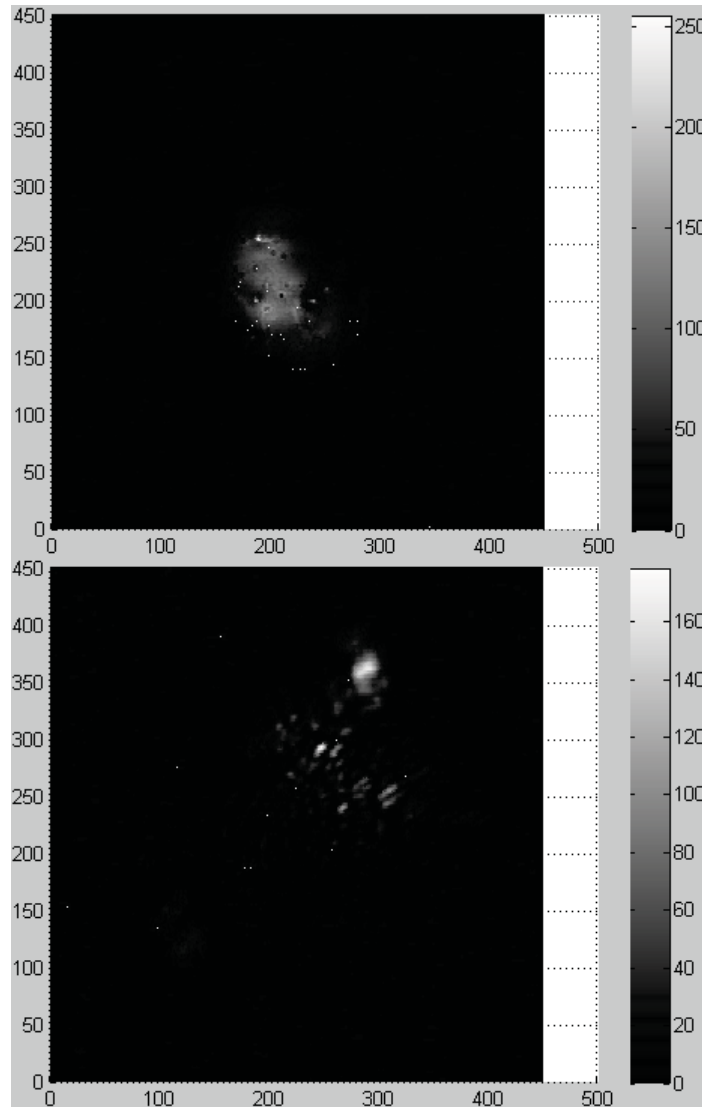


圖 3.5 實驗上的近場影像(上)與遠場光團強度分布影像(下)



3-2 近場與遠場相關性

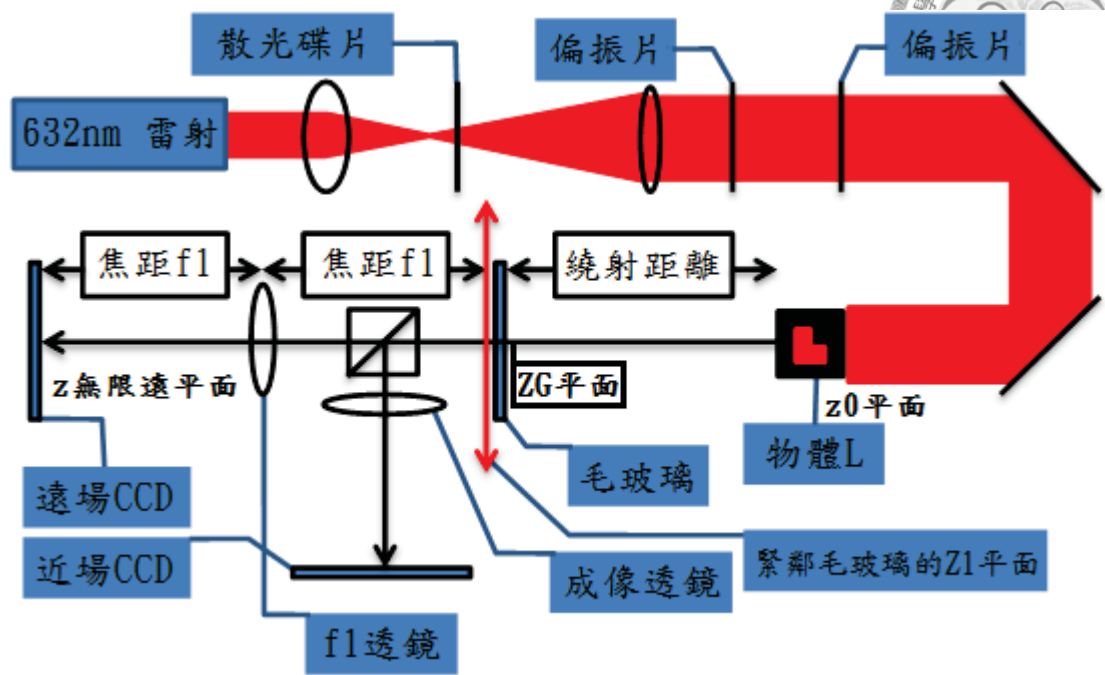


圖 3.6 有毛玻璃與散光碟片的系統

前面提到近遠場是有相關性的，這裡要說明如何使用混亂光源在近場影像上面所產生的光斑來找出近場光強度與遠場光強度的相關區域。首先，如圖 3.6 所示，先利用散光碟片產生數張不同時刻的近場光強度分布與遠場光團；並且在 ZG 平面之後的平面放上一片毛玻璃，同時讓緊鄰毛玻璃的 Z1 平面(雙向箭頭所在之平面)的影像成像在近場 CCD 攝影機上面，也將 Z1 平面之電場傅立葉轉換到遠場 CCD 攝影機上面。

下兩張圖則是依照不同時間點所排列的近遠場光強度電腦模擬圖，左側為近場 $I_N^T(x,y)$ 、右側為遠場 $I_F^T(x,y)$ 。由圖 3.7 以及圖 3.8 可得知，近場光斑隨時間做出變化，遠場光團就會像星星一樣閃爍；依照參考資料[8]的方法，可以由光的二階相關性來找出某近場區域與某遠場光團的相對應關係，3-3 章節會有三步驟來說明此方法。

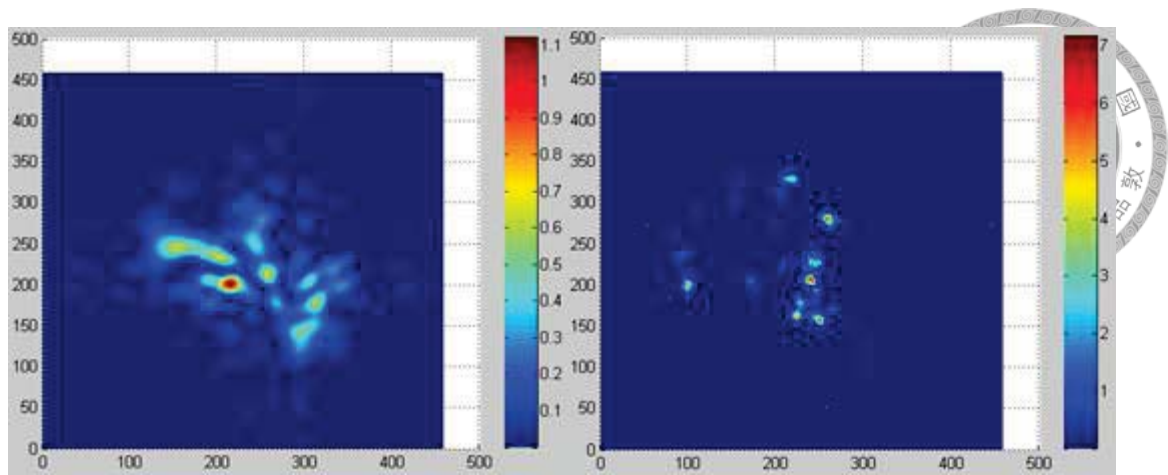


圖 3.7 左側是 $I_N^{T1}(x,y)$ 、右邊是 $I_F^{T1}(x,y)$ ，(電腦模擬)

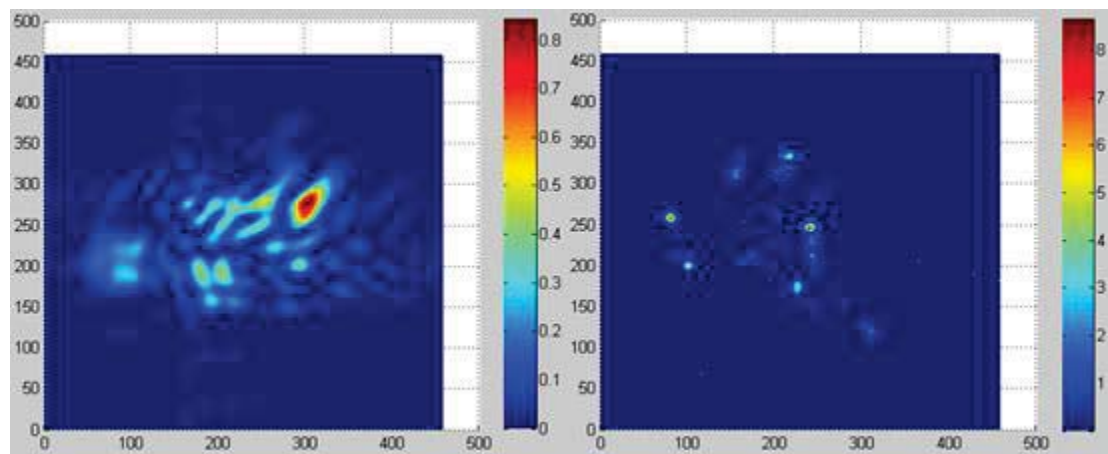


圖 3.8 左側是 $I_N^{T2}(x,y)$ 、右邊是 $I_F^{T2}(x,y)$ ，(電腦模擬)

3-3 找近場相關區域與遠場相關光團之演算法



因為在執行近遠場二階相關計算的時候，須使用混亂光源之近遠場光強度時間平均圖，所以在陳述三步驟前，先順便介紹混亂光源與非混亂光源之近遠場光強度時間平均圖，以了解混亂光源與非混亂光源的近遠場影像特性。

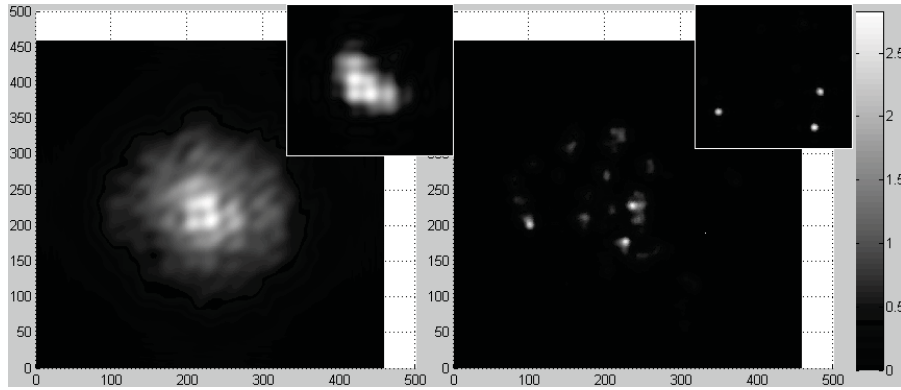


圖 3.9 左側是 $I_N^{\text{Tavg}}(x,y)$ 、右側是 $I_F^{\text{Tavg}}(x,y)$ ，(電腦模擬)

圖 3.9 是電腦模擬的情況，左右兩側主要影像分別是混亂光源之 $I_N^{\text{Tavg}}(x,y)$ 、 $I_F^{\text{Tavg}}(x,y)$ ，而左右兩側角落影像則分別是非混亂光源之 $I_N^{\text{Tavg}}(x,y)$ 、 $I_F^{\text{Tavg}}(x,y)$ ；因為混亂光源在空間中之 \vec{K} 向量分布混亂，所以混亂光源的近場光斑與遠場各光團會比非混亂光源的近場光斑與遠場各光團還大且模糊。圖 3.10 則是實驗的情況，實驗的現象與電腦模擬的現象一致，左上側是混亂光源之 $I_N^{\text{Tavg}}(x,y)$ ，右上側是混亂光源之 $I_F^{\text{Tavg}}(x,y)$ ，左下側是非混亂光源之 $I_N^{\text{Tavg}}(x,y)$ ，右下側是非混亂光源之 $I_F^{\text{Tavg}}(x,y)$ 。

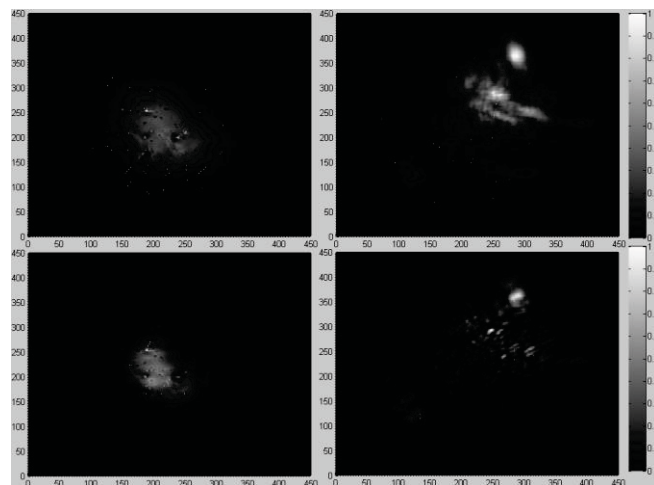


圖 3.10 左側是 $I_N^{\text{Tavg}}(x,y)$ 、右側是 $I_F^{\text{Tavg}}(x,y)$ ，(實驗)

有了以上介紹的混亂光源之 $I_N^{Tavg}(x,y)$ 與 $I_F^{Tavg}(x,y)$ ，在接下來的部分將說明如何以三步驟找尋遠場各隨時閃爍光團所各自對應之近場相關區域 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 。

步驟一：把每一個時刻的近遠場光強度都減去時間平均的近遠場光強度，得到 $\Delta I_N^T(x,y) = (I_N^T(x,y) - I_N^{Tavg}(x,y))$ 與 $\Delta I_F^T(x,y) = (I_F^T(x,y) - I_F^{Tavg}(x,y))$ ，圖 3.11 和圖 3.12 依序是不同時間點之 $\Delta I_N^T(x,y)$ 與 $\Delta I_F^T(x,y)$ 的電腦模擬圖。

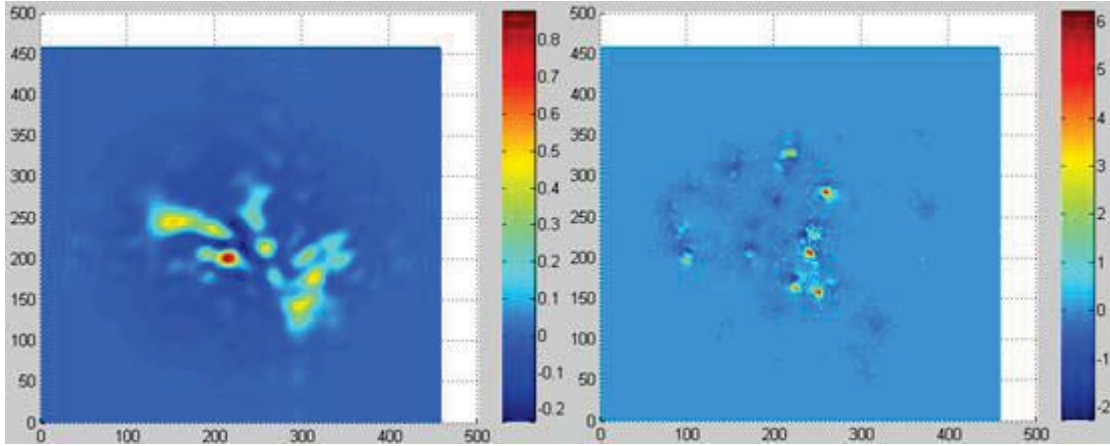


圖 3.11 左圖是 $\Delta I_N^{T1}(x,y)$ 、右圖是 $\Delta I_F^{T1}(x,y)$ ，(電腦模擬)

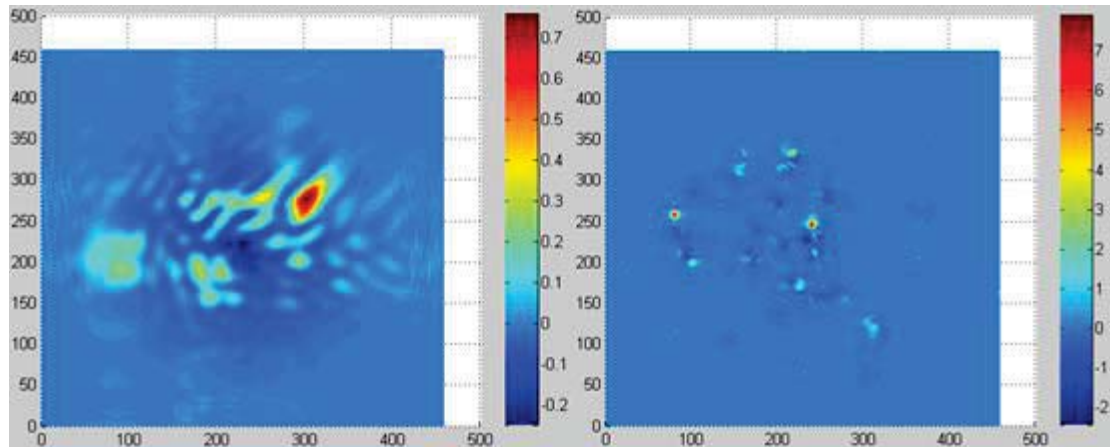


圖 3.12 左圖是 $\Delta I_N^{T2}(x,y)$ 右圖是 $\Delta I_F^{T2}(x,y)$ ，(電腦模擬)

步驟二：如圖 3.13 右側所示，箭頭指向遠場其中一個光團附近的某 pixel(a,b)，我們挑選這一個 pixel(a,b)之 $\Delta I_F^T(a,b)$ 數值與近場 $\Delta I_N^T(x,y)$ 矩陣相乘，得到 $\Delta I_F^T(a,b) \times \Delta I_N^T(x,y)$ ，然後對 $\Delta I_F^T(a,b) \times \Delta I_N^T(x,y)$ 作時間平均，得到 $CRE_{FN}^T(x,y) = \sum_{T=0}^{T=T_{END}} \left(\frac{\Delta I_F^T(a,b) \times \Delta I_N^T(x,y)}{T_{END}} \right)$ ； $CRE_{FN}^T(x,y)$ 數值大於半高寬之區域和 pixel(a,b)有很大相關性，如同圖 13.3 左側亮起來之區域，此近場區域與遠場 pixel(a,b)相關。

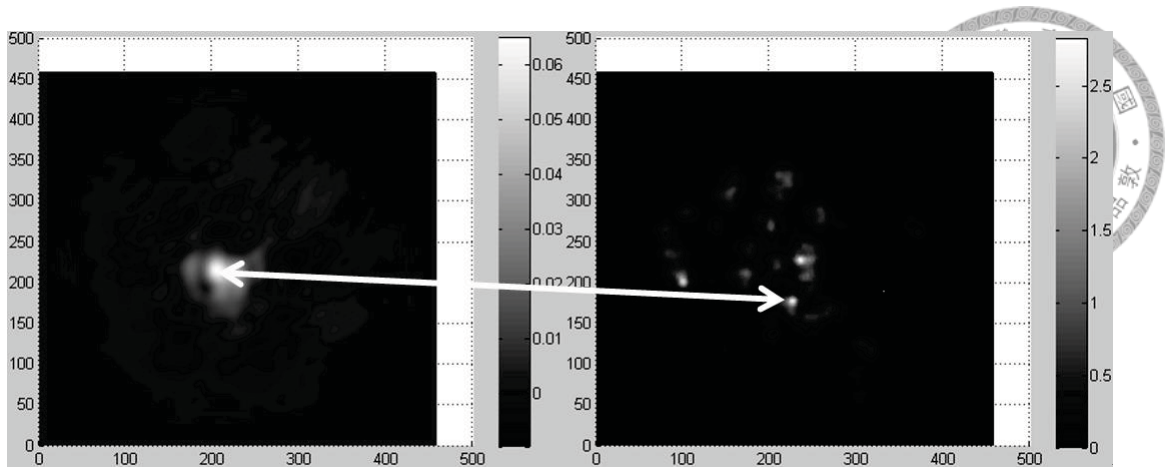


圖 3.13 近場相關區域 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與遠場 pixel(a,b)之對應圖—A

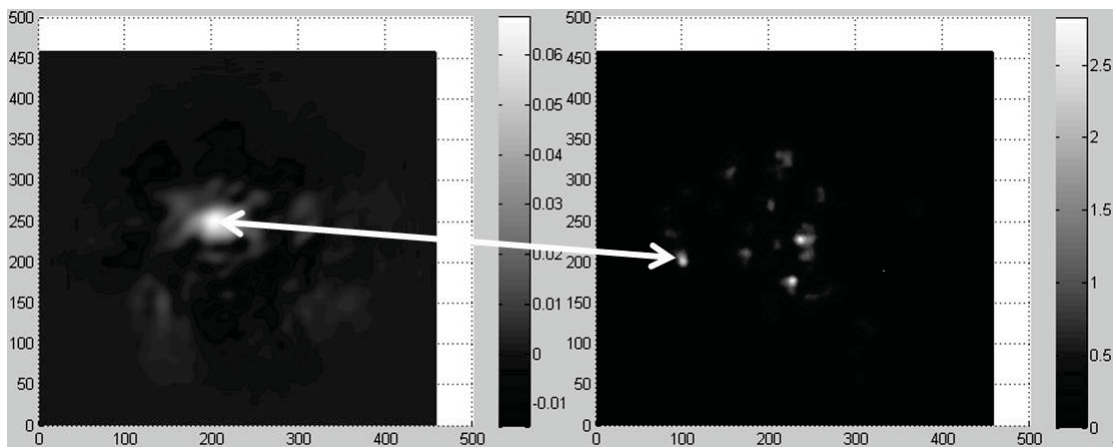


圖 3.14 近場相關區域 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與遠場 pixel(c,d)之對應圖—B

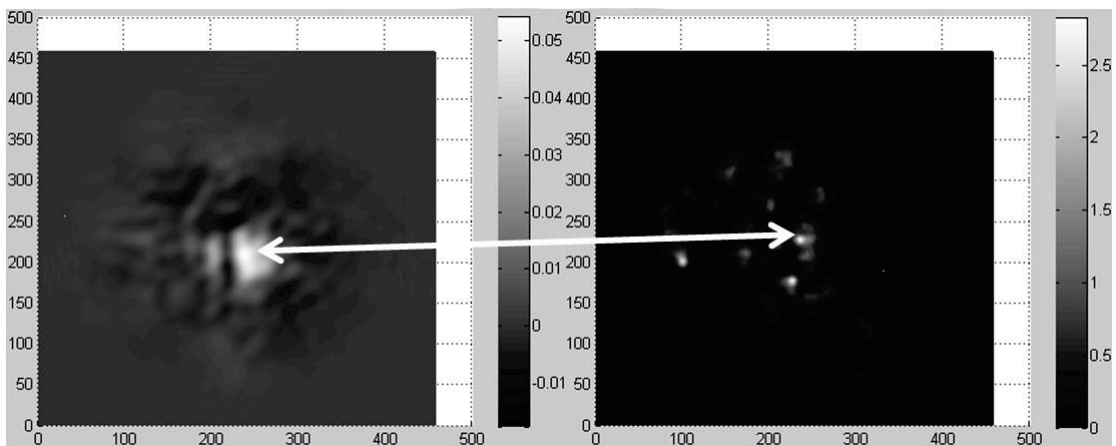


圖 3.15 近場相關區域 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與遠場 pixel(e,f)之對應圖—C

步驟三：我們再繼續對其他遠場光團附近某 pixel 執行步驟二，就可以得到其他近場相關區域 $CRE_{FN}^T(x,y)$ ，一直到把有興趣的遠場光團都挑選完為止，圖 3.13 到圖 3.15 是不同近場相關區域 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同遠場 pixel A、B、C 之對應圖。

3-4 毛玻璃空間相位解

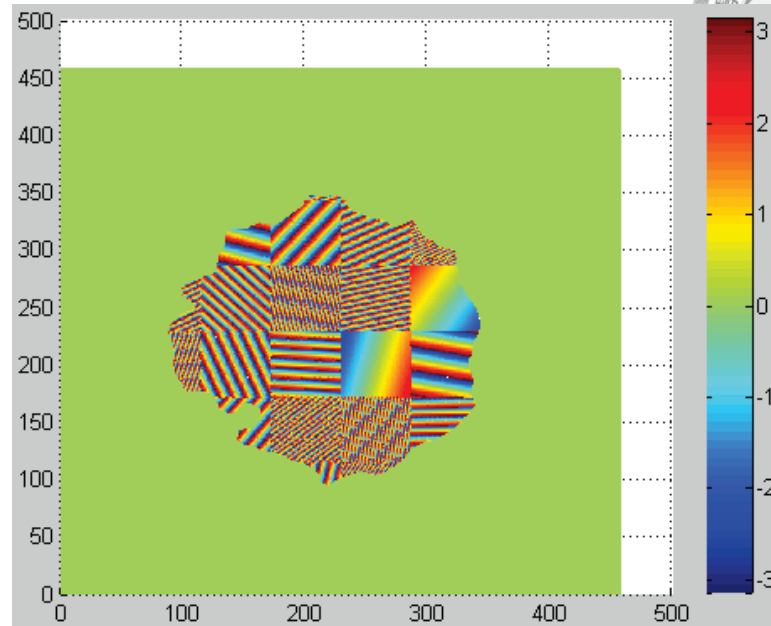
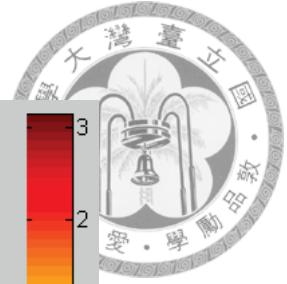


圖 3.16 隨機給定的毛玻璃空間相位區塊分布

圖 3.16 是隨機給定的毛玻璃空間相位分布，在電腦模擬上，假設隨機給定之毛玻璃空間相位的每一個區域之相對應位置是已知，但是每一個區域之 \vec{K} 向量數值則是未知；通過上述三個步驟之演算法，我們可以找出每一個近場區域所對應的 K_x 與 K_y ，並藉由 $e^{i(K_x(X,Y)X+K_y(X,Y)Y)}$ 得知近場區域的空間相位 $K_x(X,Y)X + K_y(X,Y)Y$ ，圖 3.17 則是解出來的空間相位區塊分布。

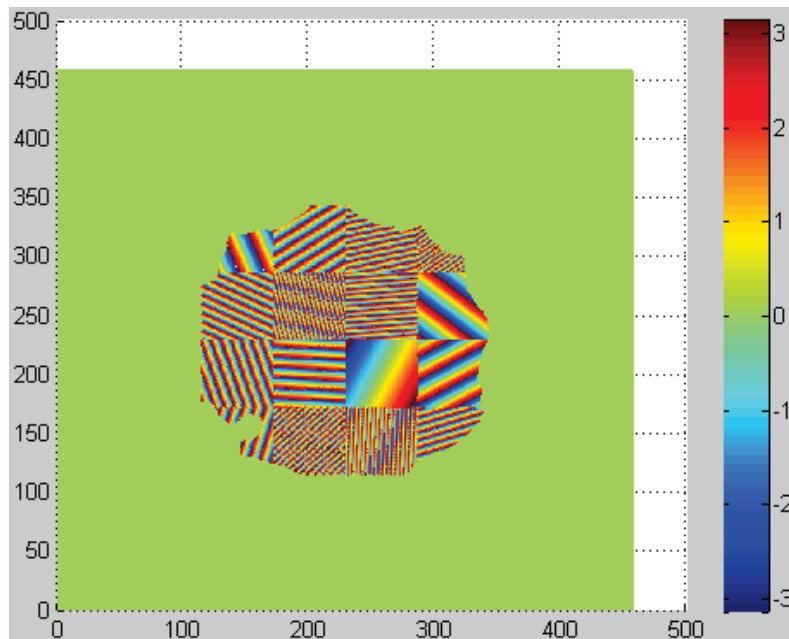


圖 3.17 解出來的毛玻璃空間相位區塊分布

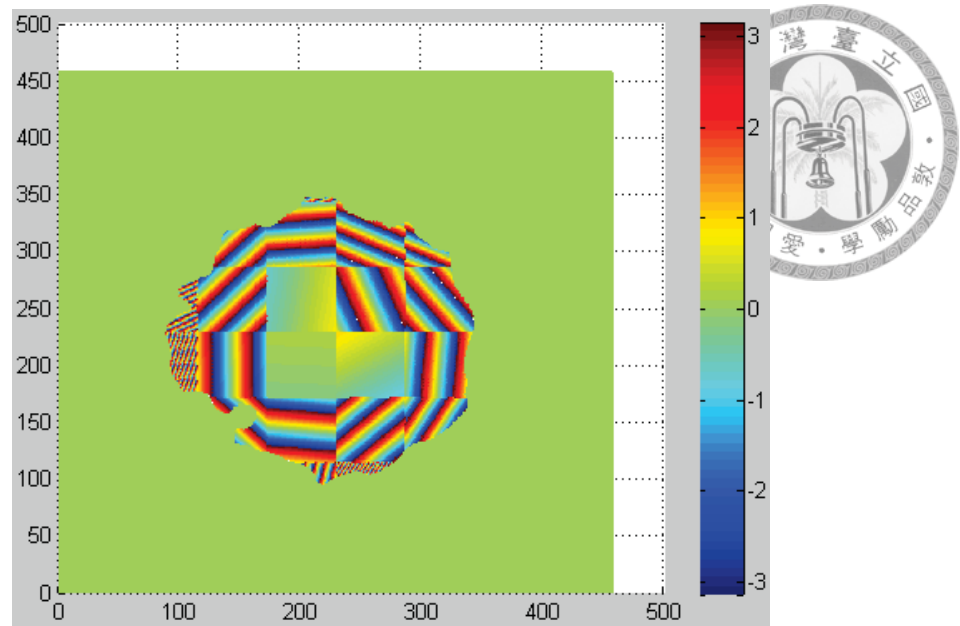


圖 3.18 回解相位圖與隨機給定相位圖之相減圖

圖 3.18 顯示回解相位圖與隨機給定相位圖之相減圖，我們發現中間區域的解比外圍區域的解較為準確。其原因如圖 3.19 所示，光斑訊號幾乎都集中在中間區域的附近，而我們依照光的二階相關性質來做回解，二階相關性質又是跟光強度有關係，所以訊號強度越高的地方，回解的空間相位就會較為準確；外圍的部分的相位解雖然不是很準確，可是由圖 3.18 外圍低頻相位區域得知，回解之 \vec{K} 向量很接近給定之 \vec{K} 向量。

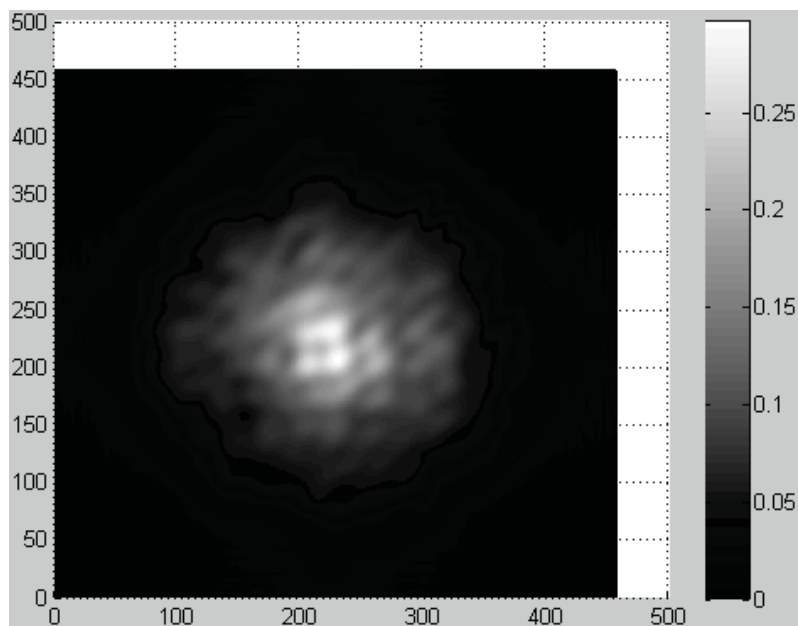


圖 3.19 平均的近場光強度 $I_N^{Tavg}(x, y)$

第 4 章 實驗



4-1 毛玻璃製作與實驗校正

開始正式執行實驗之前，我們需要製作毛玻璃、校正 CCD 攝影機的讀值。定義近遠場座標讀值，以上這些步驟都在這個章節裡面說明。以下說明製作毛玻璃的方法，先塗抹一層薄透明膠水在透明玻璃片上，趁膠水快要乾的時候，用棉花棒輕輕將這層膠水點成不均勻平面；圖 4.1 是毛玻璃的影像，因為這區域的膠膜對光強度影響最小，所以我們讓物體的繞射光打在白色方框之中間部分。

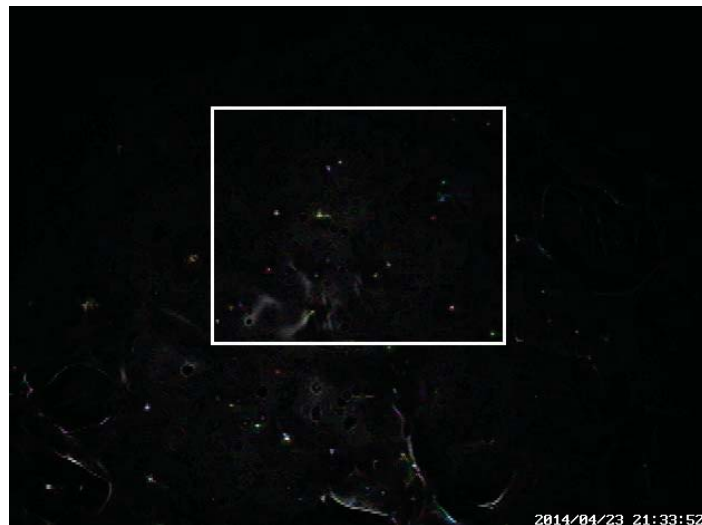


圖 4.1 毛玻璃的影像

為了確保電腦正確地對照片檔案執行傅立葉計算，我們量測兩台 CCD 攝影機的某 pixel 讀值與總光強度之關係圖；如果這個關係圖是線性關係圖，那麼就說明照片上某 pixel 讀值直接對應到那個 pixel 點的光強度值，才能對照片檔案的二維矩陣執行快速傅立葉轉換。圖 4.2 是兩台 CCD 攝影機某個 pixel 的讀值與總光強度的關係圖，由此圖可以知道，我們購買的 CCD 攝影機是線性的。

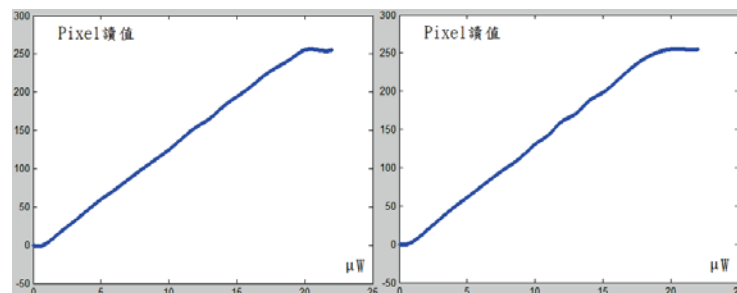


圖 4.2 CCD power VS pixel-count 圖

在定義近場空間座標與遠場 \vec{k} 空間座標方面，我們將已知大小正方形校正片置放在無散光碟片與無毛玻璃之系統的 z_1 平面上，以進行近場座標校正，對於遠場座標校正，則以 50 μm 光柵取代正方形校正片；這樣就可定義近場照片與遠場照片的每個 pixel 對應之位置座標與 \vec{k} 座標，圖 4.3 是近場正方形校正片影像，圖 4.4 則是 50 μm 光柵之遠場繞射影像，我們以白色叉叉來標示零階繞射亮團與一階繞射亮團。另外一方面，為了不致於在重新定義 \vec{k} 座標的時候，因取樣率不足而讓遠場影像失真，我們選擇有足夠遠場影像放大率的長焦距透鏡 f_1 。

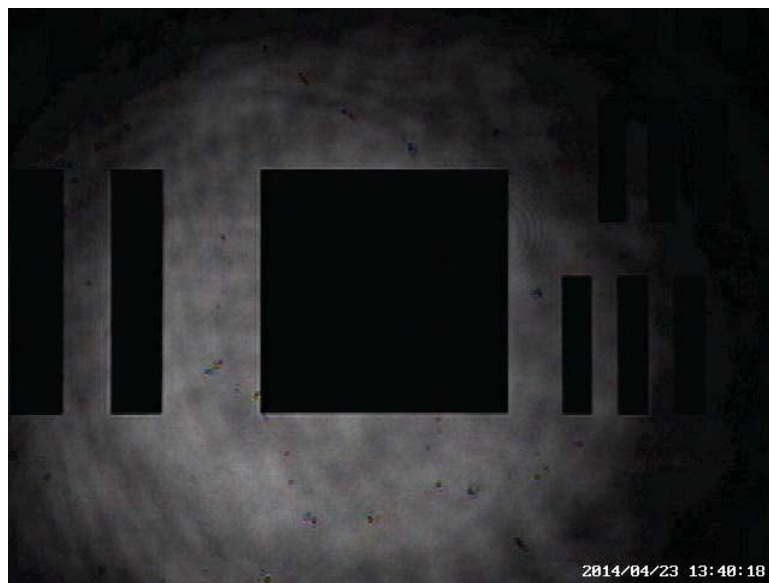


圖 4.3 正方形校正片

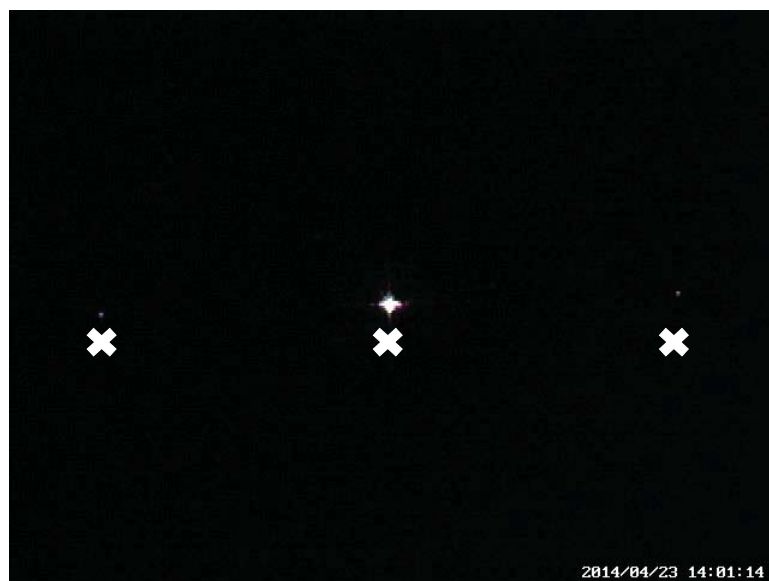


圖 4.4 50 μm 干涉片



4-2 光路架設與實驗過程

在這個部分，我們使用混亂光源打在膠水模毛玻璃上，以近遠場二階相關性找出毛玻璃的空間相位區域分布，並且在藉由毛玻璃干涉實驗來驗證這些回解的空間相位區塊。如圖 4.5 所示，在實驗中我們使用 632nm 的氦氖雷射當作光源，雷射經過擴束之後，用分光鏡將光分作兩道，一道當作近場成像、一道當作遠場影像。另外，還可以前後調整散光碟片來選擇平均光斑大小，散光碟片越靠近焦點的情況之下，光斑就越大，雷射的空間同調性也就會越好。

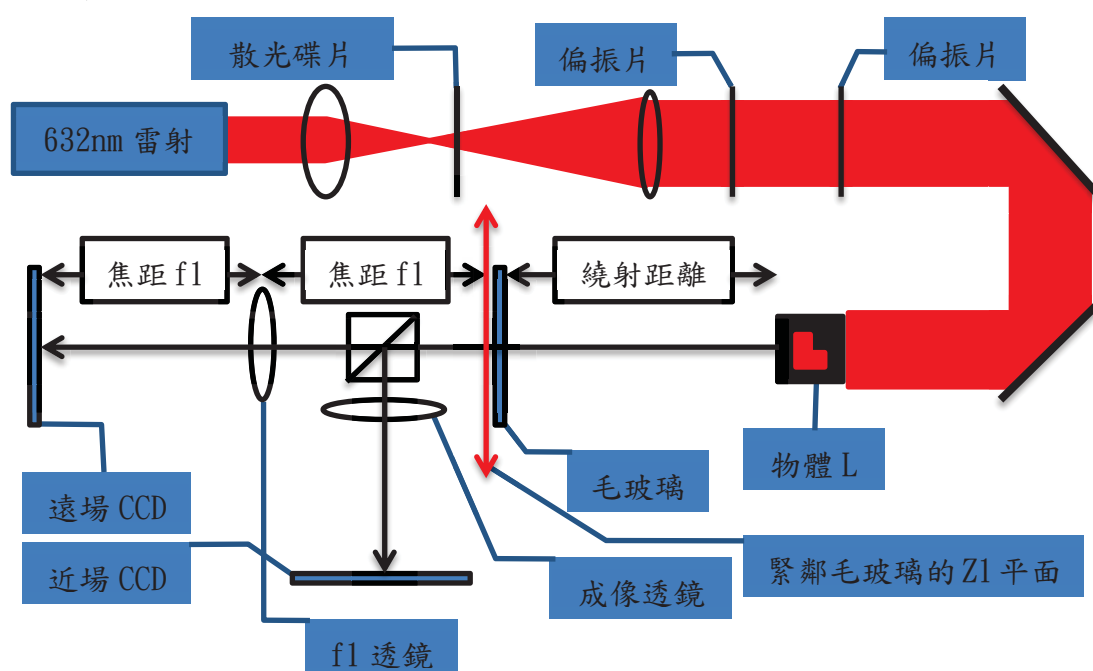


圖 4.5 實驗光路圖

我們使用兩個偏振片來調整光強度，並以兩片平面鏡拉長光路，以得到更大的架設空間。光通過物體 L，繞射一段距離，打在毛玻璃上面，光波被毛玻璃影響空間相位之後，到達了 Z1 平面，而 Z1 平面上光波電場之空間相位分布就會是毛玻璃之空間相位再加上光波自身之些微空間相位變化；接著把 Z1 平面光強度影像成像在近場 CCD 攝影機上，同時把 Z1 平面電場通過 f_1 透鏡匯聚在遠場 CCD 攝影機上，透鏡 f_1 的前焦平面與 Z1 平面重疊，而其後焦平面則與遠場 CCD 攝影機平面重疊。

在取影像數據的時候，先轉動散光碟片一次，等散光碟片停下來之後，將光強度調整到兩台 CCD 攝影機的飽和光強度之內，才會取兩台 CCD 攝影機影像資料各一張，這兩張影像資料就是同一時間點之近場影像和遠場影像，以下兩張影像分別是某個時刻之近場影像與某個時刻之遠場影像。我們取 500 組近場影像與遠場影像，然後再利用近遠場的光學二階相關性，計算毛玻璃的空間相位區塊之分布，在下一個小節裡會繼續說明。



圖 4.6 某時刻的近場影像(混亂光)



圖 4.7 某時刻的遠場影像(混亂光)

4-3 實驗結果

圖 4.8 到圖 4.15 是以近遠場二階相關計算所得到的 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與遠場某 pixel 之對應圖，除了這些近場相關區域不是以九宮格規則地分布之外，其餘二階相關圖的性質皆與電腦模擬的情況一樣，圖 4.16 則是分別以不同角度，俯視解出來的毛玻璃空間相位區塊圖，我們可以看出其不規則且連續的空間分布。

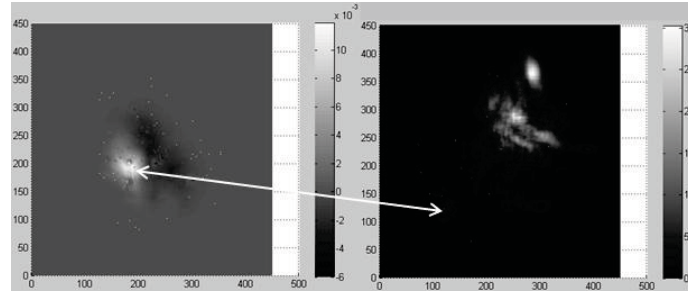


圖 4.8 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—A

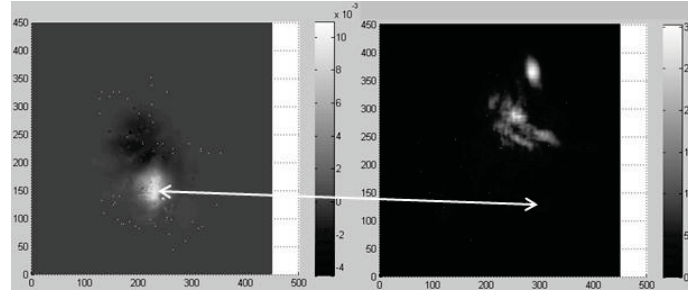


圖 4.9 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—B

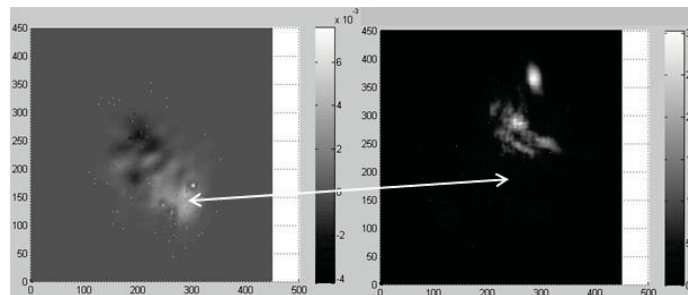


圖 4.10 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—C

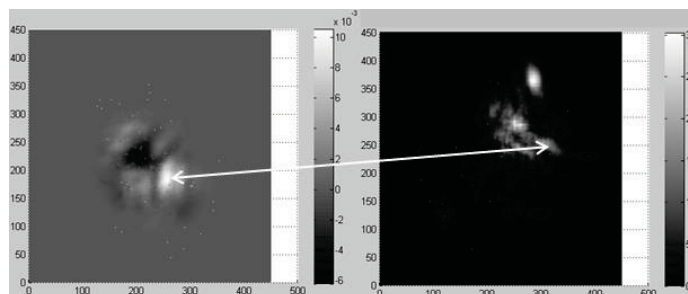


圖 4.11 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—D

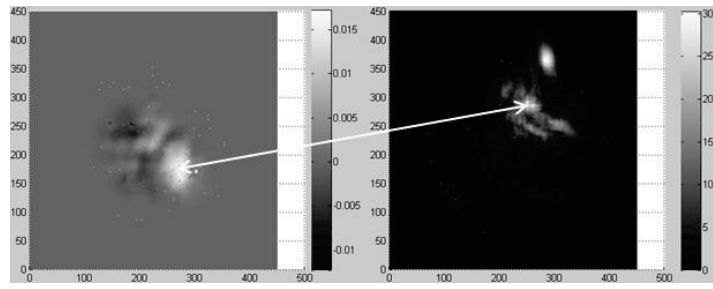
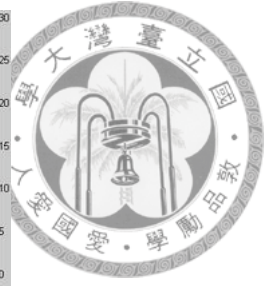


圖 4.12 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—E

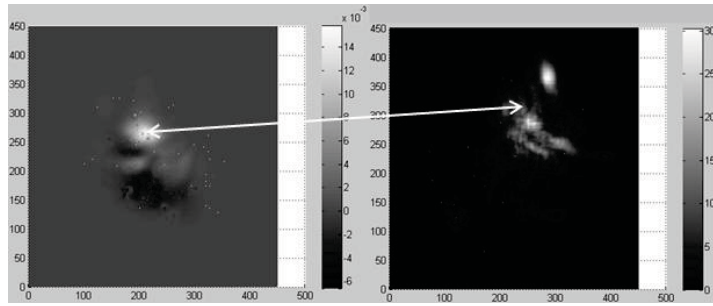


圖 4.13 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—F

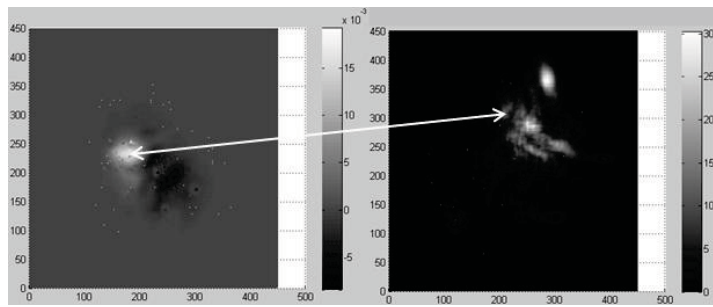


圖 4.14 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—G

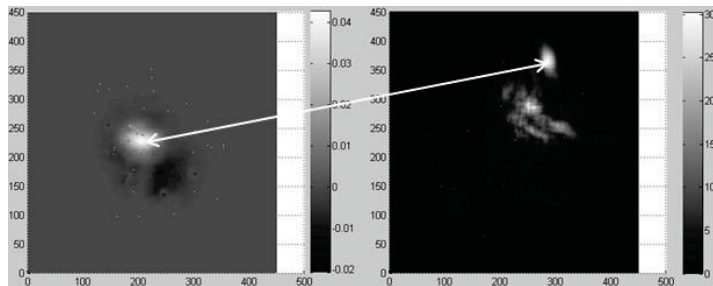


圖 4.15 $CRE_{FN}^T(x,y)$ 與不同的遠場 pixel 之相關圖—H

圖 4.16 左右兩邊的相位變化上下限從 π 到 $-\pi$ ，而圖右邊大部分的淺色平坦區域之空間相位值都是在零附近做變化，所以是屬於較為平坦且低頻變化之區域，我們以 A 區域作為這類低頻變化區域的代表；而圖右邊的中間 B 區域附近部分是空間相位變化最為高頻之區域，圖右邊的下側 C 區域附近部分也是變化很大的區域，這些區域是毛玻璃影響光波前相位最為顯著之部分。

我們以圖 4.16 左邊的 A、B、C 區塊來做討論，由此可以看出各區塊的相位平面有各自之傾斜角度，我們定義各區塊的相位平面法向量為 \vec{K}_A 、 \vec{K}_B 、 \vec{K}_C 向量，除了 A、B、C 區塊之外，其他區外之情況也是如此。由圖左邊所觀察毛玻璃相位的視角來看，A 區塊周圍其他區塊的平面與 A 區塊的平面很相近，而 B 區塊周圍其他區塊的平面與 B 區塊的平面很相近，C 區塊的情形也是如此，因此每一個區塊的相位平面法向量是漸進式地變化。這是因為實際上的毛玻璃形狀是一個不間斷之平滑曲面分布；從觀察以近遠場相關計算所量到之毛玻璃空間相位的變化，我們又看到如同 3-1 章節所提到的觀點。

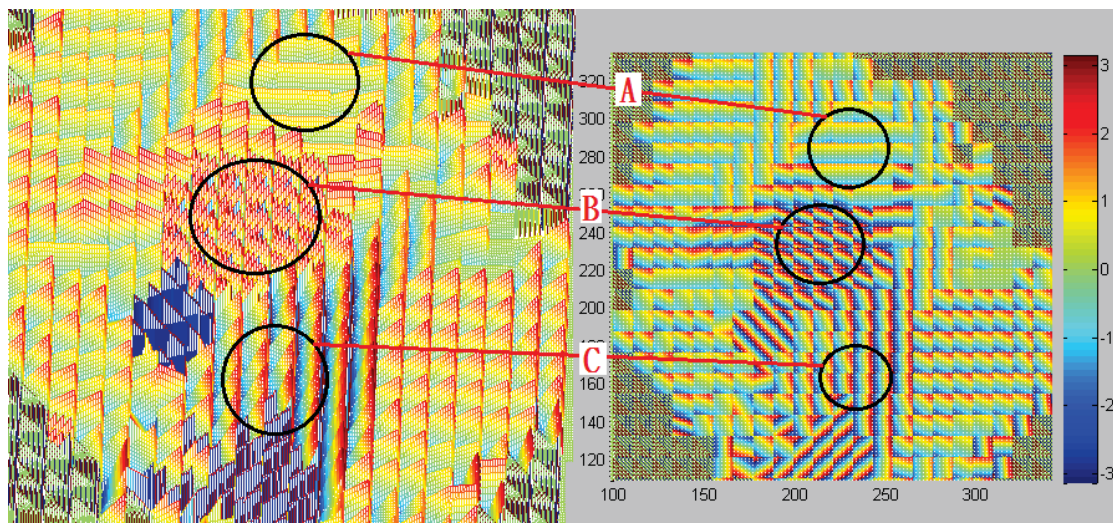


圖 4.16 不同視角俯視毛玻璃的空間相位區塊圖

4-4 干涉比較

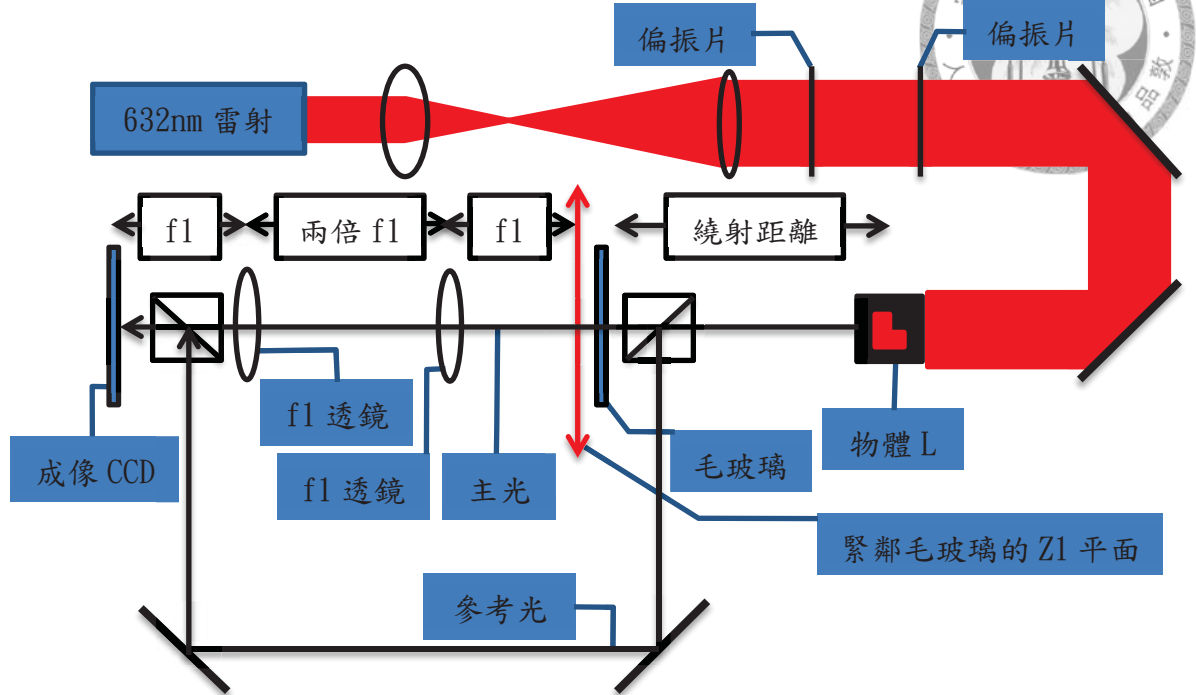


圖 4.17 毛玻璃干涉實驗架設

為了驗證近遠場相關計算之毛玻璃空間相位區塊的正確性，我們利用毛玻璃干涉實驗來確認其計算結果；如圖 4.17 所示，以 4-f 系統將緊鄰毛玻璃的 Z1 平面電場轉換到成像 CCD 平面，因此成像 CCD 平面電場的主光線就是 Z1 平面電場，成像 CCD 平面上的參考光線會與此平面的主光線進行空間干涉。

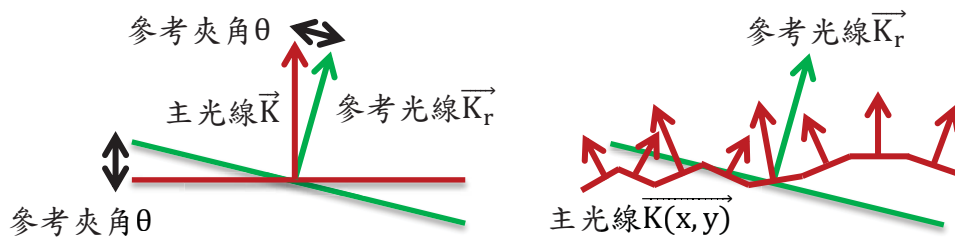


圖 4.18 干涉實驗解釋圖

我們以圖 4.18 來理解以上的干涉實驗，圖 4.18 左側是在無毛玻璃的系統之下會發生的事情，成像 CCD 平面之主光線電場波前 \vec{K} 向量(垂直線)與參考光線電場波前 \vec{K}_r 向量(斜角線)之間的角度呈現些微地差距，我們把這個些微地角度差距稱作參考夾角 θ (圖 4.18 左側)，此時在成像 CCD 平面的干涉條紋如同圖 4.19 左上側影像。

圖 4.18 右側則是在毛玻璃緊鄰 Z1 平面的系統之下會發生的事情，因為成像 CCD 平面之主光線電場波前 $\vec{K}(x,y)$ 向量受到毛玻璃空間相位 $G_{\text{Glass}}(X,Y)$ 影響，所以呈現空間中不同角度之偏折(以圖 4.18 右側的多個箭頭表示)，而此時在成像 CCD 平面之干涉條紋如同圖 4.19 左下側影像，我們可以看到在空間中連續變化傾斜角度之條紋，造成空間中不同傾斜角度分布之條紋的原因是主光線電場波前 $\vec{K}(x,y)$ 向量與參考光線電場波前 \vec{K}_r 向量之間的角度在空間中也是不同分布。

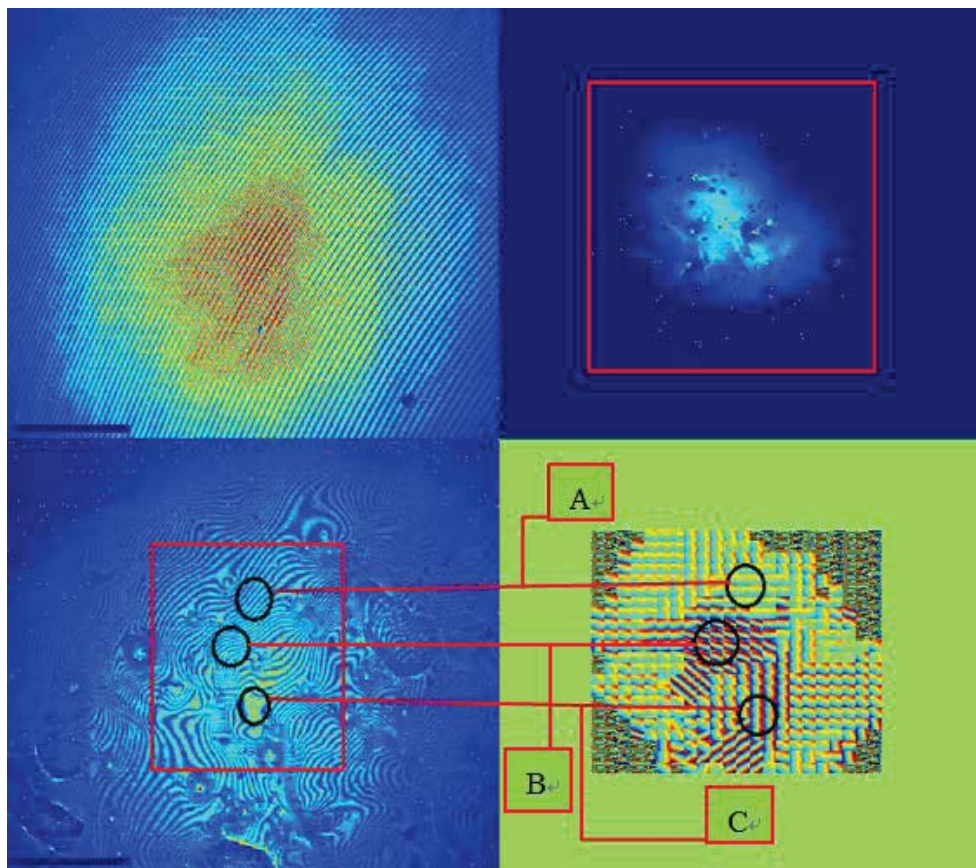


圖 4.19 干涉影像(左上、左下)與所測量得到的毛玻璃相位圖(右下)

我們可以從測量得到的毛玻璃空間區域相位分布圖(圖 4.19 的右下側影像)得知 A、B、C 區域各自所屬之 \vec{K}_A 、 \vec{K}_B 、 \vec{K}_C 向量，因此可以從毛玻璃干涉實驗影像(圖 4.19 的左下側影像)挑選對應的 A、B、C 區域來進行比對與分析，這個分析方法是將 \vec{K}_A 、 \vec{K}_B 、 \vec{K}_C 向量與參考光線波前 \vec{K}_r 向量做比較，以得到計算出的平面波空間相位條紋，再藉由計算而得之平面波空間相位條紋與量測得到之毛玻璃干涉條紋之比較來驗證測量得到的毛玻璃相位區域分布圖之正確性。

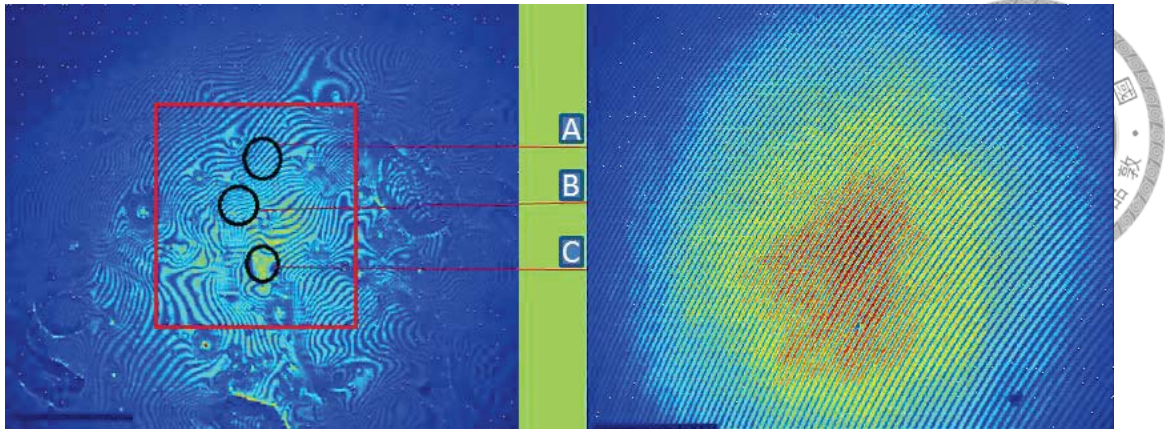


圖 4.20 毛玻璃干涉實驗影像(左)與主光與參考光之干涉條紋(右)

如圖 4.20 所示，比較 A 區域的毛玻璃干涉條紋影像與無毛玻璃之干涉條紋影像，可以看出 A 區域的干涉條紋傾角並沒有明顯的變化，從而得知這區域的主光線 \vec{K}_A 向量與參考光線 \vec{K}_r 之夾角沒有明顯偏離參考夾角 θ ，這顯示 A 區域的毛玻璃對 A 區域的主光線 \vec{K}_A 影響很小，也就是說 \vec{K}_A 與 \vec{K}_r 之夾角等於參考夾角 θ 。

比較 C 區域的毛玻璃干涉條紋影像與無毛玻璃的干涉條紋影像，則可以觀察到 C 區域的干涉條紋變成很低頻的干涉亮紋，這表示 C 區域的毛玻璃將 C 區域的主光線 \vec{K}_C 偏折成幾乎與參考光線 \vec{K}_r 平行，也就是 $\vec{K}_C \cong \vec{K}_r$ ，因此我們得知 \vec{K}_A 與 \vec{K}_C 之夾角等於參考夾角 θ ，並且定義 $\vec{K}_A - \vec{K}_C$ 向量為向量 \vec{K}_{AC} 。

比較 B 區域的毛玻璃干涉條紋影像與無毛玻璃的干涉條紋影像，可以觀察出 B 區域的干涉條紋呈現幾乎水平傾斜的情況，這是因為 B 區域的毛玻璃將 B 區域的主光線 \vec{K}_B 偏折成與參考光線 \vec{K}_r 的夾角是某一個角度，而由於 $\vec{K}_C \cong \vec{K}_r$ ，所以這個角度就約等於毛玻璃 B 區域的 \vec{K}_B 向量與毛玻璃 C 區域的 \vec{K}_C 向量的夾角，我們可以定義 $\vec{K}_B - \vec{K}_C$ 向量為向量 \vec{K}_{BC} 。

在以下部份，我們就分別以近遠場相關計算所得到的向量 \vec{K}_{AC} 與向量 \vec{K}_{BC} 當作平面波 φ_{AC} 與平面波 φ_{BC} 的波前方向，將這兩個平面波的相位條紋與實驗上量測到的毛玻璃 A、B 區域之干涉條紋作對照，從而得知以近遠場二階相關計算方法所得到之毛玻璃 A 區域 \vec{K}_A 向量、B 區域 \vec{K}_B 向量的正確性。

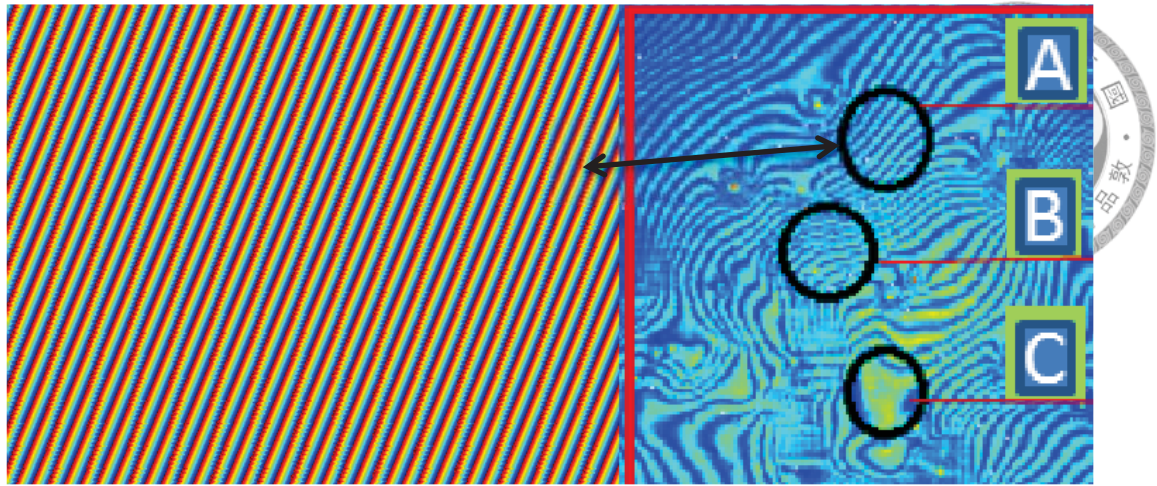


圖 4.21 φ_{AC} 之相位(左)與毛玻璃干涉圖(右)

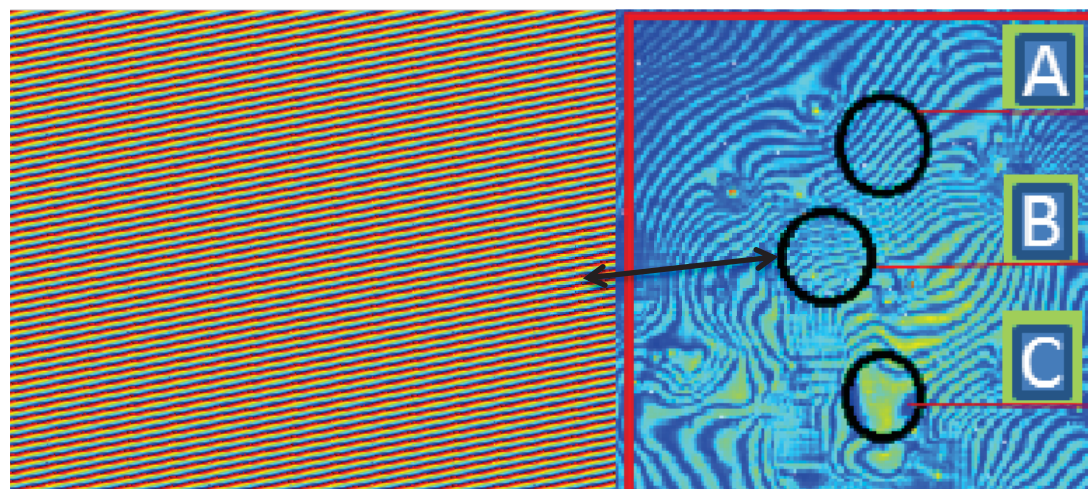


圖 4.22 φ_{BC} 之相位(左)與毛玻璃干涉圖(右)

圖 4.21 左側是計算出的平面波 $\varphi_{AC} = e^{i\vec{k}_{AC}\cdot\vec{r}}$ 之相位條紋影像、右側則是實驗量得之毛玻璃干涉條紋影像，比較圖 4.21 的左側與圖 4.20 的右側，我們可以看出平面波 $\varphi_{AC} = e^{i\vec{k}_{AC}\cdot\vec{r}}$ 的相位條紋傾角與無毛玻璃之干涉條紋傾角很相近，這證明了 A 區域的毛玻璃空間相位對 A 區域的主光線 \vec{k}_A 向量影像很小；而圖 4.21 左側的條紋傾角也與圖 4.21 的右側 A 區域之條紋傾角幾乎吻合，這驗證了 A 區域的 \vec{k}_A 向量之正確性。另外一方面，圖 4.22 的左側是計算出的平面波 $\varphi_{BC} = e^{i\vec{k}_{BC}\cdot\vec{r}}$ 之相位條紋影像、右側則是實驗量得之毛玻璃干涉條紋影像；比較此圖的左右兩側，我們可看出平面波 $\varphi_{BC} = e^{i\vec{k}_{BC}\cdot\vec{r}}$ 的相位條紋傾角與圖右側 B 區域之條紋傾角幾乎吻合，因此這也驗證了 B 區域的 \vec{k}_B 向量之正確性。

第 5 章 後續工作

5-1 Gerchberg-Saxton method I

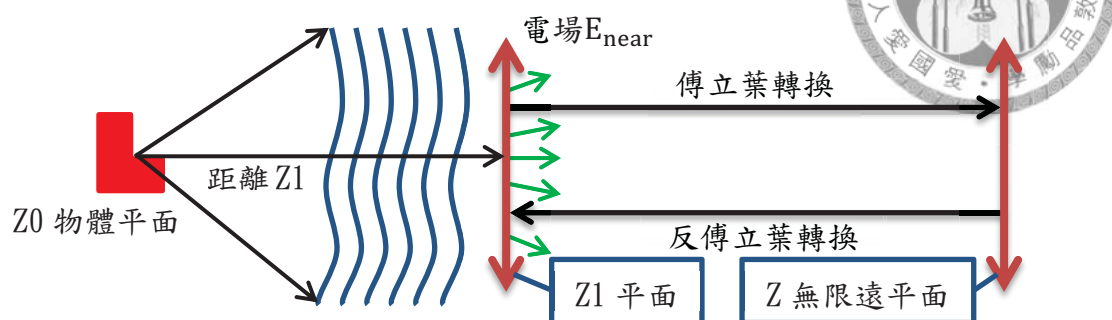


圖 5.1 沒有毛玻璃的系統(簡化圖)

在圖 5.1 中(系統裡面沒有毛玻璃), z_0 物體平面上的 L 形狀光罩被平面光波照亮之後, 光波就行進了一段距離 z_1 , 到達 z_1 平面。這個時候電場的波前分布已經不是均勻地平面分布, 而是呈現出些微地不均勻分布, z_1 平面上之多個箭頭則表示電場 E_{near} 波前的方向; 雖然波前是呈現些微地不均勻分布, 但是它比被毛玻璃影響的 z_1 平面之電場波前分布還要來得均勻且平坦許多。在已知 z_0 物體平面與 z_1 平面的距離之情況下, 我們可以 Gerchberg-Saxton method 計算出在 z_1 平面上的電場 E_{near} , 再利用光的可逆性質, 藉由電場 E_{near} 來反推出在 z_0 平面上的物體形狀 L。

如流程圖 5.2, 在流程一開始的時候, 我們需要先猜一個初始條件 e^{iP_0} , 因為系統裡面沒有毛玻璃, 所以我們猜均勻的平面空間相位 P_0 為初始相位, 然後把 e^{iP_0} 乘上實際量到的光強度影像之開根號矩陣 $\sqrt{I_{near}}$, 這樣我們就有假設的起始複數近場 E_0 。對 E_0 做傅立葉轉換, 我們得到第一個虛數矩陣, 利用遠場光強度影像之開根號矩陣 $\sqrt{I_{far}}$ 來取代第一個虛數矩陣的振幅矩陣, 得到 E_{far} ; 我們再對 E_{far} 做反傅立葉轉換, 得到第二個虛數矩陣, 再利用近場光強度影像之開根號矩陣來取代第二個虛數矩陣之振幅矩陣, 得到 E_{near} 。我們再繼續把 E_{near} 作以上的遞迴動作數次之後, 得到一組穩定的 E_{near} 、 E_{far} , 就可以使用光的可逆性質(Inverse Huygens-Fresnel Principle)來回推在 z_0 平面上物體 L 的形狀, 依照參考資料[9]的遞迴次數, 我們的遞迴次數都是不下於一萬次。

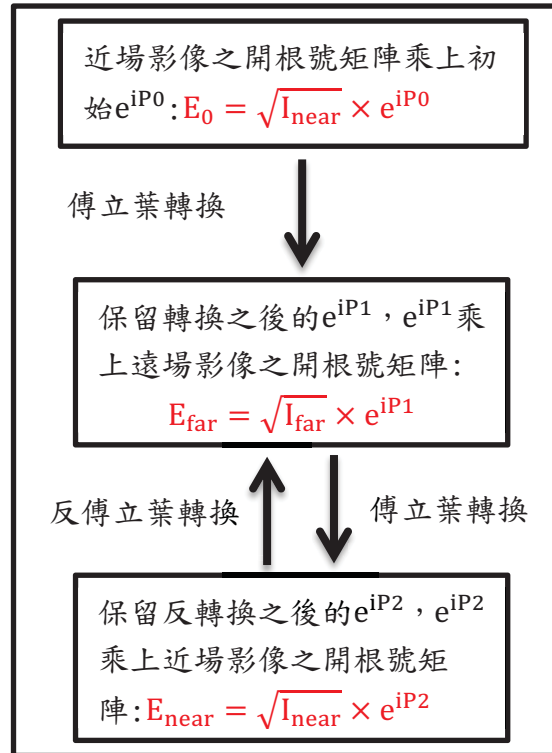


圖 5.2 Gerchberg-Saxton method I 流程圖

圖 5.3 的左上角是量到的近場光強度 I_{near} 與回解的 E_{near} 光相位，因為我們在無毛玻璃的系統裡面沒有使用散光碟片打散光源，所以圖的中上側之遞迴法所解出來的近場光相位分布很平坦，圖的右上角是遠場光強度 I_{far} ；而圖的下側則是利用光的可逆性質將 E_{near} 進行回推，所得到不同 z 距離之 $|E_z|^2$ 影像，我們把真實的 L 放在中間右下角與 $|E_z|^2$ 影像做比較。

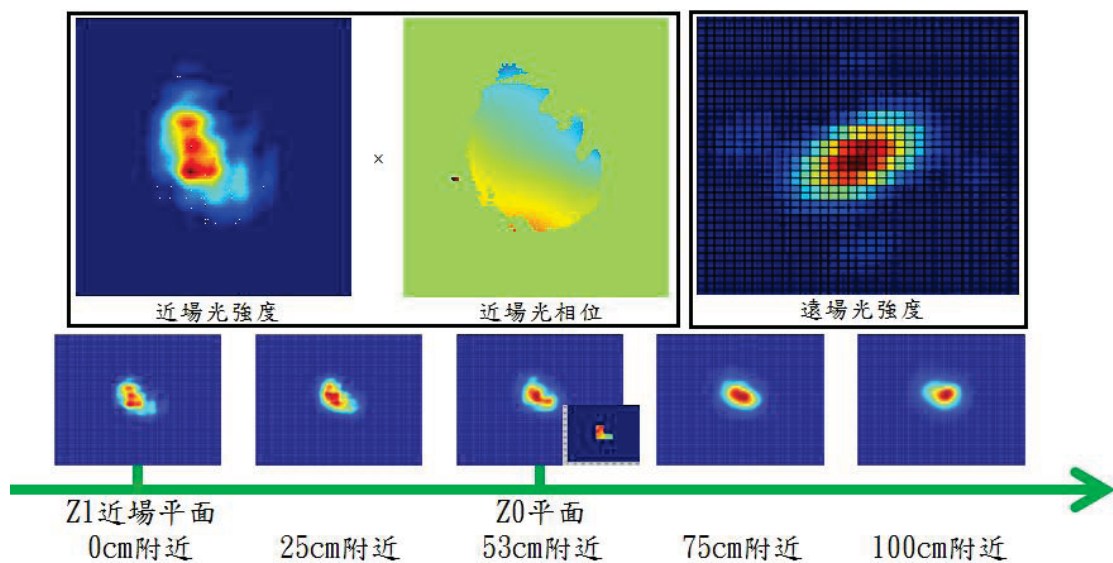


圖 5.3 不同 z 距離的回推圖

我們觀察左邊第二個逆運算影像，可以看出其光強度 $|E_z|^2$ 已經比 Z_1 平面上的近場光強度 I_{near} 還要集中在中間的區域，但是這個平面的 $|E_z|^2$ 影像還不是最為集中且清楚的物體影像；再繼續以逆運算回推 Z_0 平面附近的光強度 $|E_{z_0}|^2$ 影像，就會觀察到其形狀已經比前一張影像還要來的更集中在中間的區域，並且L形狀的邊角部分也演化出來了，因此比前一張影像還要更像L的形狀。

另外一方面，因為遠場光圖案在 CCD 攝影機上面聚焦，所以為了不讓 CCD 攝影機的 pixel 讀值飽和，我們使用衰減片把聚焦的光強度減弱，所以就如同圖 5.3 的右上側的影像 I_{far} 所顯示，我們只能取到遠場主光團外圍之四個第一階高頻光團；這個情況會造成 $|E_{z_0}|^2$ 影像的邊角部分變鈍，不過我們還是可以從 $|E_{z_0}|^2$ 看出 L 的物體形狀，而且在其他的距離 z 之下， $|E_z|^2$ 的 L 影像則都會比 $|E_{z_0}|^2$ 的 L 影像還要更模糊。到了超越 Z_0 平面的距離之情況下，我們就會發現 $|E_z|^2$ 影像糊成一個光球，而只有在 Z_0 附近的影像可以讓我們辨認出 L 的形狀。

。

5-2 Gerchberg-Saxton method II

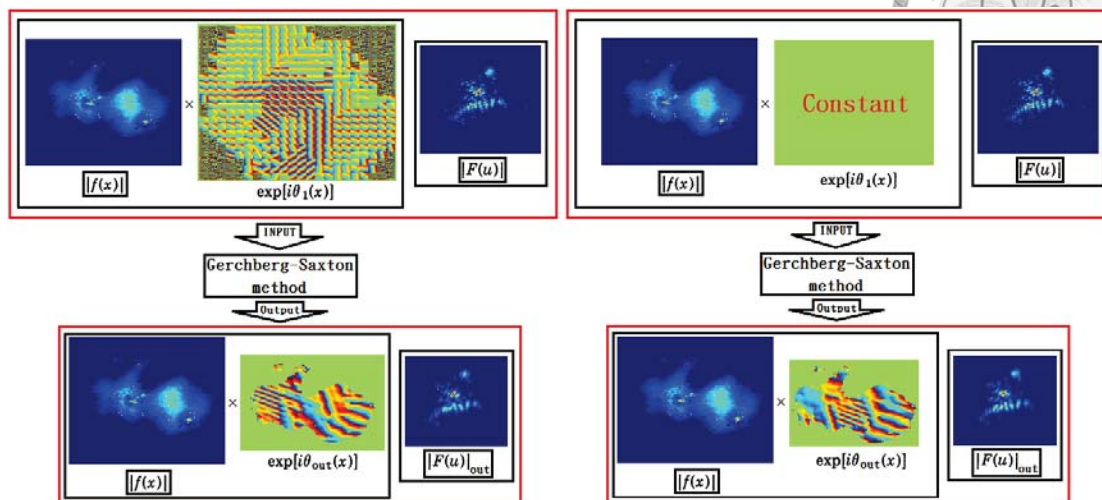
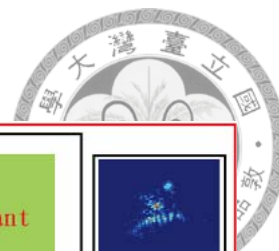


圖 5.4 不同初始條件所得之遞迴結果比較圖

這一部分說明不同初始條件的解不會收斂成為同一種解，並解釋為何要引入 Gerchberg-Saxton method II。圖 5.4 左邊以毛玻璃相位當作初始條件，配合某近遠場光強度矩陣，輸入 Gerchberg-Saxton method，而輸出之近場 E_{near} 相位分布與圖 5.4 右邊的近場 E_{near} 相位不同，但是這兩張近場之傅立葉轉換的絕對值平方都與輸入的遠場光強度影像符合，所以輸入不同初始條件會造成不同近場解 E_{near} (圖 5.4 下側左右)，這些解都滿足量測到的近遠場光強度。

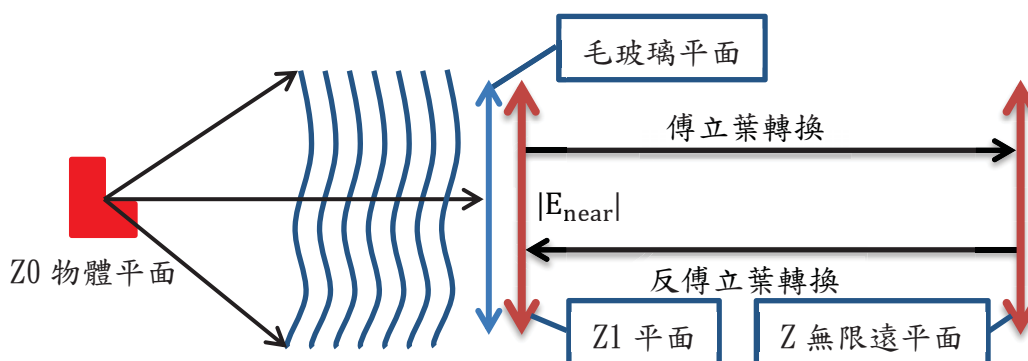


圖 5.5 有毛玻璃的系統(簡化圖)

在有毛玻璃在系統中(圖 5.5)，我們得替電場空間相位猜一個適當的初始空間相位，這樣才符合當下的實際物理條件，而找這個初始空間相位正是本論文的主題，也就是找出毛玻璃的空間相位區塊分布，我們認為最理想的電場解應該是以毛玻璃空間相位為初始條件所得的電場解，以下部分是流程圖 5.6 的說明。

章節 5-1 所描述的 Gerchberg-Saxton method I 是在系統沒有毛玻璃的情況之下的作法，而為了要看穿毛玻璃，我們先利用近遠場光學二階相關計算找出毛玻璃的空間相位區塊分布，再以毛玻璃空間相位區塊分布當作初使條件來執行 Gerchberg-Saxton method I；因為此流程只多出以上描述的步驟，所以把它取名為 Gerchberg-Saxton method II，並且為了方便，我們簡稱它為 G-S method II，如流程圖 5.6。

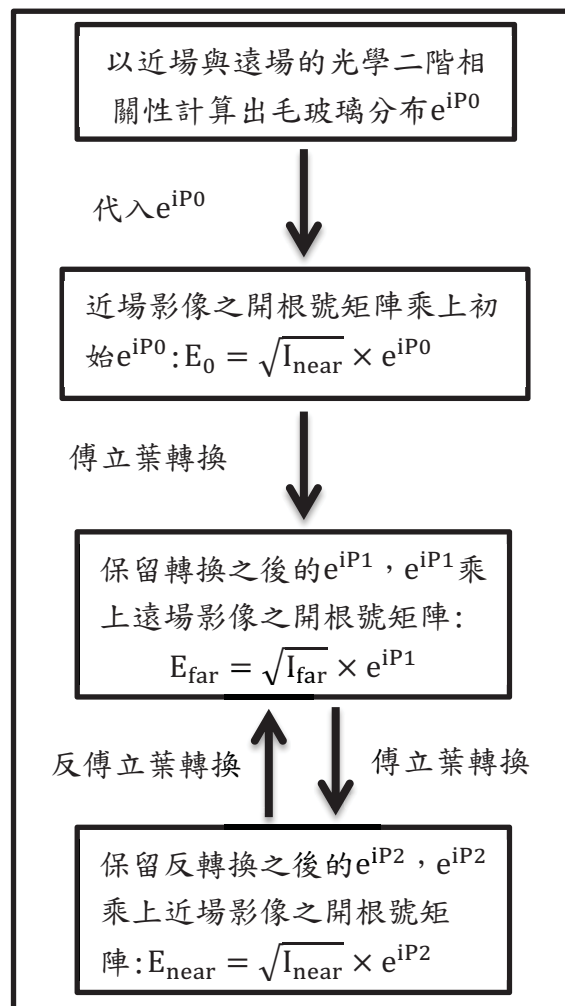


圖 5.6 Gerchberg-Saxton method II 流程圖

5-3 提出影像回解流程

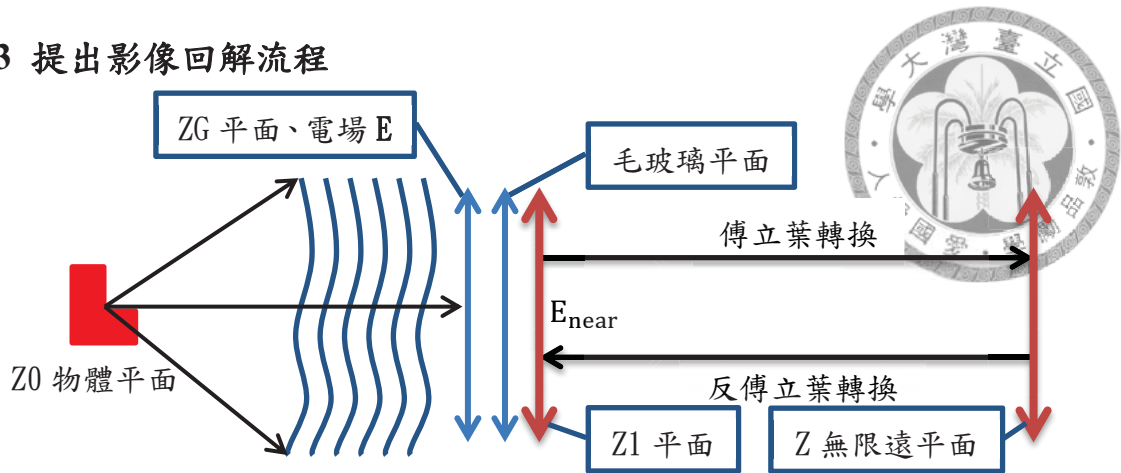


圖 5.7 有毛玻璃的系統(簡化圖)

毛玻璃平面、ZG 平面以及 Z1 近場平面都互相緊鄰，為了以光的逆運算回解 Z0 平面上物體的形狀，所以需要知道未被毛玻璃所影響的 ZG 平面之電場 E ；我們可以利用 G-S method II 解出 Z1 近場平面 E_{near} ，然後 E_{near} 還需要補償被毛玻璃所影響的空間相位 A_{00} ，以得到 ZG 平面之電場 E 。圖 5.8 是回解 500 張不同時刻之 ZG 平面上電場 E 的兩步驟流程圖，以下部分就來說明此流程圖。

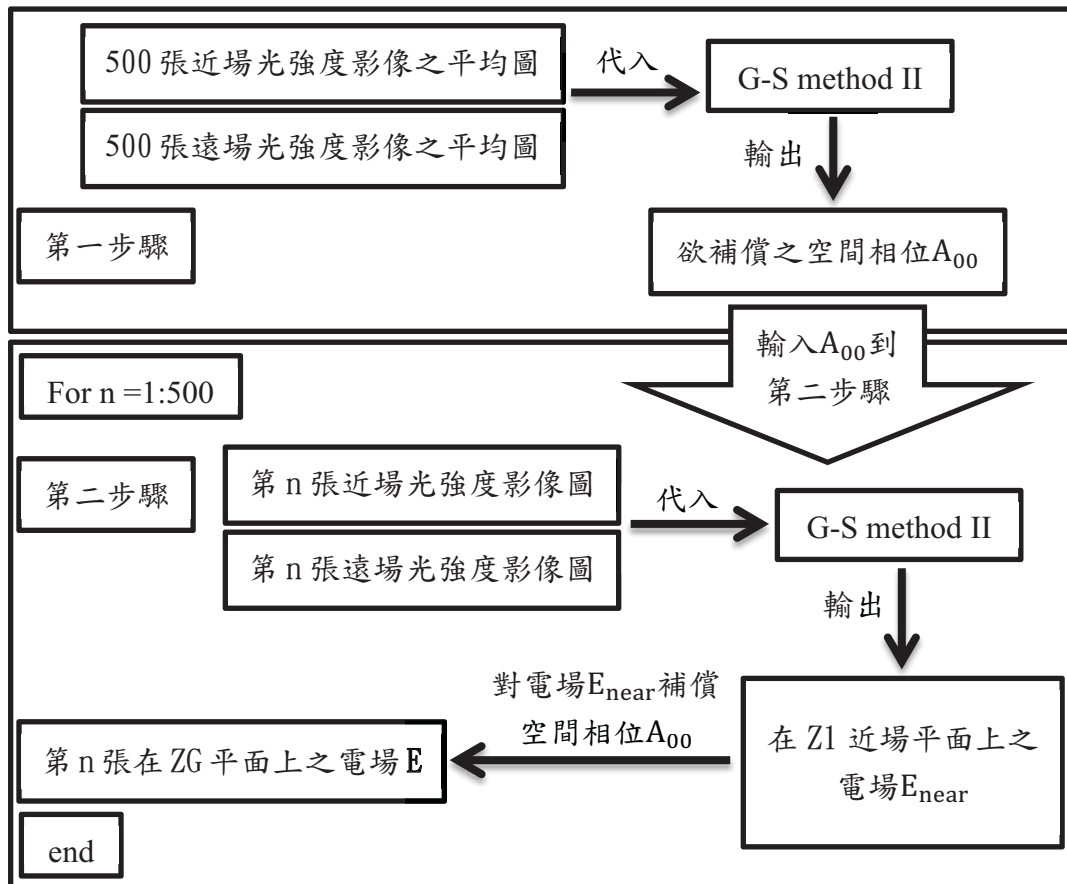


圖 5.8 兩步驟流程圖

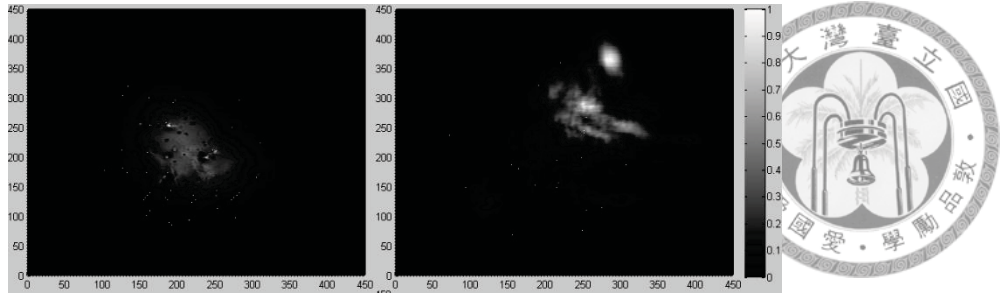


圖 5.9 左圖是 $I_N^{Tavg}(x,y)$ 、右圖是 $I_F^{Tavg}(x,y)$ ，(實驗)

如圖 4.16 所示，以近遠場二階相關計算所得之毛玻璃 e^{iP_0} 相位 P_0 呈現多個正方形區塊分布，原因是我們在實空間中以 $10 \text{ pixel} \times 10 \text{ pixel}$ 方形區塊的方式給予近場區塊所屬之空間相位；另外一方面，遠場 $I_F^{Tavg}(x,y)$ 數值較大之區域是從近場 $I_N^{Tavg}(x,y)$ 數值較大之區域所匯集與累積而得(如圖 5.9 所示)，數值較小之區域也是如此。而為了得到較為連續變化之毛玻璃空間相位 A_{00} ，在圖 5.8 第一步驟中，我們將 $I_N^{Tavg}(x,y)$ 以及 $I_F^{Tavg}(x,y)$ 代入 G-S method II，保留輸出之複數的相位，當作欲補償之空間相位 A_{00} ，並將其當作第二步驟裡的空間相位 A_{00} 。在圖 5.8 的第二步驟中，我們將 n 對近遠場光強度影像輸入 G-S method II 來求得第 n 張 E_{near} ，再將每張近場 E_{near} 之空間相位減去 A_{00} ，最後輸出第 n 張 E 。

第三步驟(圖 5.10 右下角框框區域)是以逆運算來求出第 n 張在 z_0 平面上的物體光斑影像，因為物體在每一個時刻之下被不均勻光斑照射的關係，物體有些部分會亮起來，而有些部分則會暗下去，所以在得到 500 張 z_0 平面上的物體光斑影像之後，我們以圖 5.10 左邊的第四步驟將這 500 張物體的光斑全部都加起來，然後作平均，就可以拼湊出在 z_0 平面上的物體形狀 L 。

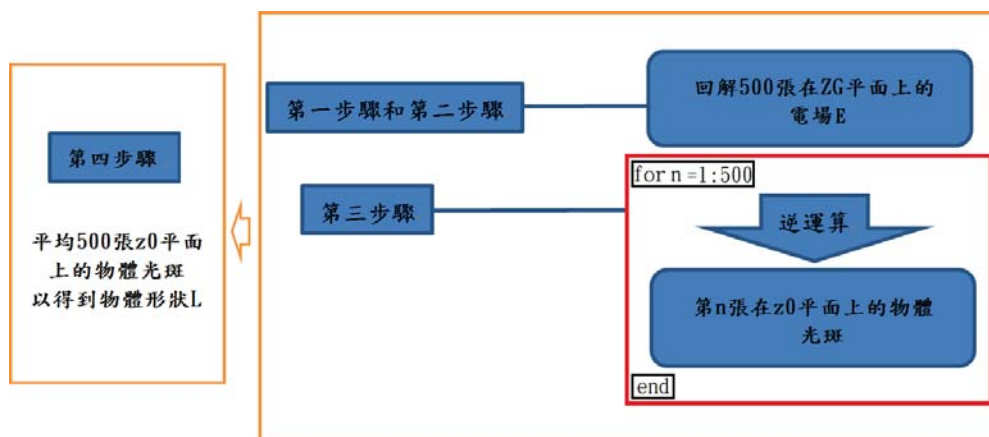


圖 5.10 四步驟流程圖

5-4 成果

在這一章節裡，我們將針對某張近場影像的計算結果，依照資料處理順序做出說明，首先會介紹 P_0 與 A_{00} 之差異。最後，我們會呈現出利用光的可逆性質所回解之物體的形狀 L ，這個結果是利用 500 張 ZG 平面的電場 E 以光的逆行進 (Inverse Huygens - Fresnel Principle) 之方式回推所得到。

圖 5.11 右側是二階相關計算所得之毛玻璃 e^{iP_0} 空間相位區域分布 P_0 ，而圖左側則是以 $I_N^{Tavg}(x,y)$ 與 $I_F^{Tavg}(x,y)$ 代入 G-S method II，所得之空間相位 A_{00} ；比較圖的左右兩側，可看出左側 A_{00} 空間分布比右側 P_0 空間分布更為連續，因此我們以 A_{00} 來取代毛玻璃 e^{iP_0} 空間相位 P_0 ，以補償近場電場 E_{near} 空間相位。另外，兩張相位區域(黑色圈圈的部分)的條紋變化也很類似。

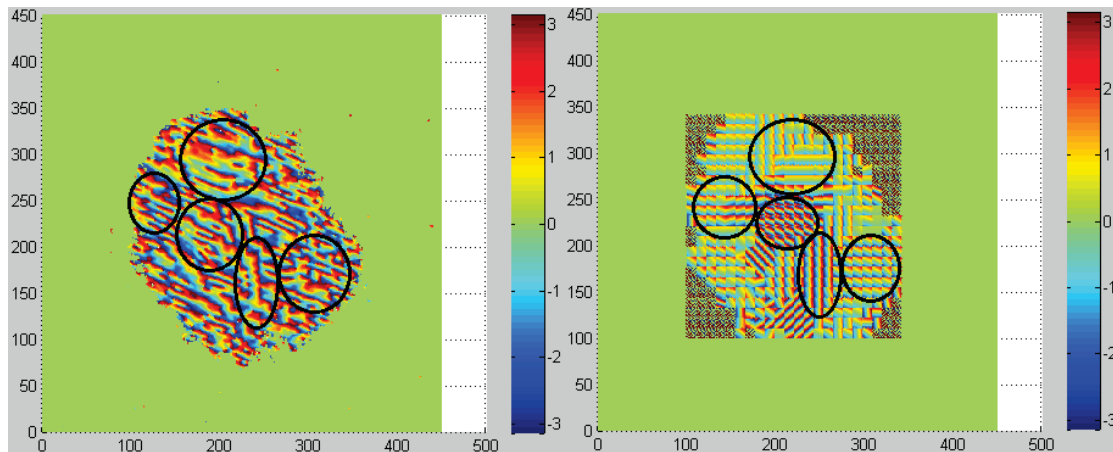


圖 5.11 空間相位 A_{00} (左)與毛玻璃空間相位 P_0 (右)

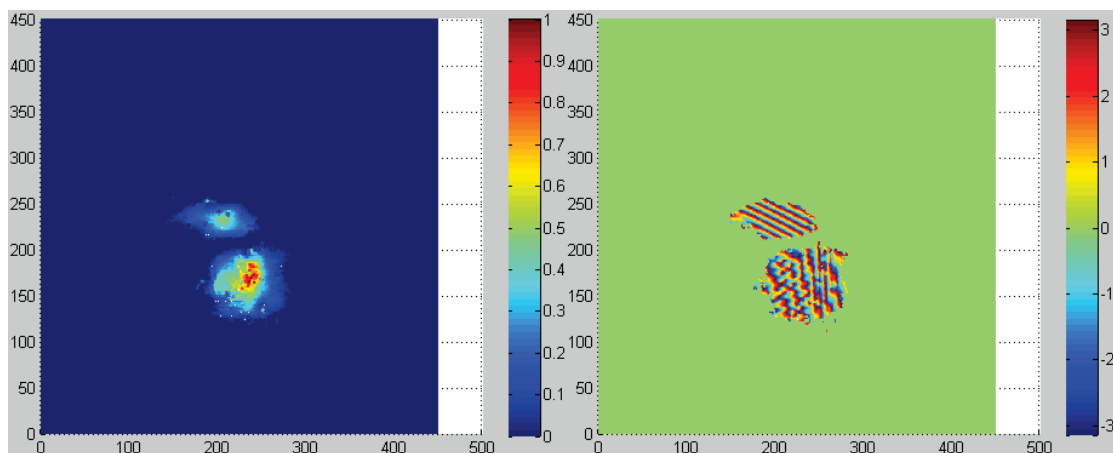


圖 5.12 z_1 平面光強度(左)與回解之電場 E_{near} 空間相位(右)

圖 5.12 左側是某一張實驗上看到的 z_1 平面光強度影像，而圖右側則是將這張影像代入 G-S method II 所回解之 z_1 平面上電場 E_{near} 的空間相位，觀察圖的右側，我們可以看出其空間相位高頻率地作變化，這是因為 E_{near} 被毛玻璃空間相位 A_{00} 所影響，而在文章後面的部份，我們也會看到補償毛玻璃空間相位 A_{00}^* 之後的 E 空間相位變化會變成低頻變化。

為了檢驗圖 5.12 所描述的近場 z_1 平面 E_{near} 之傅立葉轉換的光強度影像是否與實驗上所看到的近場 z_1 平面電場的遠場光強度影像符合，我們將回解之電場 E_{near} 做傅立葉轉換得到圖 5.13 右側遠場光強度影像，而圖左側則是在同一個時刻之下，實驗上所看到的遠場光強度影像。比較圖 5.13 左右兩側，我們可以看出實驗所量到的影像與計算所得到的影像很相似。

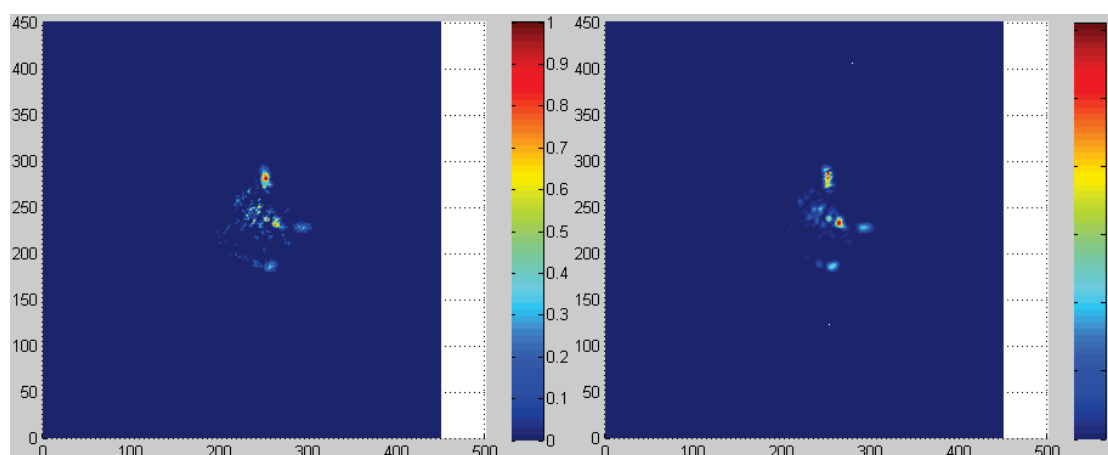


圖 5.13 遠場光強度(左)與回解之電場 E_{near} 的傅立葉轉換(右)

在接下來的部分，我們要對近場電場 E_{near} 空間相位補償毛玻璃的空間相位 A_{00} ，從而得到 ZG 平面上的電場 E ；把回解的近場電場 E_{near} 的空間相位減掉毛玻璃的空間相位 A_{00} ，就可以得到圖 5.14 右側電場 E 的空間相位分布，而圖 5.14 左側則是 E_{near} 的空間相位分布。比較圖 5.14 左右兩側，得知電場 E 的空間相位分布明顯比 E_{near} 的空間相位分布還來的平坦；這是因為我們把毛玻璃 A_{00} 對 E_{near} 的影響給補償掉了，所以 E 的相位變化會比 E_{near} 的相位變化低頻，關於這個觀點，還可以從下一段落的 E_{near} 與 E 的傅立葉轉換之遠場光強度比較圖看得出來。

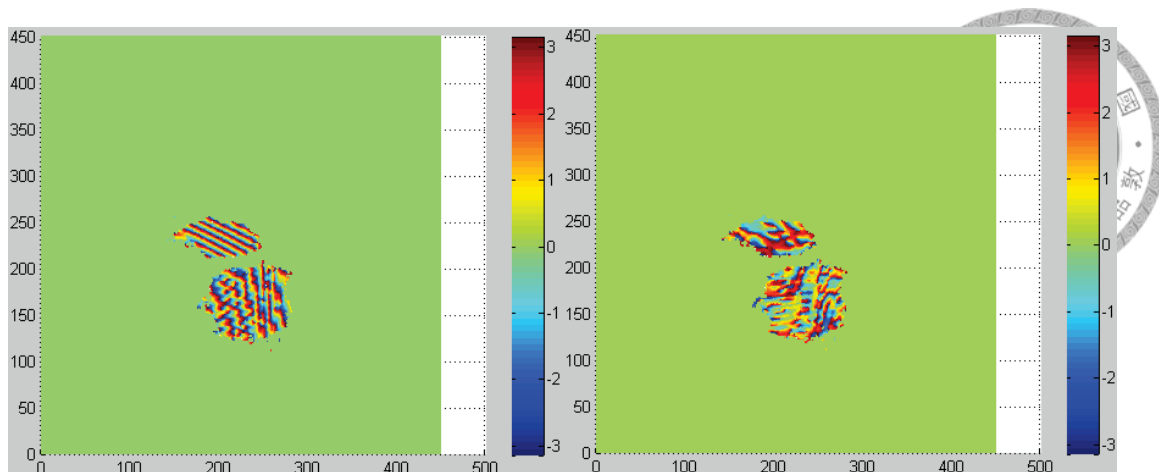


圖 5.14 電場 E 的空間相位(左)與 E_{near} 的空間相位(右)

如圖 5.15 右側所示，將 ZG 平面電場 E 做傅立葉轉換之後，計算其光強度分布，得到的遠場光強度影像；將 Z1 平面近場 E_{near} 做傅立葉轉換之後，計算其光強度分布，得到的遠場光強度影像，如圖 5.15 左側。比較圖 5.15 兩側可以得知，補償 A_{00} 之後的電場 E 之主要 \vec{K} 向量成分(圖右側的高亮度部分)已經從四處分散的情況(圖左側的情況)被修正為集中在原點附近的情況(圖右側的情況)；不過還是有一些較為高頻的 \vec{K} 向量成分在電場 E 裡面，其主因是因為我們使用混亂光源做實驗，因此圖右側外圍的那些光影還是會被留下來，造成這些光影的其他因素也有可能是回解流程的計算誤差所造成之結果。

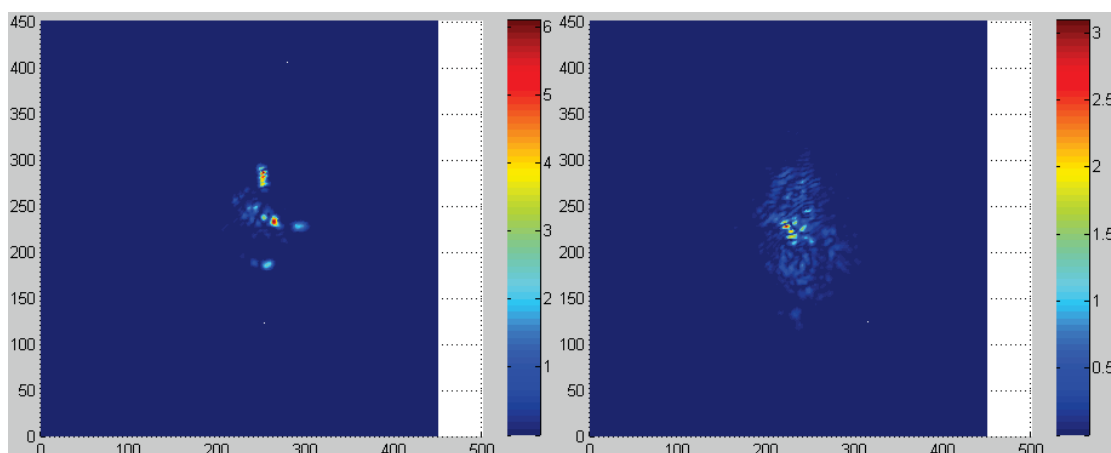


圖 5.15 E_{near} 之傅立葉轉換(左)與電場 E 之傅立葉轉換(右)

在接下來的部分，我們藉由光的逆行進(Inverse Huygens-Fresnel Principle)將電場 E 回推到物體所在之 z_0 平面，並且取其光強度影像。如圖 5.16 左側所示，物體光斑都集中在中間區域，而外圍區域的小光團則是演算法的計算誤差所造成之光影；圖右側則是以 500 張不同電場 E 所回推之物體光斑的平均圖，雖然回解的影像很模糊，但是我們已經可從中間光強度較亮部分看出物體的形狀 L ，而造成 L 形狀外圍淺色泛光區域的原因則是電場 E 的空間相位仍然有一些計算誤差的高頻區域，以至於在從 ZG 平面進行逆運算到物體平面的時候，這些計算誤差部分的光就會射向淺色泛光區域。

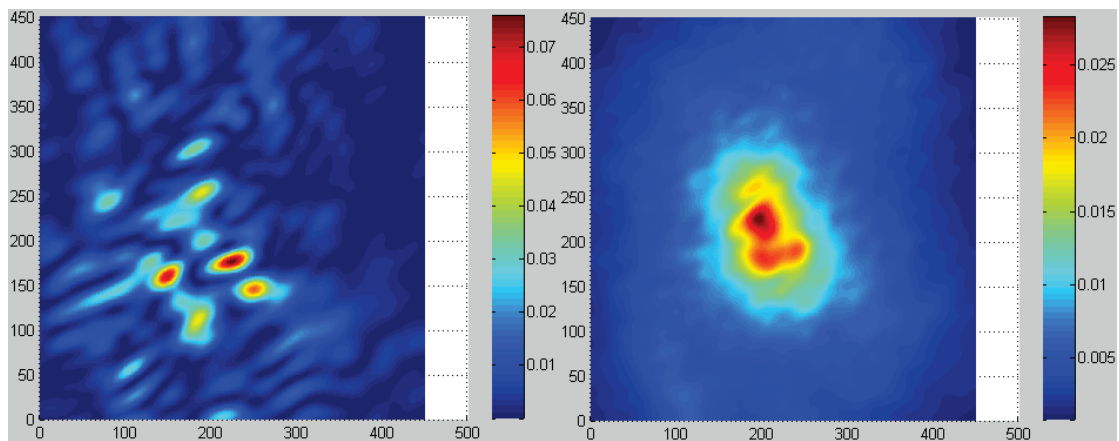


圖 5.16 某張 z_0 平面的回推影像(左)與 500 張回推的平均圖(右)

圖 5.17 則是在不同的逆行進距離之下，以 500 張不同電場 E 所回推之 L 物體光斑的平均圖，圖 5.17 右下角的影像則是把毛玻璃從系統中去掉、並將物體 L 移到 Z_1 近場平面所實際看到的物體影像；如果回推之距離不正確的話， L 的形狀就會變更為模糊，只有在正確距離附近的影像會最接近物體形狀 L 。我們把物體的形狀改成 T ，並執行一樣的實驗，圖 5.18 列出在不同逆行進距離之下由 500 張不同電場 E 所回推之 T 物體光斑的平均圖，圖 5.18 右下角的影像則是把毛玻璃從系統中去掉、並將物體 T 移到 Z_1 近場平面所實際看到的物體影像；在回推之距離不正確的情況之下， T 的形狀也一樣會變更為模糊，只有在正確距離附近的影像會最接近物體形狀 T 。而我們也設定一個光強度的閾值，並且令通過閾值的數值為 1，其目的是把外圍的淺色光暈之數值濾掉，使回推的物體形狀更接近實際物體 L 、 T 之形狀，如圖 5.17 和圖 5.18 的右上角小圖所顯示。

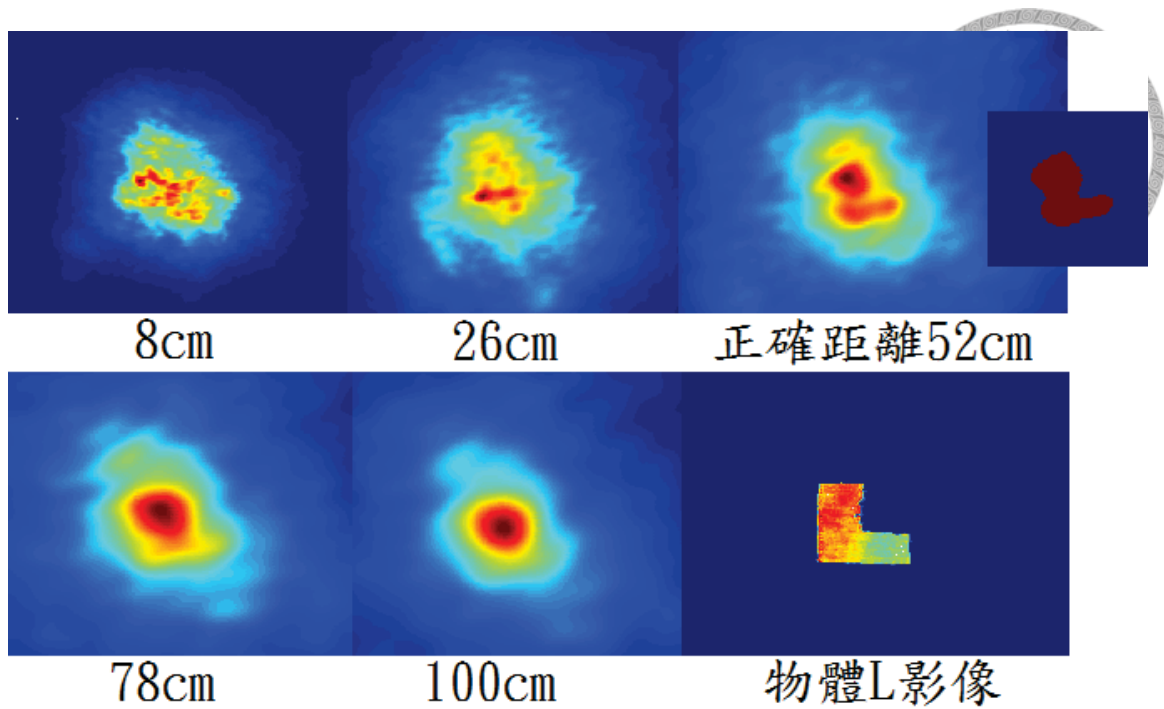


圖 5.17 不同逆行進距離之下，物體影像回解圖的平均—L

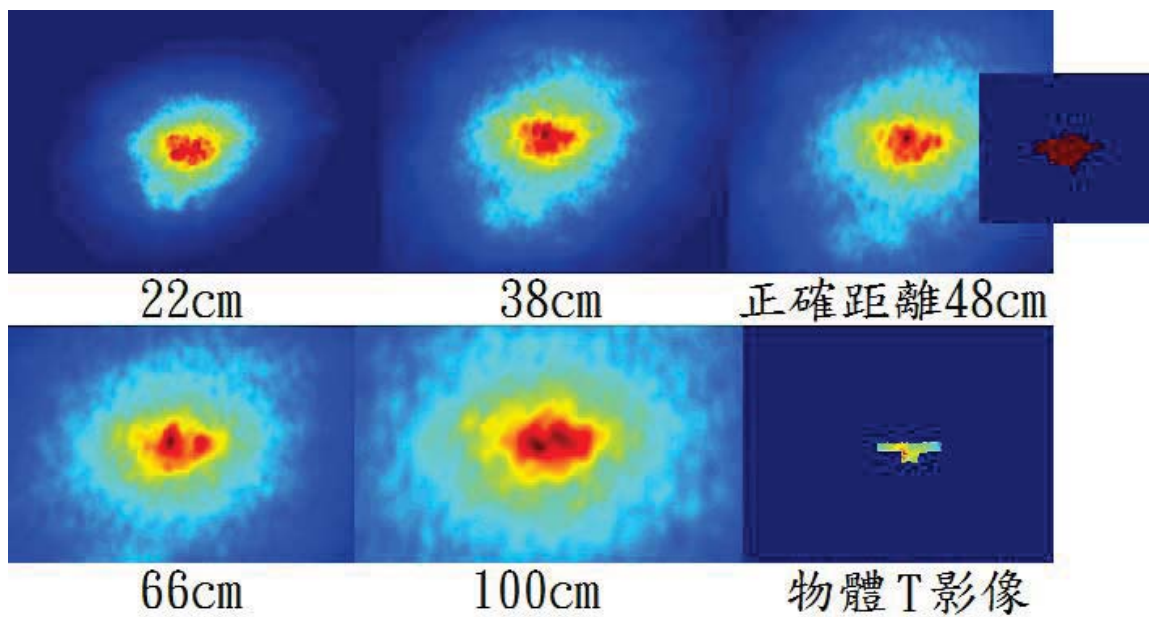



圖 5.18 不同逆行進距離之下，物體影像回解圖的平均—T

5-5 結論與未來目標



我們在第一章介紹鬼成像、近遠場二階相關性、自適應光學的課題、G-S Methods 與本論文的問題架構、以及我的研究動機與目的；第二章之第一小節再次定義本論文的問題與解決方案，之後明確定義近場平面與遠場平面、介紹混亂光源近遠場影像與非混亂光源近遠場影像，第二章裡面的影像都是在系統沒有引入毛玻璃之下的光強度分布圖。第三章一開始則說明毛玻璃數學模型、毛玻璃系統之近遠場影像的相關性質，並且以三步驟來解說找尋相關區域的方法，進而找到近場電場空間相位分布。在第四章裡面，我們陳述了校正實驗參數的方式、以及實驗的執行方法，使用近遠場二階相關性計算找出毛玻璃空間相位區塊分布，並且也以毛玻璃干涉實驗來驗證其計算結果。

我們認為在不能使用干涉儀器的情況之下，可用本論文的方法來初步得知毛玻璃的空間相位區塊分布，再以修圖軟體使其空間分布連續，就可以得到在空間中連續的毛玻璃相位分布；但是在使用此方法的同時也需要使用混亂光斑，而在光源混亂程度越大的情況下，遠場影像之各個光團則會越模糊，以至於光團與光團之間會重疊，也因此使得光源混亂程度不能太大。

在第五章後續工作部分，我以不同初始空間相位執行 G-S Method，得知 G-S Method 輸出的解不是唯一的；而針對這個問題，我們也更進一步提出看穿被毛玻璃擋住的物體形狀之方法，並且以此方法得到一些結果。

由觀察圖 5.16、圖 5.17、圖 5.18 得知，我們發現在回解影像 L 的周圍還是有淺色光暈區域，造成光暈之主要因素是 Z_1 平面上之光波前的相位回解不夠準確，因此未來目標就是想辦法去除外圍淺色光暈區域，這就是本論文所衍生的主要課題。針對這個衍生問題，可行的解決方式是找出並且降低每一個回解流程之產物的計算誤差，進而改善回解影像之演算法，我們可以用圖 5.19 與圖 5.20 之實驗構想架構圖來研究這個衍生課題，以下部分詳細說明這兩個後續實驗架構之構想和其研究方向。

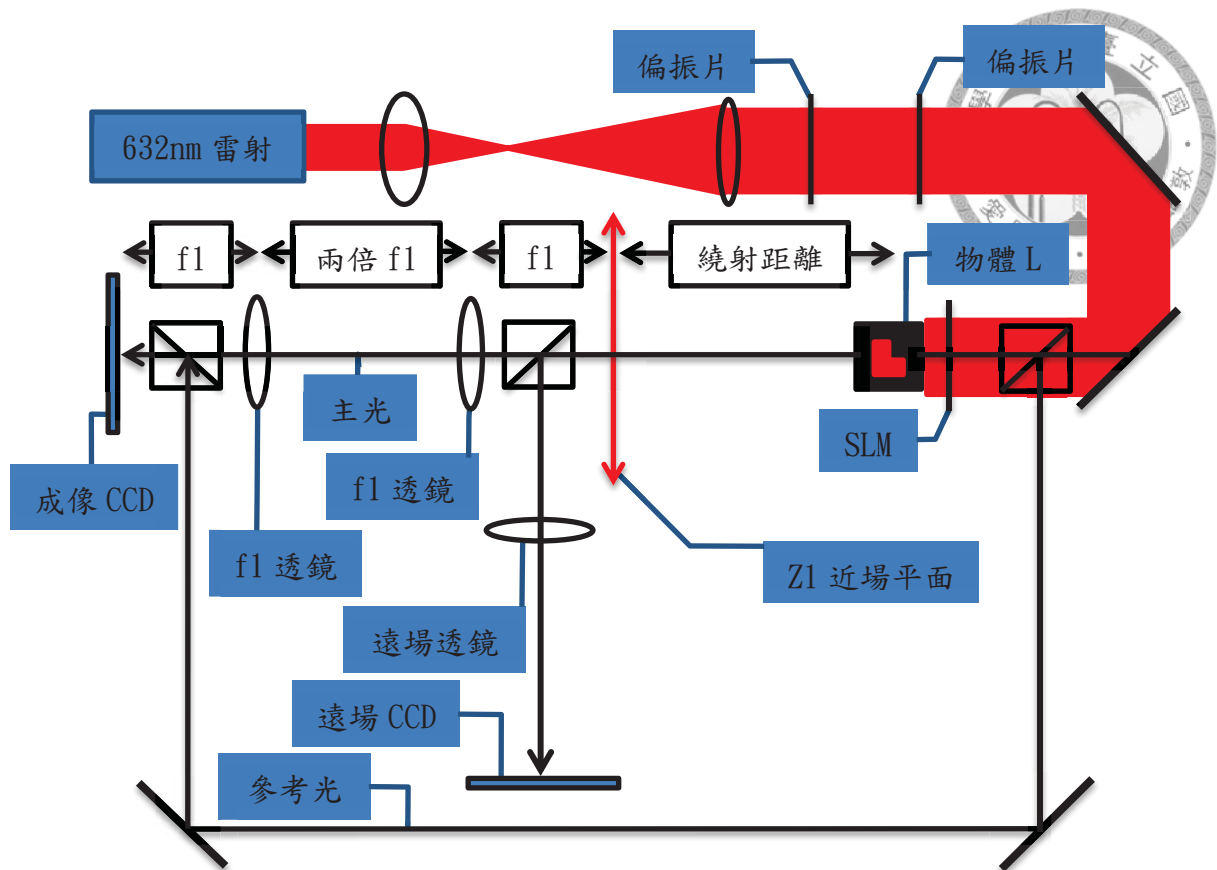


圖 5.19 後續實驗架構圖 I

我們可以用圖 5.19 的實驗架構來更進一步研究兩個問題：

1. 不同混亂程度之光源對 G-S Method 所產生的解有什麼影響？
2. 在何種混亂程度的光源之下，G-S Method 所產生的解會與干涉實驗的相位圖一致？

以上兩個重要的問題之研究工作是執行圖 5.20 實驗架構(在有毛玻璃的系統之下)的前置作業，如圖 5.19 所示(在沒有毛玻璃的系統之下)，我們可以藉由調整空間光調變器(SLM)的圖樣來調整光源之混亂程度，並且讓主光線與參考光線在成像 CCD 攝影機平面上平行，在確保這兩道光線以平行的方式干涉之下，才能直接在 CCD 攝影機上面觀察到 Z1 平面的空間相位分布圖。

我們想要觀察 Z1 平面光強度分布圖的時候，可以擋住參考光線，只讓 Z1 平面的光波成像在成像 CCD 攝影機上面；我們想要觀察 Z1 平面光波的空間相位分布圖的時候，就讓參考光線與主光線在成像 CCD 平面上干涉，從而觀察 Z1 平面的光波空間相位。

假設我們已經從以上圖 5.19 實驗中得知第一個問題與第二個問題的答案，那麼在 G-S Method 所得之解與干涉實驗的相位圖一致的情況下，我們就可以圖 5.20 的實驗架構來研究本論文的主要衍生課題：

當系統被毛玻璃影響並且在混亂光源的情況之下，針對降低以 G-S Method 的計算誤差，提出比這篇論文 5-3 節所描述之演算法還要更好的演算法。

在圖 5.20 中，我們需要注意到一個重點，那就是要確保主光線與參考光線在成像 CCD 攝影機平面上平行，在這兩道光線以平行的方式干涉之下，我們才能直接地觀察毛玻璃的相位分布圖。

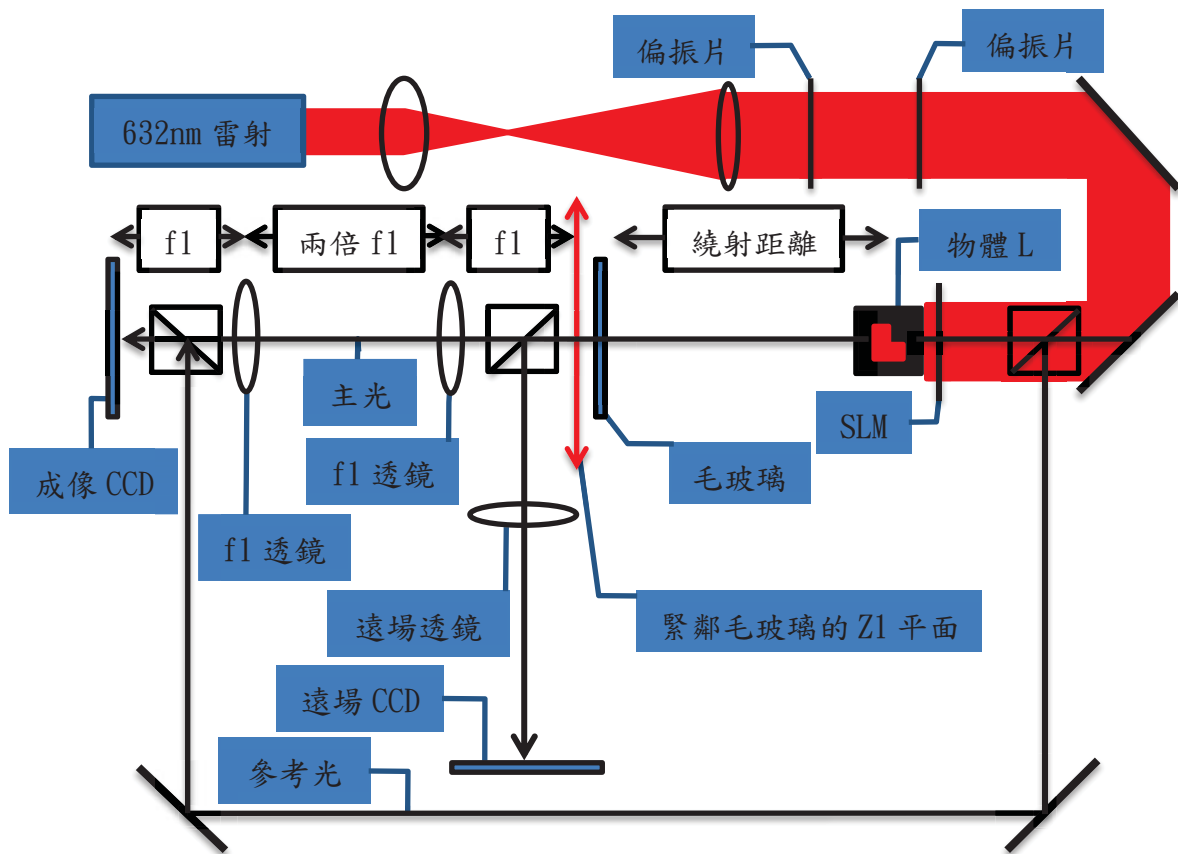


圖 5.20 後續實驗架構圖 II

而另外一方面，因為我們實際看到之物體光芒都是被物體所反射到我們的視網膜上面，所以在上述目標都達成之後，下一步就是把透光光罩以反光的物體取代並且執行回解物體之實驗，這樣就可以再更進一步使技術更成熟。

參考文獻



- [1] T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strelkalov, and A. V. Sergienko, “Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement,” *Phys.Rev. A* 52, R2439 (1995).
- [2] D. V. Strelkalov, A. V. Sergienko, D. N. Klyshko, Y. H. Shih, “Observation of Two-Photon “Ghost” Interference and Diffraction,” *Phys. Rev. Lett.*, 74 3600 (1995).
- [3] A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, and L. A. Lugiato, “Correlated imaging, quantum and classical,” *Phys. Rev. A* 70, 013802 (2004).
- [4] F. Ferri, D. Magatti, A. Gatti, M. Bache, E. Brambilla, and L. A. Lugiato, “High-Resolution Ghost Image and Ghost Diffraction Experiments with Thermal Light ,” *Phys. Rev. Lett.* 94, 183602 (2005).
- [5] Y. Bromberg, O. Katz, and Y. Silberberg, “Ghost imaging with a single detector,” *Phys Rev A* 79, 053840 (2009).
- [6] B. Sun, M. P. Edgar, R. Bowman, L. E. Vittert, S. Welsh, A. Bowman, M. J. Padgett, “3D Computational Image with Single-Pixel Detectors,” *Science* 340, 844 (2013).
- [7] C. A. Chen, “Enhanced Sensitivity of Ghost Image via Second Order Correlation”, (Master Thesis, National Taiwan University 2010).
- [8] Y. T. Hu, “Resolving the Chaotic Optical Image That Comes From Different Directions and Overlaps”, (Master Thesis, National Taiwan University 2013).
- [9] J. R. Fienup, “Phase retrieval algorithms: a comparison,” *Appl. Opt.* 21, 2758–2769 (1982).
- [10] J. R. Fienup, “Reconstruction and synthesis applications of an iterative algorithm,” in *Transformations in Optical Signal Processing*, W. T. Rhodes, J. R. Fienup, and B. E. A. Saleh, eds., *Proc. Proc. SPIE* 373, 147–160 (1981).
- [11] C. Li, H. Xian, W. Jiang and C. Rao, “Measurement Error of Shack-Hartmann Wavefront Sensor”, Book edited by R. K. Tyson, ISBN 978-953-307-949-3, Published: January 20, 2012 under CC BY 3.0 license.