



國立臺灣大學社會科學院經濟學系

碩士論文

Department of Economics

College of Social Sciences

National Taiwan University

Master Thesis

原油價格組合預測模型之建構

Forecasting Crude Oil Price: A Forecast Combination
Approach

林正偉

Cheng-Wei Lin

指導教授：陳旭昇博士

Advisor: Shiu-Sheng Chen, Ph.D.

中華民國 105 年 6 月

Jun, 2016



誌謝

此篇論文的完成承蒙許多人的幫助，感謝陳旭昇老師在我遇到難題的時候指引了關鍵的方向，另外感謝劉祝安老師在模型組合的方法上提供協助，也感謝口試委員周有熙老師對本文內容與編排上的建議。感謝我的家人總是給我最大的自由與支持。感謝陪伴我度過碩班生涯的朋友謝沛勳、施正祐、郭家全、林克融、姚宗宏、林均勸、葉冠廷、陳聖沛，跟黃胤凱。最後，特別感謝總是陪伴我度過難關的好璇。



摘要

本文試以多種組合預測方法，評估多個文獻中曾提及的預測變數對原油月均價、月底價的預測效果，使用資料期間為 1986:M2 至 2015:M10。根據 *Working (1960)* 闡述月均價格變動的前後期將會有相關性，本研究導入一個新變數用於預測原油月均價，其結果顯著優於 *no-change* 預測，使 *MSPE* 降低幅度達 39%。此外，以過去文獻提及的預測變數來預測原油月底價時，預測效果集中於特定期間，無法於整體評估期間保持預測能力。同時，文獻上計算 *MSPE* 時有兩種算法，在預測效果於期間內並非均勻分布的情況下，將可能使兩種算法所得的 *MSPE Ratio* 有所差異，且此 *MSPE Ratio* 差異的大小亦與評估期間的選取有關。

關鍵字：組合預測、油價預測、月均價、月底價、*no-change* 預測、*AIC*、*BIC*、*AICc*、*HQ*、*HDBIC*、*CV*、*MMA*、*JMA*、*PIA*、*MSPE*、*MAPE*、*Working effect*。



Abstract

This article uses monthly data from 1986:M2 to 2016:M10 to examine the predictive power for both monthly-averaged oil prices and end-of-month oil prices by multiple forecast combination methods. According to Working (1960), our work derive a new predictor of monthly-averaged oil prices which can significantly reduce the MSPE by 39% compare with no-change forecast. When forecasting the end-of-month oil prices, the predictive power only exists in a certain period, can't hold the power for the whole evaluation period. Our work explain the relationship between MSPE calculated with two different ways. Because the predictive power only exists in a certain period, there would be some different between MSPE Ratio of two kinds of MSPE calculation ways. This difference would be correlated with the choice of evaluation period.

Keywords: Forecast combination、Forecast oil price、Monthly-averaged price、End-of-month price、No-change forecast、AIC、BIC、AICc、HQ、HDBIC、CV、MMA、JMA、PIA、MSPE、MAPE、Working effect.



目錄

口試委員審定書	i
誌謝	ii
中文摘要	iii
英文摘要	iv
目錄	v
1 前言	1
2 計量模型	6
2.1 預測組合方法: 線性模型	6
2.2 模型權重	7
2.2.1 簡單平均法與 Bates-Granger 法	7
2.2.2 Information Criterion 與 Smoothed Information Criterion	7
2.2.3 Cross-Validation 與 Jackknife Model Averaging	8
2.2.4 Mallows Model Averaging	8
2.2.5 Plug-In Averaging	8
3 資料與變數選擇	9
3.1 月底價變動率	9
3.2 月均價變動率	10
4 實證結果	10



4.1	樣本內估計	10
4.2	MSPE、MAPE 與 Successful Ratio	11
4.3	MSPE 與 MAPE 的兩種計算方式	12
4.4	時間與預測表現	16
4.5	再探 MSPE 與 MAPE 的兩種計算方式	17
5	結論	25
	附錄一 Working Effect	27
	附錄二 預測月均價的預測變數選擇	29
	參考文獻	35



1 前言

原油價格會對物價與經濟活動造成影響，因此對各國中央銀行及私人機構而言，若能預測油價的變動都有相當的幫助。油價的變動不只影響總體經濟活動產出，更直接影響到能源產業的收益與投資決策、石油製品公司的生產成本、汽車類股對未來銷售的預期、石油輸出國家匯率等等。石油是現代工業社會最重要的原料，大多數交通工具使用石油及其衍生製品驅動，同時也是化學工業重要的原料 [11, 28, 32]。由於許多企業獲利與石油相關，因此原油價格對股票價格有很大的影響。

除了經濟受到原油價格影響，石油的開採可能會對環境造成破壞，尤其是海上探油與開採對海洋生態系統破壞甚鉅。油輪事故造成的原油洩漏也危及阿拉斯加等地的海岸生態系統。石油燃燒產生造成全球暖化問題，其中以交通用燃料所釋放的二氧化碳最為嚴重。原油價格下跌，會造成環境汙染增加，但價格上升不必然對環境有益。因高漲的油價導致過去沒有經濟價值的頁岩油、深海鑽探變的可行，每桶原油開採所需耗費的能源攀升，探勘開採造成生態汙染、地底放射性物質外洩等等問題，在環保議題上預測原油價格變動也是重要的一環 [8]。

WTI 原油 (West Texas Intermediate Crude Oil) 是北美地區通用的原油基準，雖然現貨交易量低於布蘭特原油 (Brent Oil)，但紐約商品期貨交易所 (New York Mercantile Exchange) 以 WTI 原油為標的 WTI 期貨，是全球商品期貨中成交量最高的一個，由於 WTI 期貨契約的高流通性，一般未特別指明的油價多是 WTI 原油價格。

過去有許多文獻在探討總體經濟變數或是其他變數是否能夠預測原油價格，例如 Gillman and Nakov (2009) 闡述貨幣政策透過通膨為管道影響油價的理論，以 Granger 因果關係檢定相關月資料發現 CPI 變動率會 Granger 影響原油價格的變動率 [19]。雖然原油期貨價格時常被當作預測未來原油價格的基準，像是國際貨幣組織以 WTI 期貨價格作為市場對於未來油價的預期，但將期貨價格直接用於原油價格並不一定能得到顯著的效果。Alquist and Kilian (2010) 探討原油期貨價格與原油價格之間的關係，其結果發現原油期貨價格變動與 no-change 預測比較並無法降低 MSPE，雖然此結果與其他文獻結果在預測次一月份 (1-month ahead) 油價



時相同，但在更長期的預測下結論卻有差異，文中認為此差異是受到評估期間的差異所致 [2, 14, 31]。Barsky and Kilian (2002) 提出非油價的工業原料價格變動能預測油價，認為可能是藉由該價格變動將導致物價上漲為管道影響原油價格，而 Alquist, Kilian, and Vigfusson (2013) 驗證了該變數會 Granger 影響原油價格，同時使用該變數預測與 no-change 預測比較可顯著降低 MSPE [3, 4]。Chen, Rogoff, and Rossi (2010) 發現商品貨幣的匯率對各大宗物資價格有顯著的預測力，且提出其預測力可能源自於匯率市場與大宗物資價格市場特性有所不同所致 [13]。¹此一結果與 Alquist, Kilian, and Vigfusson (2013) 的結論吻合，AUD 匯率於樣本外預測油價效果顯著，但於整個樣本估計下卻缺少了 AUD 匯率 Granger 影響原油價格的證據 [3]。過去文獻對非油價的工業原料價格與商品貨幣的預測力的解釋，可能為非原油的原物料價格上漲反應了全球對於工業原物料的需求，最終造成商品貨幣匯率的幣值升貶 [4]。Chen (2014) 提出藉由原油相關股票價格變動可顯著預測原油價格的變動，與 no-change 預測比較可降低 MSPE 達 22% [12]。

Inoue and Kilian (2005) 提到樣本內估計的效果與樣本外預測效果不必然具有 [27]。Clark and McCracken (2005) 提出了此現象可能是在評估期間預測力喪失，但全樣本的樣本內估計方式掩蓋了此一現象，也可能與樣本外的 bias-variance trade-off 性質有關 [16]。而過去的文獻提供了許多預測油價所需的變數，大多數的變數都曾被以不同的評估期間、資料來源、處理方式重複驗證，而得到可能不一致的結果。另外，過往文獻也曾提及部分變數在特定期間較為有效，代表各期間的預測效果可能不同，因此評估預測結果時也應觀察隨時間變化預測力是否有所改變。

Chen (2014) 驗證原油相關股票價格在去除原油期貨已經預期的部分後是否仍具有預測力，該模型與 Bork, Kaltwasser, and Sercu (2014) 文中所提應用 AR(1) 模型相似，差異僅於次月份期貨價格 (1-month-ahead futures price) 與現貨價格間的微小差異，文中使用的美國能源局提供的期貨價格月資料為該月份每日期貨價格的平均 [12]。Bork, Kaltwasser, and Sercu (2014) 對 Chen, Rogoff, and Rossi (2010) 的觀點提出不同的看法，文中認為貨幣價格與商品價格皆為未來期望價格的折現值，

¹商品貨幣是指原物料出口佔總出口比例較高的國家的貨幣，一般以 AUD、NZD、CAD 為代表貨幣。



應呈現同期之間的相關性，而非單向的預測力 [7]。文中認為使用的數據多為一段時間的平均價格，此一處理數據的方法會造成自我相關性，而使用期末價格 (end-of-period) 可避開此現象，使用期末價格得出的結果與使用月均價的結果比較，預測力降低許多。另外，該文也驗證相關文獻使用的數據確實存在高度自我相關的現象，此現象與 Working (1960) 的情況相符，提出如欲以月均價作為預測目標，應以 AR(1) 模型作為比較基準，而非 random-walk 模型 [36]。然而此結果雖然對於處理數據造成的自我相關性有所修正，但實際上以 AR(1) 模型為比較基準只消除自我相關性的部分影響，相關的討論請見本文附錄一。對月均價格做預測，但欲完全處除自我相關性的影響，則必須使用月底價格為基準計算變動率。

過往以模型組合來預測油價的文獻，主要關注於簡單平均法、Bayesian Model Averaging、Bates-Granger、遞迴 (Recursive)、移動視窗 (Rolling Windows) 等方面的表現差異 [6, 7]。面對多個預測模型與模型不穩定等問題，一般有模型選取與模型組合兩種處理方式。Akaike (1974) 提出 Akaike Information Criterion，藉由計算候選模型的擬合程度且以模型使用的參數數量調整，藉由計算 AIC 挑選出各模型中能最好的解釋數據但是包含最少參數的模型，然而 AIC 在樣本數不足的情況下，有挑選過多參數的情況 [1, 15]。Sugiura (1978) 對 AIC 提出小樣本下的修正，一般簡稱為 AICc，使其能應用於各種大小的樣本上，Burnham and Anderson (2004) 建議在一般情況下以 AICc 取代 AIC [10, 35]。Schwarz (1978) 提出的 Bayesian information criterion (BIC) 或稱為 Schwarz criterion (SBC, SBIC)，BIC 是假設資料分布為指數分佈近似的結果，其算法與 AIC 相似，僅對於模型參數數量的懲罰項 (penalty term) 更大 [34]。Hannan and Quinn (1979) 提出 Hannan-Quinn information criterion (HQ)，在樣本數大於 16 的情況下，HQ 的懲罰項目較 AIC 大但比 BIC 小，因此以 HQ 為標準所挑選的模型所含的參數個數介於兩者之間 [21]。Ing and Lai (2011) 藉由 Hannan and Quinn (1979) 的論述引申 high-dimensional Bayesian information criterion (HDBIC)，主要是對於納入預測變數的數目做出相對應的懲罰，只要預測變數的數目在 3 個以上，HDBIC 就會傾向於挑選比 BIC 更精簡的模型 [26]。上述方式基於模型擬合程度與相對應的懲罰項做出模型選取，而 Mosteller and Tukey (1988) 提出的 cross-validation (CV) 則是以不同的角度避免因模型參數較多導致擬合結果必然較好的情形，也因此以 CV 選取模型不需計算懲



罰項，其基本精神是將樣本切割成較小的子集，各子集分別擔任訓練集 (training dataset) 與驗證集 (testing dataset) 進行循環驗證，最終獲得各模型擬合結果的好壞 citeMostellerTukey1988。

除了挑選特定模型用於預測，也有不挑選特定模型而是計算模型權重的方式。Bates and Granger (1969) 提出以各模型的樣本外預測誤差來決定權重，該方法使各模型之權重反比於該模型誤差的平方，且使權重加總為 1，在各模型表現差異不大的情況下，所決定的權重與簡單平均相當類似。Granger and Ramanathan (1984) 提出以各模型樣本外預測為基準挑選在評估期間內能使 MSPE 降低最多的權重，然而因為此一方式對於所挑選的權重並未加以限制，導致挑選出來的權重並非介於 $[0, 1]$ 之間，全部模型權重的加總也不等於 1，實際用於資料時表現並不理想 [20]。Hoeting, Madigan, Raftery, and Volinsky (1999) 提出 Bayesian Model Averaging (BMA)，估算各別模型為 true model 的機率，然後將此機率當成模型權重 [25]。Buckland, Burnham, and Augustin (1997) 提出 smoothed AIC (s-AIC) and smoothed BIC (s-BIC)，藉由各模型的 AIC 與 BIC 去計算權重，值得注意的是 s-BIC 除了是 smoothed 版本的 BIC，同時也是 BMA 的近似版本 [9]。

Mallows (1973) 提出 Mallows criterion (一般簡寫為 C_p)，Hansen (2007) 提出 Mallows Model Averaging (MMA) 即以 Mallows criterion 計算模型權重的方法，Hansen (2008) 提到此 criterion 於 homoskedasticity 的假設下，對樣本內的 mean-squared error (MSE) 與樣本外的 MSFE 所做的估計皆為漸進不偏 (asymptotically unbiased) 的估計式 [22, 23, 30]。先前提到的 cross-validation (CV) 也可用於尋找最小化 MSFE 的權重，此方法稱為 Jackknife Model Averaging (JMA)，而 Hansen and Racine (2012) 則證明了此方法具有 asymptotically optimal 的性質，在 heteroskedasticity 的情況下，JMA 的表現會較 MMA 更佳，而在 homoskedasticity 的情況時兩者表現幾乎相同 [24]。Liu and Kuo (2015) 提出 Plug-In Averaging Estimator (PIA)，其做法與 MMA 相似，先計算出 Weighted Focused Information criterion，此 criterion 亦為各模型 MSFE 的漸進不偏估計式，再以此選取最佳權重 [29]。與 MMA 不同的是，PIA 無須假設誤差項為 homoskedastic 與 uncorrelated。如同時比較 MMA、JMA 與 PIA，可發現此三種方法如要具有 asymptotically optimal 的性質，MMA 需要 homoskedasticity 跟 random sample 兩項條件，JMA 雖可接受 heteroskedasticity 的



情況但仍需要 *random sample* 的條件，PIA 則是無需這兩項條件。MMA、JMA、PIA 這三種方法皆須求解二次規劃 (Quadratic Programming)，所得的模型權重常為角解 (*corner solution*, 許多模型權重為 0)，此特性與其他模型組合所得的權重相當不同，其他模型組合方式一般而每個候選模型皆會分配到非 0 的權重。

本研究主要以多個過去文獻提及相關變數 1986:M2 到 2015:M10 的月資料配合模型選取或組合預測方法，對 WTI 原油價格進行預測，模型選取方式包含 AIC、BIC、AICc、HDBIC、HQ、CV，組合預測則包括 *simple-average*、MMA、JMA、PIA、s-AIC、s-BIC、s-AICc、s-HDBIC、s-HQ、Bates-Granger。美國能源資訊局 (Energy Information Administration, EIA) 自 1983 年公佈對於下一季的油價的預測，該預測效果未能有效比 *no-change* 預測更佳 [3]。近年研究發現有若干變數可能具有預測油價月資料的能力，像是消費者物價指數、工業原料價格指數、原油相關性股票價格與美元澳幣匯率等，由於電腦計算速度有限無法囊括所有可能的變數，研究中將挑選各類別較具有代表性的變數，以預測組合方法進行研究 [4, 12, 13, 19]。而美國能源局公佈的歷史資料包含油價的日資料與月資料，其中月資料則是以該月份的每日油價簡單平均計算，相關文獻中預測油價的月資料可能是月底價 (*end-of-month price*) 或是月均價 (*monthly-averaged price*)，本研究對兩種月資料都會有所討論。挑選預測變數時，導入一個新變數用於預測月均價，藉由探討 *Working effect* 及其衍伸的性質說明導入新變數的必要性。研究過程中發現預測月底價時，其預測效果有集中於特定期間的情況，此現象會造成兩種算法所得的 *MSPE Ratio* 有所差異，並分析此差異如何受到評估期間選取的影響。

文章結構方面，本文第 2 段介紹研究使用的計量模型以及如何實際計算各種模型選取與組合預測的方法與可能遇到的問題。第 3 段介紹預測 WTI 原油價格月底價與月均價的變數與處理方式。第 4 段包含樣本內估計、樣本外預測績效。隨後為了探討兩種計算方式所得的 *MSPE Ratio* 差異的成因，需先分析時間與預測表現之間的關係，最後回到探討 *MSPE Ratio* 之間的差異。第 5 段是本文的結論。附錄一包含 *Working effect* 相關的討論與導入新變數的推演。附錄二為避開 *Working effect* 的情況下預測月均價的相關表現。



2 計量模型

2.1 預測組合方法: 線性模型

考慮現有 $(y_t, \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t)$ 資料，其中 y_t 為被預測變數， $t=1, \dots, T$ 。目標為給定 $(\mathbf{x}_T, \mathbf{z}_T)$ 下，建構對 y_{T+1} 的點預測

$$y_{t+1} = \mathbf{x}'_t \boldsymbol{\beta} + \mathbf{z}'_t \boldsymbol{\gamma} + e_{t+1} \quad (1)$$

$$E(\mathbf{h}_t e_{t+1}) = 0$$

其中 $\mathbf{h}_t = (\mathbf{x}'_t, \mathbf{z}'_t)$ ， $\mathbf{x}_t (p \times 1)$ 與 $\mathbf{z}_t (q \times 1)$ 是由預測變數組成的向量， e_{t+1} 則是誤差項。 \mathbf{x}_t 中的預測變數是由每個候選模型中都必須存在的變數所組成，而 \mathbf{z}_t 中的預測變數則是其他可能的變數。²在此考慮有 M 個候選模型編號為 $m=1, \dots, M$ ，第 m 個模型則包含 \mathbf{x}_t 中所有變數，以及 \mathbf{z}_t 的一個子集合，預測變數的個數為 $p + q_m$ ，由於考慮所有 \mathbf{z}_t 的子集合，此時候選模型個數 $M = 2^q$ 。由於比較的基準是 no-change 預測模型，也將該預測模型放入候選模型之中，因此總候選模型個數 $M = 2^q + 1$ 個。

設 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_T)$ ， $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{T-1})'$ ， $\mathbf{Z} = (\mathbf{z}_0, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{T-1})'$ ， $\mathbf{e} = (e_1, e_2, \dots, e_T)'$ ，則 (1) 式可以改寫成

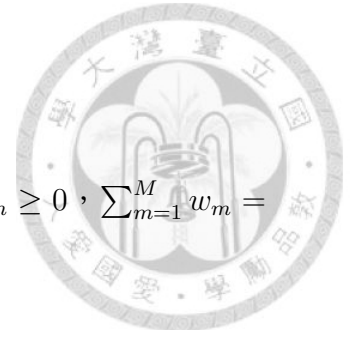
$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{e} = \mathbf{H}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{e} \quad (2)$$

此處的 $\mathbf{H} = (\mathbf{X}, \mathbf{Z})$ 且 $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}', \boldsymbol{\gamma}')'$ 。而第 m 個模型，則可定義一個 $(q_m \times q)$ 的選擇矩陣 $\boldsymbol{\Pi}_m$ ，將第 m 個模型中所包含於 \mathbf{z}_t 的變數挑選出來，同時定義

$$\mathbf{S}_m = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0}_{p \times q_m} \\ \mathbf{0}_{q \times p} & \boldsymbol{\Pi}'_m \end{pmatrix}$$

則第 m 個模型參數的最小平方估計式 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_m = (\mathbf{H}'_m \mathbf{H}_m)^{-1} \mathbf{H}'_m \mathbf{y}$ ， $\mathbf{H}_m = \mathbf{H} \mathbf{S}_m = (\mathbf{X}, \mathbf{Z} \boldsymbol{\Pi}'_m)$ ，該模型對下一期的預測 $\hat{y}_{T+1|T}(m) = \mathbf{h}'_T \mathbf{S}_m \hat{\boldsymbol{\theta}}_m$ 。

²本文的 x_t 僅包含常數項。



現有 M 個模型，各模型權重以向量表示 $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_M)'$ ， $w_m \geq 0$ ， $\sum_{m=1}^M w_m = 1$ ，則組合預測模型對下一期的預測值為

$$\hat{y}_{T+1|T}(\mathbf{w}) = \sum_{m=1}^M w_m \hat{y}_{T+1|T}(m) \quad (3)$$

2.2 模型權重

2.2.1 簡單平均法與 Bates-Granger 法

簡單平均法即給予每個模型一樣的權重， $w_m = 1/M$ 。

Bates-Granger(1969) 法則是假設 M 個模型樣本外預測的誤差項的共變異數矩陣為對角化的矩陣 (diagonal)，可推得最佳的 $w_m = \frac{\hat{\sigma}_m^{-2}}{\sum_{j=1}^M \hat{\sigma}_j^{-2}}$ ，其中 $\hat{\sigma}_m^{-2} = 1/\hat{\sigma}_m^2$ ， $\hat{\sigma}_m^2 = \frac{1}{P} \sum_{t=T-P}^T (y_{t+1} - \hat{y}_{t+1|t}(m))^2$ [5]。在許多情況下，Bates-Granger 法因為 $\hat{\sigma}_m^2$ 差異不大，計算而得的 \mathbf{w} 與簡單平均法相當接近。

2.2.2 Information Criterion 與 Smoothed Information Criterion

Akaike(1974) 提出 Akaike Information Criterion，簡稱 AIC，其作法是先對各模型計算 $AIC_m = T \log \hat{\sigma}_m^2 + 2(p + q_m)$ ， $\hat{\sigma}_m^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{e}_{m,t+1}^2$ ， $\hat{e}_{m,t+1}$ 是第 m 個模型的最小平方殘差 [1]。AIC 用來評估模型擬合資料的優劣，而挑選 AIC 最小的一個模型。

Buckland, Burnham 與 Augustin (1997) 提出了 Smoothed AIC， $w_m = \frac{\exp(-\frac{AIC_m}{2})}{\sum_{j=1}^M \exp(-\frac{AIC_j}{2})}$ ，雖然 Smoothed AIC 缺發相對應的理論基礎，文獻中提到模擬時比單純選取最低 AIC 的模型表現更好 [9]。相同的轉換方法可以套用於 BIC、AICc、HDBIC 與 HQ 等訊息準則 [21, 26, 34, 35]。³

³有幾個 Smoothed-IC 相關的模型組合方法於電腦運算中可能會無法計算，例如本文中的 s-BIC。因計算 s-BIC 各候選模型權重時，需要計算 $\exp(-\frac{BIC_m}{2})$ ，而 MATLAB 內的有限制 $realmax = 1.7977e \times 10^{308}$ ， BIC_m 過小導致 $\exp(-\frac{BIC_m}{2})$ 超過 $realmax$ 因此無法計算。其解決方法為以 $BIC_m - \min_{m=1 \dots M} BIC_m$ 取代原先的 BIC_m ，即可解決且計算結果與原先算法不會產生偏差。



2.2.3 Cross-Validation 與 Jackknife Model Averaging

Leave-One-Out Cross-Validation 方法是先算出 $\tilde{\mathbf{e}} = (\tilde{\mathbf{e}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{e}}_M)$, $\tilde{\mathbf{e}}$ 是一個 $T \times M$ 矩陣, 其中 $\tilde{\mathbf{e}}_m$ 是第 m 個模型的最小平方殘差, 而估計用於預測第 t 期的模型係數時, 需把第 t 期的資料點拿掉。Cross-Validation 方法即選取 $\tilde{\mathbf{e}}_m$, $m = 1, \dots, M$ 最小的那個模型來對 $T+1$ 期預估 [33]。

Hansen 與 Racine(2012) 提出 Jackknife Model Averaging, 則是選取 \mathbf{w} 使 $\mathbf{w}'\tilde{\mathbf{e}}\mathbf{w}$ 最小化, $\tilde{\mathbf{e}} = (\tilde{\mathbf{e}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{e}}_M)$ [24]。

2.2.4 Mallows Model Averaging

Hansen(2007) 提出選取最適合的 \mathbf{w} 最小化 Mallows model averaging criterion

$$C_n(\mathbf{w}) = \mathbf{w}'\hat{\mathbf{e}}\mathbf{w} + 2\hat{\sigma}^2\mathbf{k}'\mathbf{w} \quad (4)$$

其中 $\hat{\mathbf{e}} = (\hat{\mathbf{e}}_1, \dots, \hat{\mathbf{e}}_M)$, $\hat{\mathbf{e}}_m$ 是第 m 個模型的最小平方殘差, $\hat{\sigma}^2$ 則是由包含所有待選變數的完整模型所估計, $\mathbf{k} = (k_1, \dots, k_M)$, k_m 代表各模型中預測變數的個數 [22]。

2.2.5 Plug-In Averaging

Liu and Kuo(2014) 提出 Plug-In Averaging 方法, 選取 \mathbf{w} 使 $\mathbf{w}'\psi\mathbf{w}$ 最小化

$$\hat{\psi}_{m,\ell} = \text{tr}(\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}}_m\hat{\boldsymbol{\delta}}\hat{\boldsymbol{\delta}}'\hat{\mathbf{C}}_\ell') + \text{tr}(\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{P}}_m\hat{\boldsymbol{\Omega}}\hat{\mathbf{P}}_\ell') \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{Q}} = T^{-1}\mathbf{H}'\mathbf{H} \quad \hat{\mathbf{Q}}_m = \mathbf{S}'_m\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{S}_m \quad \hat{\mathbf{P}}_m = \mathbf{S}_m\hat{\mathbf{Q}}_m^{-1}\mathbf{S}'_m$$

$$\mathbf{S}_0 = (\mathbf{0}_{p \times q}, \mathbf{I}_q) \quad \hat{\mathbf{C}}_m = (\hat{\mathbf{P}}_m\hat{\mathbf{Q}} - \mathbf{I}_{p+q})\mathbf{S}_0 \quad \hat{\boldsymbol{\Omega}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{h}_t\mathbf{h}'_t\hat{e}_{t+1}^2$$

$$\hat{e}_{t+1} = y_{t+1} - \mathbf{h}'_t\hat{\boldsymbol{\theta}} \quad \hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\boldsymbol{\beta}}', \hat{\boldsymbol{\gamma}}')' \quad \hat{\boldsymbol{\delta}} = \sqrt{T}\hat{\boldsymbol{\gamma}}$$

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}\hat{\boldsymbol{\delta}}' = \hat{\boldsymbol{\delta}}\hat{\boldsymbol{\delta}}' - \mathbf{S}'_0\hat{\mathbf{Q}}^{-1}\hat{\boldsymbol{\Omega}}\hat{\mathbf{Q}}^{-1}\mathbf{S}_0$$

依照第 (5) 的估計式方法為 PIA(3), 而以 $\hat{\boldsymbol{\delta}}\hat{\boldsymbol{\delta}}'$ 取代 $\hat{\boldsymbol{\delta}}\hat{\boldsymbol{\delta}}'$ 則為 PIA(2), 依照第 (5) 的估計式方法, PIA(1) 則是以 $\max(\text{tr}(\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}}_m\hat{\boldsymbol{\delta}}\hat{\boldsymbol{\delta}}'\hat{\mathbf{C}}_\ell'), 0)$ 取代 $\text{tr}(\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{C}}_m\hat{\boldsymbol{\delta}}\hat{\boldsymbol{\delta}}'\hat{\mathbf{C}}_\ell')$ 。PIA 在誤差項為 i.i.d. 且 homoskedastic 的假設下, 其結果會與 MMA 相同 [29]。

值得注意的是, 由於 MMA、JMA、PIA 三個方法在尋找最適的 \mathbf{w} 時, 需要求解



二次規劃 (Quadratic Programming)，因此當增加選入的預測變數，而使候選模型的數目 $M = 2^q + 1$ 會快速增加，求解所需的計算時間會變的冗長。

3 資料與變數選擇

3.1 月底價變動率

初始估計的樣本視窗為 1986:M2 到 1995:M12，採用遞迴迴歸 (recursive regression) 方式，即每期擴大視窗的方法分析。本文研究 1986:M2 到 2015:M10 的油價月資料，由 EIA 公布的日資料去計算月底價變動率，被預測變數 $y_t = (op_t - op_{t-1})/op_{t-1}$ ， op_t 為第 t 個月份的最後一個交易日的油價。

本文採用過往文獻的 4 個相關變數來預測油價：紐約證交所 Arca 石油與天然氣指數、生產者物價指數：耐久性原物料商品、澳幣兌美元匯率、消費者物價指數 (YOY)。⁴根據 Chen(2014) 提出原油相關性股票價格變動可用於預測油價變動，本文挑選 NYSE Arca Oil and Gas index(XOI) 的月底價報酬率為一預測變數，資料取自 Yahoo Finance[12]。Barsky and Kilian(2002) 提出非油價的工業原料價格變動能預測油價，本文選取生產者物價指數：耐久性原物料商品 (Producer Price Index by Commodity for Durability of Product: Durable Raw or Slightly Processed Goods) 價格作為變動率為一預測變數 [4]。Chen, Rogoff and Rossi(2010) 提出以匯率變動率作為油價變動的預測變數，本文選取澳幣兌美元匯率 (end-of-month) 變動率 (US Dollar to National Currency Spot Exchange Rate for Australia) 作為預測變數，資料取自澳洲儲備銀行 (Reserve Bank of Australia)[13]。Gillman and Nakov(2009) 認為 CPI 變動也能預測油價變動，本文選選取無季節調整的 CPI 以 YOY 的方式計算變動率作為預測變數 [19]。以上預測變數除了 XOI 與澳幣兌美元匯率，其餘變數資料皆取自 FRED 資料庫。

⁴於之後表格簡稱依序為：NYSE ARCA OIL GAS INDEX、PPI: Durable Raw Goods、AUD/USD、Consumer Price Index。



3.2 月均價變動率

當預測油價的目標是月均價時，被預測變數 $y_t = (\overline{op}_t - \overline{op}_{t-1})/\overline{op}_{t-1}$ ， \overline{op}_t 為第 t 個月份每日油價的平均。除了變數選擇與預測月底價變動率相同外，本文添加一個預測變數 $y_t^\dagger = (op_t - \overline{op}_t)/\overline{op}_t$ 。參考 Working(1960) 提出若每日價格走勢為隨機漫步，則月均價的差分前後期會有相關性，此預測變數 y_t^\dagger 可最大程度的捕捉月均價的差分前後期之間的相關性，可增加預測結果與 no-change 預測的差異 [36]。⁵⁶

4 實證結果

4.1 樣本內估計

樣本內測試以簡單回歸模型測試各預測變數與被預測變數之間的關係

$$y_{t+1} = \alpha + \gamma z_t + e_{t+1}$$

t-statistic 使用 Newey-West HAC standard errors 計算。

表 1: In-Sample Predictability of WTI Oil Prices

	End-of-Month Prices			Monthly-Averaged Prices		
	$\hat{\gamma}$	t-stat	p value	$\hat{\gamma}$	t-stat	p value
NYSE ARCA OIL & GAS INDEX	0.145	1.361	0.174	0.430	4.315	0.000
PPI: Durable Raw Goods	0.544	2.218	0.027	0.602	2.382	0.018
AUD/USD	0.061	0.220	0.826	0.473	1.981	0.048
Consumer Price Index	-0.817	-1.984	0.048	-0.749	-1.702	0.090
$y_t^\dagger = (op_t - \overline{op}_t)/\overline{op}_t$				1.083	12.261	0.000

表中結果樣本期間為 1986:M1 至 2015:M10。t-statistic 使用 Newey-West HAC standard errors 計算，粗體代表檢定量在 5% 的顯著水準下為顯著。

⁵相關討論請見附錄一。

⁶當預測油價的目標是月均價時，被預測變數的另一種選擇為 $y_t = (\overline{op}_t - op_{t-1})/op_{t-1}$ ，相關討論請見附錄二。



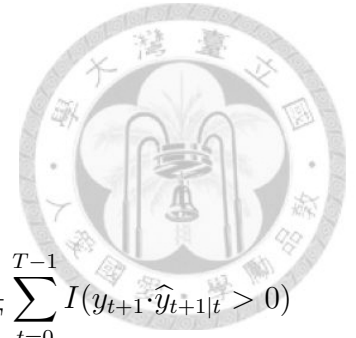
關於樣本內估計，預測月底價時僅有 PPI:Durable Raw Goods 與 Consumer Price Index 在 5% 的顯著水準之下顯著，而預測月均價時，除了 CPI 不顯著外，其餘變數皆在 5% 的顯著水準之下顯著，其中最需注意的變數為 y_t^\dagger 其 t-statistic 高達 12.261，且估計的 $\hat{\gamma}$ 相當接近 1，此結果與附錄一的結論相符，若日價格走勢為 random-walk，則該係數 γ 則應為 1。另外，於附錄二的樣本內估計結果，其概念為變更計算變動率的方式免去 Working effect 的影響，但實際上估計的結果等同於先將 $y_{t+1} = (\overline{op}_{t+1} - \overline{op}_t)/\overline{op}_t$ 扣除 1 倍的 y_t^\dagger ，再對各預測變數做樣本內估計，可觀察到所有的 t-statistic 都往 0 靠攏。此結果可能源自於 y_t^\dagger 與其餘預測變數之間的相关性所致，以致於過往研究中各種預測變數的預測效果，包含了部分 Working effect 的影響，關於各預測變數的相关性請見表 2。

表 2: Correlations between variables

	NYSE ARCA OIL & GAS INDEX	PPI: Durable Raw Goods	AUD/USD	Consumer Price Index	y_t^\dagger
NYSE ARCA OIL & GAS INDEX	1.000				
PPI: Durable Raw Goods	0.104	1.000			
AUD/USD	0.426	0.279	1.000		
Consumer Price Index	-0.054	-0.002	-0.100	1.000	
$y_t^\dagger = (op_t - \overline{op}_t)/\overline{op}_t$	0.322	0.150	0.284	-0.126	1.000

4.2 MSPE、MAPE 與 Successful Ratio

樣本外預測評估期間為 1996:M1 到 2015:M10，各種模型選取 (Model Selection) 與模型組合 (Model Averaging) 對樣本外資料做出預測，取得預測誤差 \hat{e}_{t+1} ，再算出各方法的平均預測誤差平方 (MSPE, Mean Squared Prediction Error) 與平均絕對預測誤差 (MAPE, Mean Absolute Prediction Error)，除以 no-change 預測的 MSPE、MAPE 得到 MSPE Ratio、MAPE Ratio。而根據各方法的預測，計算預測與實際油價變動方向相同的比率，即為勝率 (Success Ratio)。



$$\text{MSPE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{e}_{t+1}^2 \quad \text{MAPE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |\hat{e}_{t+1}| \quad \text{Success Rate} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} I(y_{t+1} \cdot \hat{y}_{t+1|t} > 0) \quad (6)$$

預測結果中，由於 HDBIC 的懲罰項較重，在預測 WTI 月底價變動率時總是選擇參數最少的 no-change 預測模型，也因此造成其 MSPE Ratio 與 MAPE Ratio 無法檢定。

預測 WTI 月底價變動率，比較降低 MSPE Ratio 效果最好的是 PIA(2) 為 0.957，而降低 MAPE Ratio 最好的是簡單平均法為 0.985，勝率最高的是 PIA(3)。而預測 WTI 月均價變動率，比較降低 MSPE Ratio 與 MAPE Ratio 效果最好的皆是 CV 分別為 0.601、0.791，勝率最高的是簡單平均法。

4.3 MSPE 與 MAPE 的兩種計算方式

在文獻中對油價變動率做出預測 $\hat{y}_{t+1} = (\hat{op}_{t+1} - op_t)/op_t$ 後，計算預測誤差有兩種方式，本文先採用的方式是

$$y_{t+1} = \hat{y}_{t+1} + \hat{e}_{t+1} \quad (7)$$

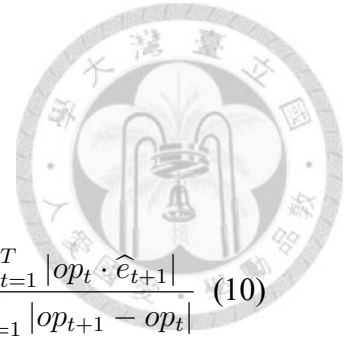
而部分其他文獻使用的則是

$$y_{t+1} = \frac{op_{t+1} - op_t}{op_t} = \hat{y}_{t+1} + \frac{\ddot{e}_{t+1}}{op_t} = \frac{\hat{op}_{t+1} - op_t}{op_t} + \frac{\ddot{e}_{t+1}}{op_t} \quad (8)$$

$$op_{t+1} = \hat{op}_{t+1} + \ddot{e}_{t+1}$$

然後以 \ddot{e}_{t+1} 計算 MSPE、MAPE [2, 3, 12, 13]。由於計算誤差的方式不同，如需比較不同文獻 MSPE Ratio 與 MAPE Ratio 則需再進行轉換，同時要調整資料的來源與長度。比較 (7) 式與 (8) 式，可知 $\ddot{e}_{t+1} = op_t \cdot \hat{e}_{t+1}$ ，如果本文改以 (8) 式計算誤差，則原本的 MSPE Ratio、MAPE Ratio

$$\text{MSPE Ratio} = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{e}_{t+1}^2}{\sum_{t=1}^T \left(\frac{op_{t+1} - op_t}{op_t}\right)^2} \quad \text{MAPE Ratio} = \frac{\sum_{t=1}^T |\hat{e}_{t+1}|}{\sum_{t=1}^T \left|\frac{op_{t+1} - op_t}{op_t}\right|} \quad (9)$$



將變成

$$\text{MSPE Ratio} = \frac{\sum_{t=1}^T (op_t \cdot \hat{e}_{t+1})^2}{\sum_{t=1}^T (op_{t+1} - op_t)^2} \quad \text{MAPE Ratio} = \frac{\sum_{t=1}^T |op_t \cdot \hat{e}_{t+1}|}{\sum_{t=1}^T |op_{t+1} - op_t|} \quad (10)$$

雖然 (9) 式與 (10) 式無必然的大小關係，但觀察分子與分母加總項目的不同，將 (10) 式的 MSPE Ratio、MAPE Ratio 與 (9) 式比較，兩種計算誤差的方式將會使 MSPE Ratio 之間的差異與 $Corr\left(\left(\frac{op_{t+1}-op_t}{op_t}\right)^2, op_t^2\right) - Corr(\hat{e}_{t+1}^2, op_t^2)$ 成高度正相關；而 MAPE Ratio 之間的差異與 $Corr\left(\left|\frac{op_{t+1}-op_t}{op_t}\right|, |op_t|\right) - Corr(|\hat{e}_{t+1}|, |op_t|)$ 成高度正相關。⁷⁸

⁷以本文中的各方法估算，相關性皆在 0.97 以上。

⁸如是對月均價變動率 $y_t = (\overline{op}_t - \overline{op}_{t-1})/\overline{op}_{t-1}$ ， \overline{op}_t 做出預測，則以 \overline{op}_t 取代 4.3 節至 4.5 節中所有的 op_t 再行計算。



表 3: Forecast End-of-Month WTI Oil Prices

	Percentage Error (9)		Price Error (10)		Success Ratio
	MSPE Ratio	MAPE Ratio	MSPE Ratio	MAPE Ratio	
simple average	0.962 (0.001)	0.985 (0.124)	0.966 (0.007)	0.988 (0.228)	0.580
MMA	0.966 (0.002)	0.990 (0.255)	0.976 (0.009)	0.995 (0.405)	0.580
JMA	0.967 (0.003)	0.992 (0.292)	0.969 (0.011)	0.996 (0.427)	0.571
PIA(1)	0.971 (0.005)	0.996 (0.375)	0.975 (0.013)	0.999 (0.486)	0.580
PIA(2)	0.957 (0.001)	0.987 (0.205)	0.953 (0.005)	0.990 (0.310)	0.588
PIA(3)	0.968 (0.004)	0.993 (0.314)	0.969 (0.013)	0.997 (0.443)	0.597
AIC	0.971 (0.004)	0.993 (0.338)	0.984 (0.007)	0.997 (0.455)	0.353
BIC	1.009 (0.051)	1.012 (0.784)	1.039 (0.133)	1.020 (0.821)	0.193
AICc	0.967 (0.003)	0.992 (0.327)	0.982 (0.007)	0.997 (0.449)	0.349
HDBIC	1.000 (NaN)	1.000 (NaN)	1.000 (NaN)	1.000 (NaN)	0.000
HQ	0.981 (0.011)	0.999 (0.472)	1.005 (0.032)	1.006 (0.596)	0.239
CV	0.974 (0.005)	0.996 (0.406)	0.988 (0.010)	1.001 (0.515)	0.307
s-AIC	0.964 (0.001)	0.990 (0.274)	0.977 (0.006)	0.996 (0.428)	0.592
s-BIC	0.990 (0.013)	1.000 (0.515)	1.010 (0.087)	1.007 (0.662)	0.550
s-AICc	0.965 (0.001)	0.990 (0.274)	0.977 (0.006)	0.996 (0.431)	0.592
s-HDBIC	0.996 (0.052)	0.998 (0.340)	1.001 (0.290)	1.000 (0.483)	0.550
s-HQ	0.974 (0.002)	0.994 (0.359)	0.992 (0.014)	1.002 (0.532)	0.567
Bates-Granger	0.962 (0.001)	0.986 (0.126)	0.966 (0.007)	0.988 (0.231)	0.580

表中結果為遞迴迴歸 (recursive regression) 方式計算。MSPE Ratio 以 Clark-West test 檢定；MAPE Ratio 以 Diebold-Mariano test 檢定，括號中為 p value，粗體代表檢定量在 1% 的顯著水準下為顯著 [17, 18]。勝率 (Success Ratio) 粗體代表該值高於油價上漲於評估期間的比例 (0.538)。



表 4: Forecast Monthly-Averaged WTI Oil Prices

	Percentage Error (9)		Price Error (10)		Success Ratio
	MSPE Ratio	MAPE Ratio	MSPE Ratio	MAPE Ratio	
simple average	0.682 (0.000)	0.831 (0.000)	0.669 (0.000)	0.832 (0.000)	0.714
MMA	0.610 (0.000)	0.796 (0.000)	0.615 (0.000)	0.803 (0.000)	0.697
JMA	0.608 (0.000)	0.795 (0.000)	0.616 (0.000)	0.802 (0.000)	0.685
PIA(1)	0.606 (0.000)	0.795 (0.000)	0.618 (0.000)	0.802 (0.000)	0.681
PIA(2)	0.603 (0.000)	0.791 (0.000)	0.601 (0.000)	0.797 (0.000)	0.693
PIA(3)	0.608 (0.000)	0.795 (0.000)	0.617 (0.000)	0.802 (0.000)	0.681
AIC	0.623 (0.000)	0.807 (0.000)	0.639 (0.000)	0.819 (0.000)	0.697
BIC	0.621 (0.000)	0.798 (0.000)	0.642 (0.000)	0.807 (0.000)	0.685
AICc	0.621 (0.000)	0.807 (0.000)	0.634 (0.000)	0.817 (0.000)	0.697
HDBIC	0.621 (0.000)	0.796 (0.000)	0.640 (0.000)	0.804 (0.000)	0.685
HQ	0.609 (0.000)	0.796 (0.000)	0.631 (0.000)	0.805 (0.000)	0.685
CV	0.601 (0.000)	0.791 (0.000)	0.615 (0.000)	0.797 (0.000)	0.681
s-AIC	0.606 (0.000)	0.793 (0.000)	0.611 (0.000)	0.800 (0.000)	0.702
s-BIC	0.612 (0.000)	0.795 (0.000)	0.628 (0.000)	0.803 (0.000)	0.689
s-AICc	0.606 (0.000)	0.793 (0.000)	0.612 (0.000)	0.800 (0.000)	0.697
s-HDBIC	0.616 (0.000)	0.796 (0.000)	0.633 (0.000)	0.803 (0.000)	0.685
s-HQ	0.608 (0.000)	0.794 (0.000)	0.619 (0.000)	0.802 (0.000)	0.685
Bates-Granger	0.658 (0.000)	0.818 (0.000)	0.648 (0.000)	0.819 (0.000)	0.702

表中結果為遞迴迴歸 (recursive regression) 方式計算。MSPE Ratio 以 Clark-West test 檢定；MAPE Ratio 以 Diebold-Mariano test 檢定，括號中為 p value，粗體代表檢定量在 1% 的顯著水準下為顯著 [17, 18]。勝率 (Success Ratio) 粗體代表該值高於油價上漲於評估期間的比例 (0.592)。



4.4 時間與預測表現

觀察在 1996:M1 到 2015:M10 期間，各模型組合方法的預測表現，可定義累計預測誤差平方縮減 (CSPER, Cummlative Squared Prediction Error Reduction)

$$CSPER(p) = \sum_{t=1}^p \left(\frac{op_{t+1} - op_t}{op_t} \right)^2 - \sum_{t=1}^p \hat{e}_{t+1}^2 \quad p = 1, \dots, T \quad (11)$$

累計預測絕對誤差縮減 (CAPER, Cummlative Absolute Prediction Error Reduction)

$$CAPER(p) = \sum_{t=1}^p \left| \frac{op_{t+1} - op_t}{op_t} \right| - \sum_{t=1}^p |\hat{e}_{t+1}| \quad p = 1, \dots, T \quad (12)$$

不論是 CSPER 或是 CAPER，向上走的趨勢皆代表預測表現優於 no-change 預測。同時觀察圖 2 與圖 3，可發現 2005 至 2009 年期間 (特別是 2008:M10 到 2009:M6) 預測 WTI 月底價變動率有較好的表現，也就是說，在這段期間內將 \hat{e}_{t+1} 與 $\frac{op_{t+1} - op_t}{op_t}$ 以平方、絕對值的方式比較， \hat{e}_{t+1} 的結果平均較小。

以 no-change 預測為比較基準，預測 WTI 月底價變動率較佳的表現大多集中在 2005 到 2009 年，而預測 WTI 月均價變動率方面，大致在 1996 至 2015 年整個評估期間都能保有一定的預測能力。

本研究樣本內期間為 1986:M1 到 1995:M12，為 120 個資料點，而樣本外期間為 1996:M1 到 2015:M10，為 238 個資料點，P/R ratio ≈ 1.98 。值得注意的是，如選取其他的 P/R ratio 將可能導致不同的檢定結果，像是如選擇 P/R ratio=3，則樣本外期間將增加一些油價相對較低的時期。如果選擇 P/R ratio=0.5，樣本外期間為 2006:M1 到 2015:M10，由於評估其縮短且包含具有主要預測效果的時期，其結果將會較 P/R ratio ≈ 1.98 更佳。由於本文選擇遞迴迴歸 (recursive regression) 的方式，不論選擇 P/R ratio= 0.5~3，只要是採取遞迴迴歸的方式，對於下一期 (例如 2009:M1) 所做的預測皆使用相同的資訊 (1986:M1 至 2008:M12) 預測油價，雖然樣本外檢定結果將會不同，但所做出的預測值將會相同，因此如僅觀察 2006:M1 到 2015:M10 之間的預測表現隨時間的走勢將獲得相同的結論，2009:M7 以後各模型選取與模型組合的方式預測油價並未比 no-change 預測更佳。



4.5 再探 MSPE 與 MAPE 的兩種計算方式

先前提過兩種計算預測誤差的方式，會使 MSPE Ratio、MAPE Ratio 有所不同，而其變動關係如下

$$MSPE \text{ Ratio Difference} = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{e}_{t+1}^2}{\sum_{t=1}^T \left(\frac{op_{t+1}-op_t}{op_t}\right)^2} - \frac{\sum_{t=1}^T (op_t \cdot \hat{e}_{t+1})^2}{\sum_{t=1}^T (op_{t+1} - op_t)^2} \propto Corr\left(\left(\frac{op_{t+1} - op_t}{op_t}\right)^2, op_t^2\right) - Corr(\hat{e}_{t+1}^2, op_t^2) \quad (13)$$

$$MAPE \text{ Ratio Difference} = \frac{\sum_{t=1}^T |\hat{e}_{t+1}|}{\sum_{t=1}^T \left|\frac{op_{t+1}-op_t}{op_t}\right|} - \frac{\sum_{t=1}^T |op_t \cdot \hat{e}_{t+1}|}{\sum_{t=1}^T |op_{t+1} - op_t|} \propto Corr\left(\left|\frac{op_{t+1} - op_t}{op_t}\right|, |op_t|\right) - Corr(|\hat{e}_{t+1}|, |op_t|) \quad (14)$$

而預測 WTI 月底價變動率時發現，在 2005 至 2009 年期間 (特別是 2008:M10 到 2009:M6) 表現較佳，當時的月底價約在預測期間平均附近，各文獻中因預測評估期間選取的不同，開始評估的時間點愈早， op_t^2 與 $|op_t|$ 的樣本平均數就愈小，將使 $Corr\left(\left(\frac{op_{t+1}-op_t}{op_t}\right)^2, op_t^2\right)$ 上升的比 $Corr(\hat{e}_{t+1}^2, op_t^2)$ 更多; 使 $Corr\left(\left|\frac{op_{t+1}-op_t}{op_t}\right|, |op_t|\right)$ 上升的比 $Corr(|\hat{e}_{t+1}|, |op_t|)$ 更多。⁹此一結果將導致兩種計算預測誤差的方式，所得到的 MSPE Ratio 與 MAPE Ratio 差異甚大，也因此如要比較不同文獻中的 MSPE Ratio 與 MAPE Ratio，需調整至相同的預測期間且計算預測誤差的方式也需相同才能比較。

⁹2008:M10 到 2009:M6 所對應的油價期間為 2008:M9 到 2009:M5，此期間油價平均 57.87，與整個評估期間平均油價 55.19 相當接近。

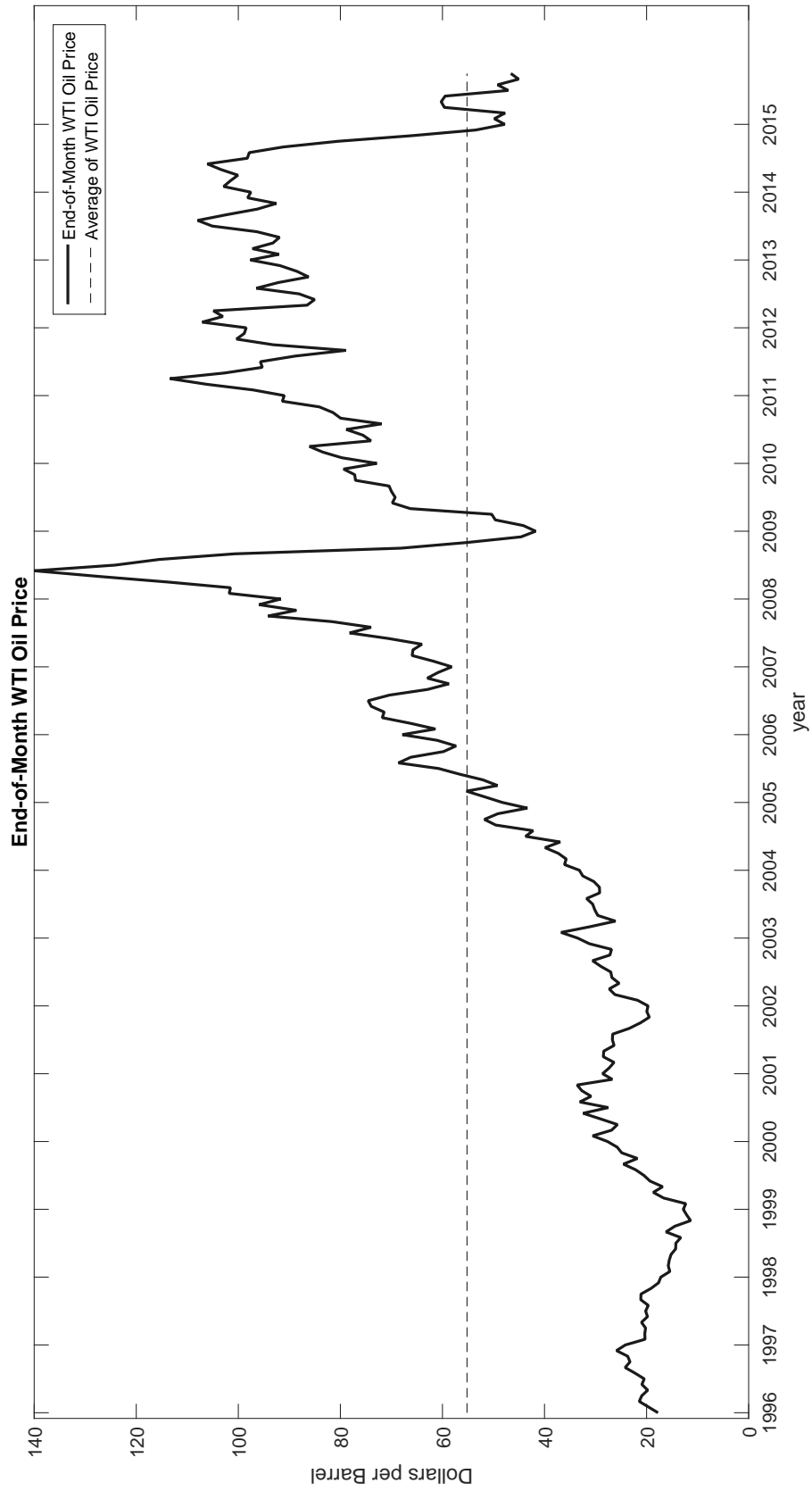


圖 1: End-of-Month WTI Oil Prices

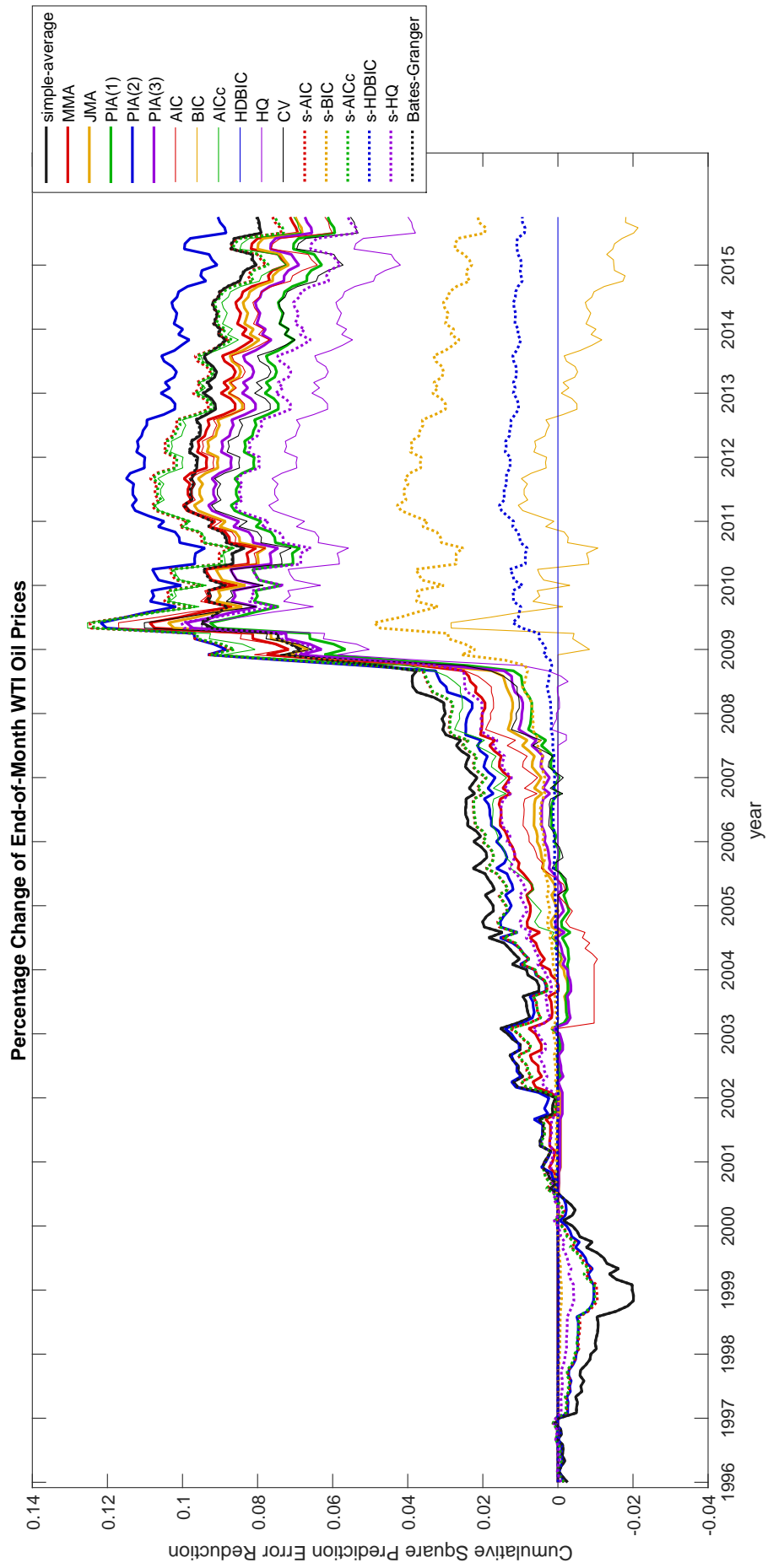


圖 2: Cumulative Squared Prediction Error Reduction of End-of-Month WTI Oil Prices

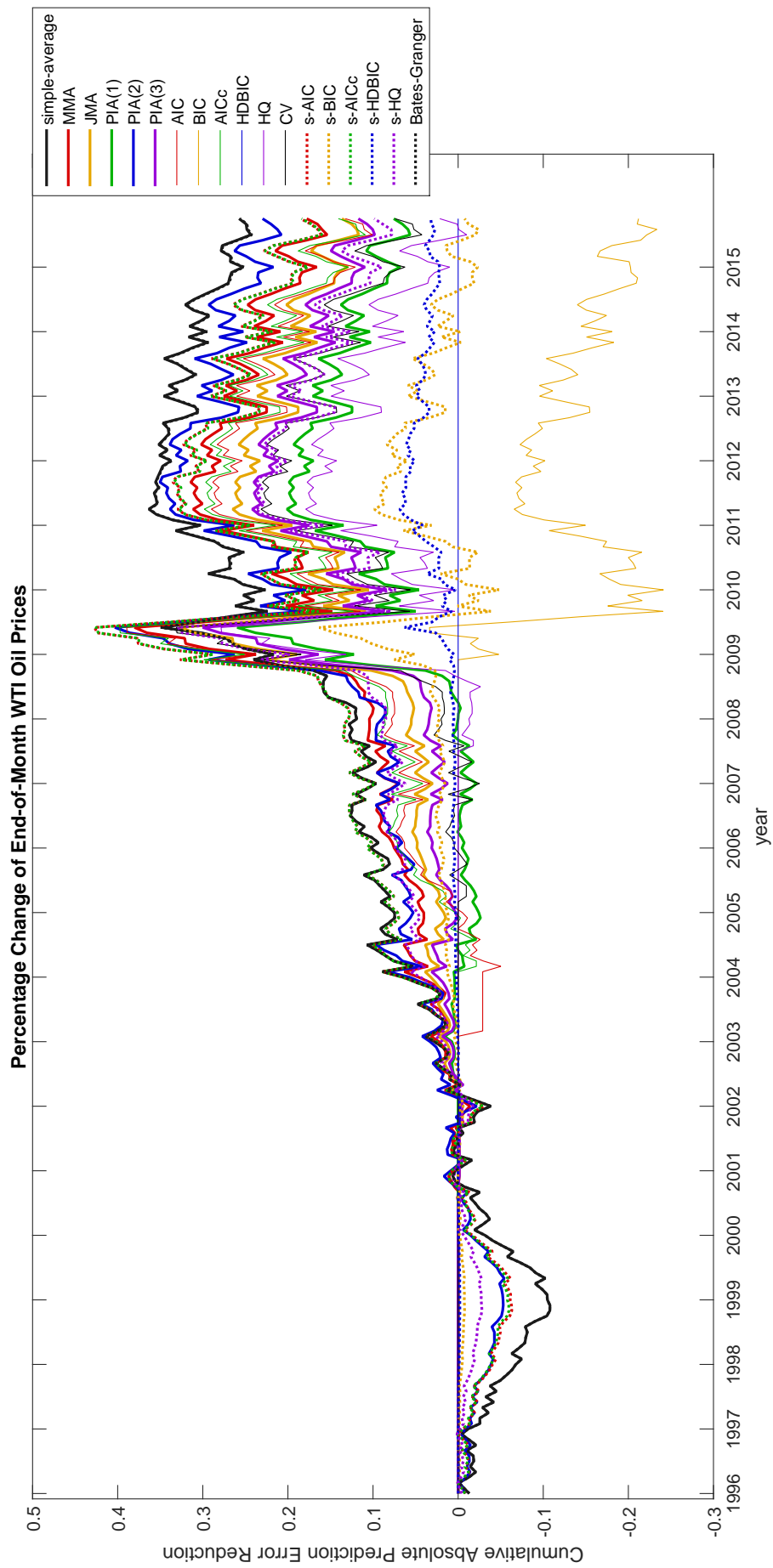
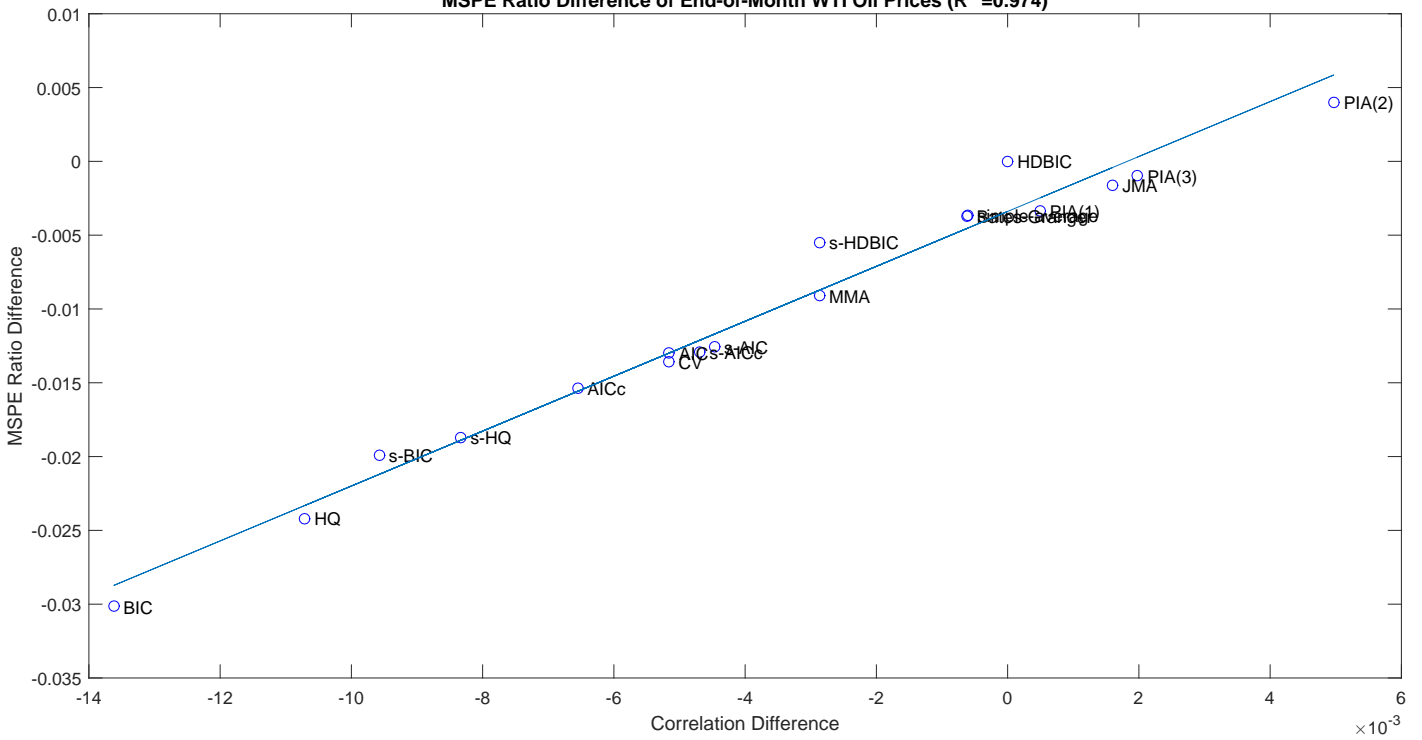


圖 3: Cumulative Absolute Prediction Error Reduction of End-of-Month WTI Oil Prices



MSPE Ratio Difference of End-of-Month WTI Oil Prices ($R^2 = 0.974$)



MAPE Ratio Difference of End-of-Month WTI Oil Prices ($R^2 = 0.99$)

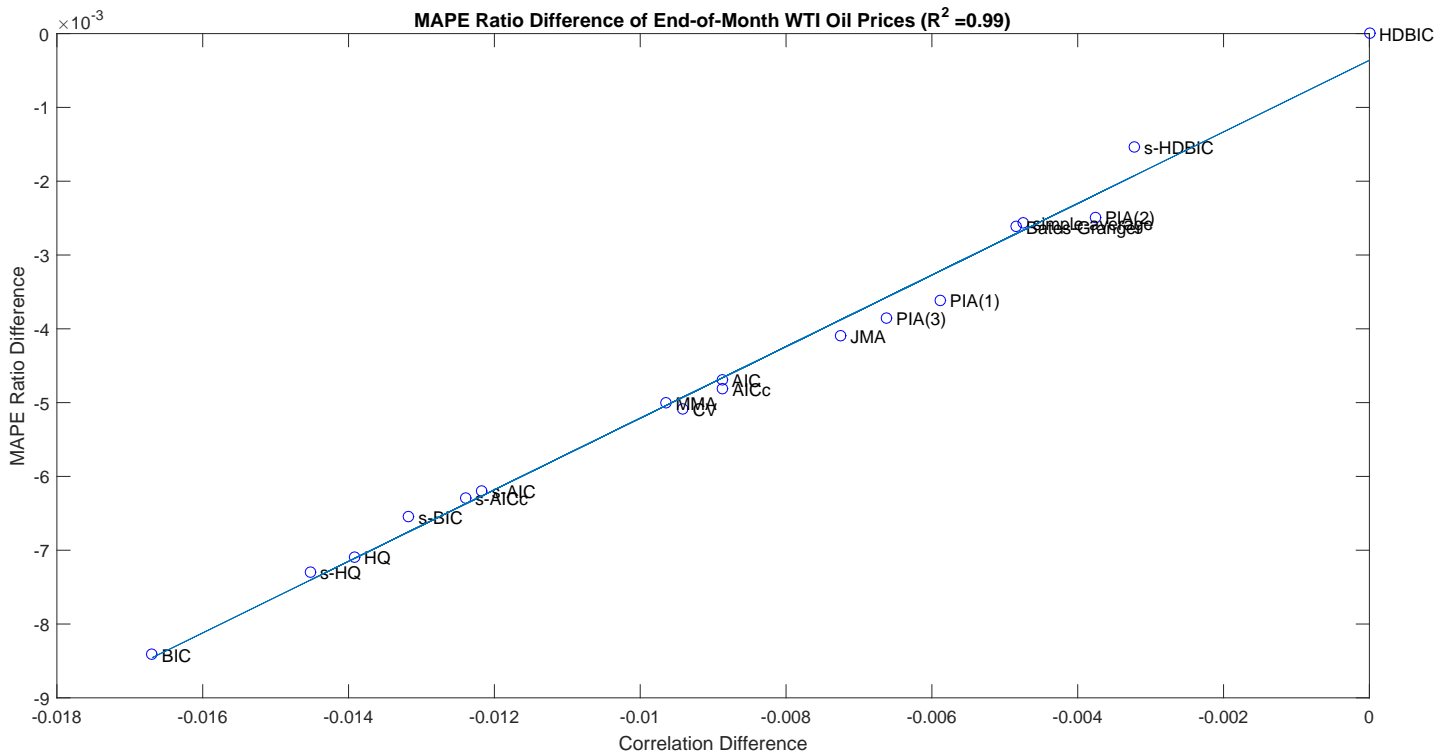


圖 4: MSPE、MAPE Ratio Difference and Correlation Difference

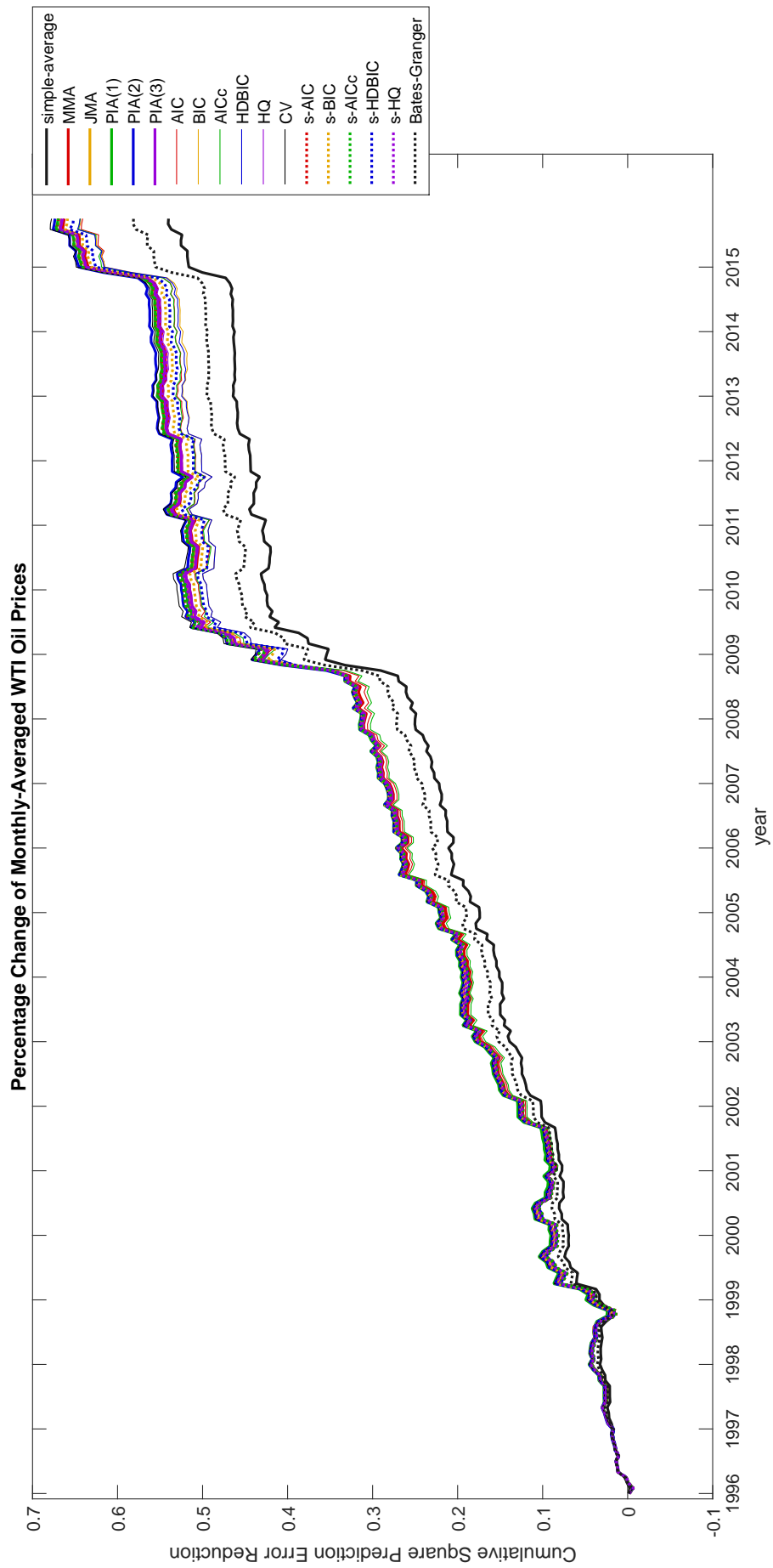


圖 5: Cumulative Squared Prediction Error Reduction of Monthly-Averaged WTI Oil Prices

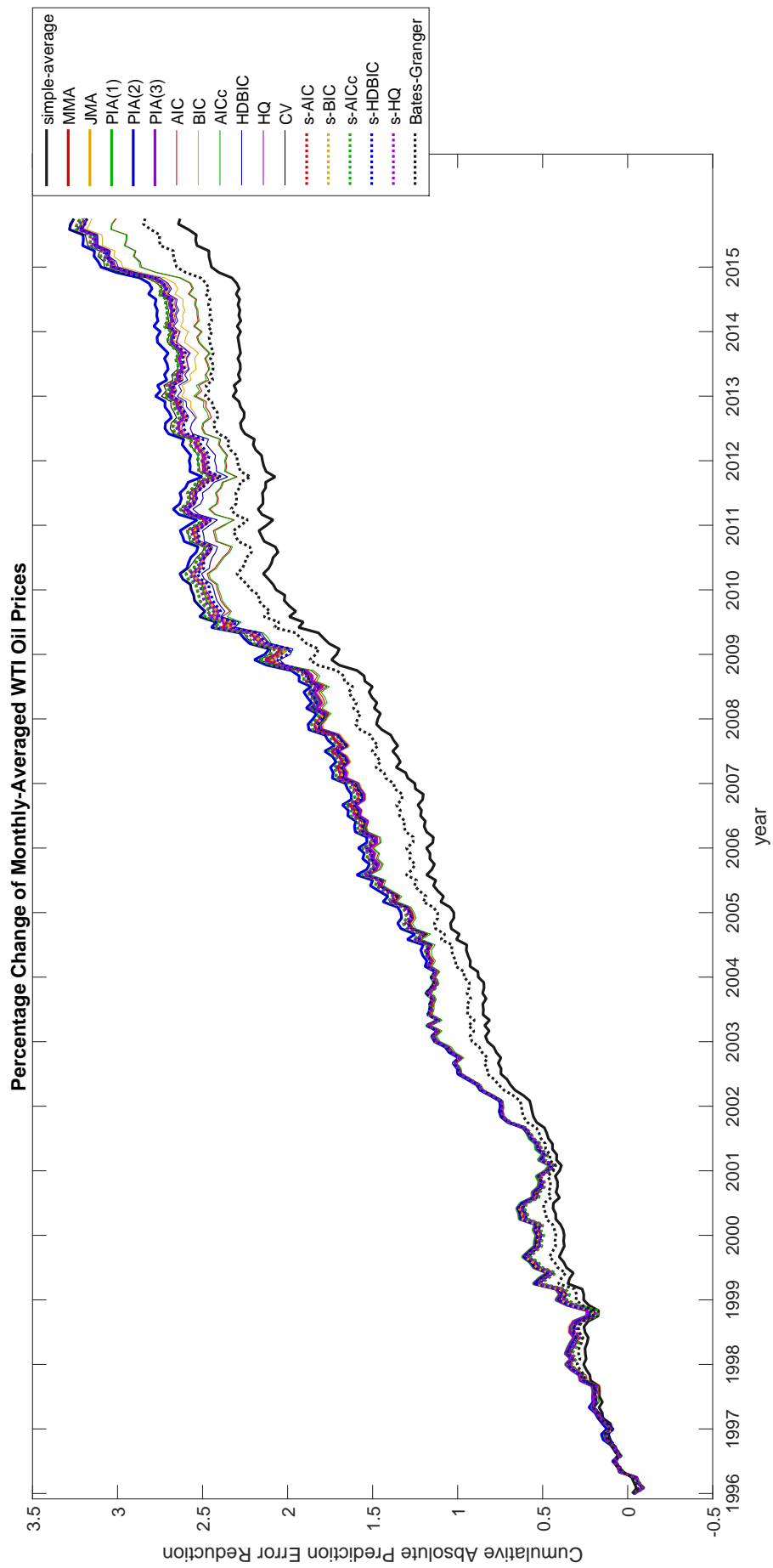


圖 6: Cumulative Absolute Prediction Error Reduction of Monthly-Averaged WTI Oil Prices

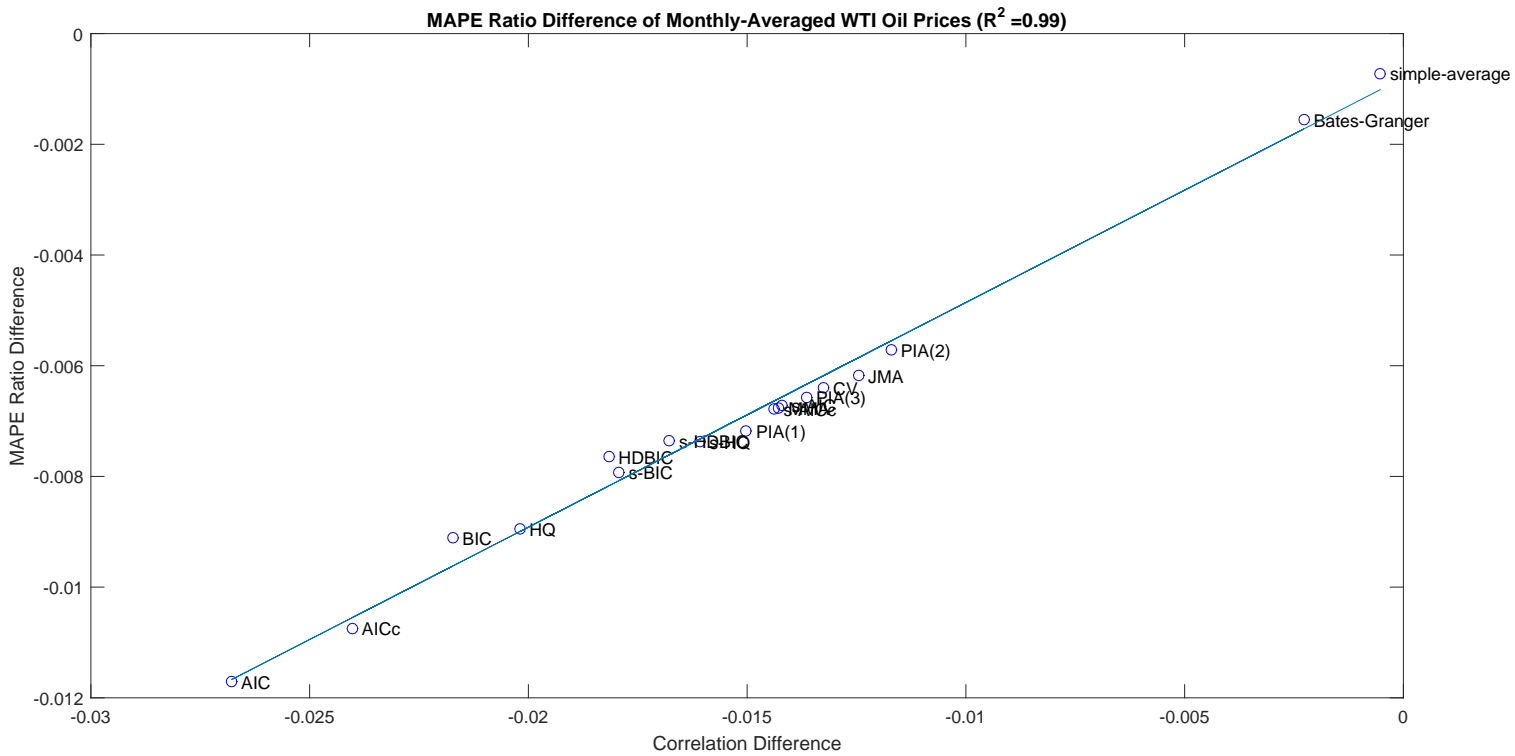
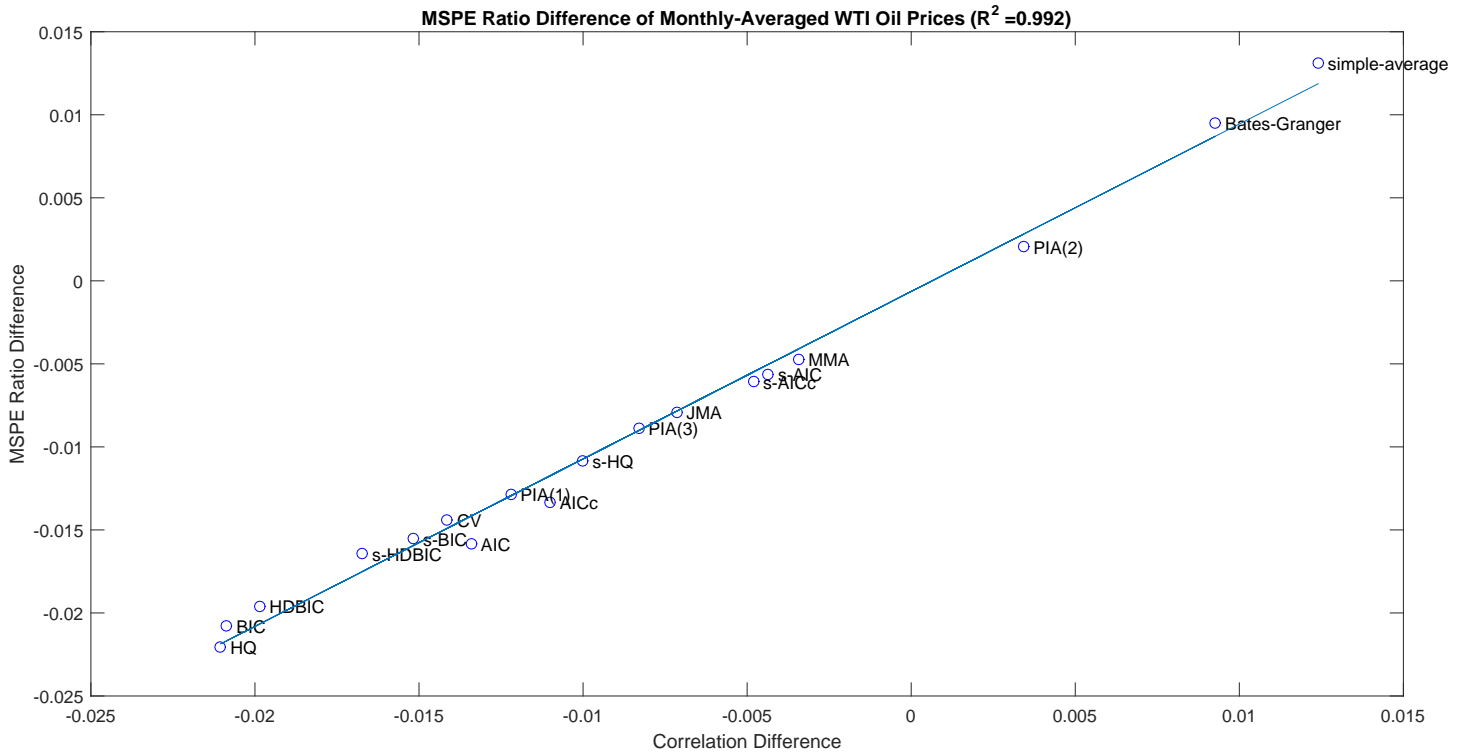


圖 7: MSPE、MAPE Ratio Difference and Correlation Difference



5 結論

本研究探討 1986:M2 到 2015:M10 的月資料，以過去文獻使用的多個相關變數配合模型選取或組合預測方法，預測原油價格。近年研究發現若與 no-change 預測比較，有若干變數可能具有預測油價月資料的能力，像是消費者物價指數、工業原料價格指數、原油相關性股票價格與美元澳幣匯率等，受限於電腦計算速度本研究中僅挑選各類別較具有代表性的變數，以預測組合方法進行研究。而美國能源局公佈的歷史資料包含油價的日資料與月資料，其中月資料則是以該月份的每日油價簡單平均計算，相關文獻中預測油價的月資料可能是月底價 (end-of-month price) 或是月均價 (monthly-averaged price)，本研究對兩種月資料分別進行探討。挑選預測變數時，增加一個新變數用於預測月均價，藉由探討 Working effect 及其衍伸的性質說明此一新變數的必要性。另外，研究過程中發現預測月底價時，其預測效果有集中於特定期間的情況，此現象會造成兩種算法所得的 MSPE Ratio 有所差異，並分析評估期間選取如何影響 MSPE Ratio 的差異大小，進而影響評估預測能力的結果。

樣本內估計的相關結果顯示，預測原油價格月均價變動率時，由於 y_t^\dagger 與預測變數的相關性與 y_t^\dagger 特別高的 t-statistic，而使運用這些預測變數所做的樣本內與樣本外結果皆會受到 Working effect 的影響。利用各種模型選取 (Model Selection) 與模型組合 (Model Averaging) 對原油價格做出預測，觀察樣本外的預測表現隨時間的變化，大致上僅能在特定期間預測月底價的變動率，而預測月均價的變動率方面，與 no-change 預測比較，整個預測期間 1996:M1 到 2015:M10 皆能具有一定的預測能力。若是去除 Working effect 的影響，預測月均價的效果與預測月底價相似，僅能於特定期間內保有預測能力。不同 P/R ratio 的選擇可能影響到樣本外檢定是否顯著，但不影響僅能於特定期間內保有預測能力的結論。

探討的過程中發現，計算預測誤差的方式不同，選取預測期間的不同皆可能導致預測結果有相當大的差異。藉由驗證 (13) 與 (14) 式的關係，我們了解到在預測效果於評估期間內並非均勻分布的情況下，會導致 MSPE Ratio 有所差異，而評估期間的選取會影響評估期間 op_t^2 與 $|opt|$ 的樣本平均數，進而影響 MSPE Ratio 差異的大小。若選擇以原油價格本身計算預測誤差，而非原油價格的變動率計算，應



注意到這個因素的影響。

綜合性的比較各種模型選取與模型組合方法結果上的差異，大致上使用 **Information Criterion** 來選取單一模型的方法其結果較其它方法差，在預測原油價格上，應盡量避免單獨使用此方法。而各模型組合方法中，**PIA(2)** 不論在預測月底價或是月均價，相對於其它模型組合方法，均能取得不錯的效果。另外，於預測月均價變動率時，**CV** 表現相當不錯，表現較差的反而是 **simple average**，原因是因為不包含 y_t^\dagger 的模型表現遜於包含 y_t^\dagger 的模型，而 **simple average** 因為無法依照各模型表現改變權重，有一半的模型都不包含 y_t^\dagger ，導致其表現遠遜於其他方式。

過往預測原油價格的相關文獻數量甚鉅，因為原油價格定義、資料處理、取樣期間、評估方式等等的不同，而可能產生看似矛盾的結論，希望能藉由本研究釐清部分造成矛盾的原因。於實用預測的角度，尋找至今仍能持續保持預測效果的變數與方式是相當重要的課題。不同變數的選取、**P/R ratio** 的選擇皆可能對預測結果產生影響。另外，此一預測油價的方式僅能於特定時期保有預測能力的原因，還有待後續研究者作更進一步的探討。



附錄一

Working Effect

由 Working(1960) Note on the correlation of first differences of averages in a random chain 一文中提到，若某一價格的日資料 P_t 走勢為 random-walk，則其月均價的變動量，會有前後期的相慣性產生 [36]。推論過程如下

$$P_t = P_{t-1} + e_t \quad t = 1, 2, \dots \quad e_t \sim (0, 1), \text{corr}(e_i, e_j) = 0 \text{ if } i \neq j \quad (15)$$

設定每 k 期平均一次，此均價變動量 $D_{t,k}$ 可做以下轉換

$$\begin{aligned} D_{t,k} &= \frac{1}{k} \sum_{n=t}^{t+k-1} P_n - \frac{1}{k} \sum_{n=t-k}^{t-1} P_n \quad (16) \\ &= \frac{1}{k} [P_t + (P_t + e_{t+1}) + \dots + (P_t + e_{t+1} + e_{t+2} + \dots + e_{t+k-1}) - (P_t - e_t) \\ &\quad - (P_t - e_t - e_{t-1}) - \dots - (P_t - e_t - e_{t-1} - \dots - e_{t-k+1})] \\ &= \frac{1}{k} [e_{t+k-1} + 2e_{t+k-2} + \dots + (k-1)e_{t+1} + ke_t + (k-1)e_{t-1} + \dots + e_{t-k+1}] \end{aligned}$$

同樣的可以對前 k 期的均價變動量 $D_{t-k,k}$ 一樣的轉換

$$D_{t-k,k} = \frac{1}{k} [e_{t-1} + 2e_{t-2} + \dots + (k-1)e_{t-k+1} + ke_{t-k} + (k-1)e_{t-k-1} + \dots + e_{t-2k+1}] \quad (17)$$

則前後期的均價變動量的共變異數與相關係數

$$\text{cov}(D_{t,k}, D_{t-k,k}) = \frac{1}{k^2} [1(k-1) + 2(k-2) + \dots + (k-1)1] = \frac{2k^2 - 1}{6k} \quad \text{corr}(D_{t,k}, D_{t-k,k}) = \frac{k^2 - 1}{4k^2 + 2} \quad (18)$$

每月份交易日約為 20 日，因此這邊設定 $k=20$ 帶入 (18) 式

$$\text{corr}(D_{t,k}, D_{t-k,k}) = 0.249$$

這代表如果預測的目標是月均價的變動量，用前一個月的月均價的變動量當成預測變數即可達到部分效果。然而，事實上月均價的變動量前後其相關所隱含的資



訊並沒有被充分利用，由於原始價格日資料走勢為 random-walk，在第 t-1 期時，對次月份均價 $\frac{1}{k} \sum_{n=t}^{t+k-1} P_n$ 的最佳預測理應為 P_{t-1} ，也就是說對月均價的變動量最佳預測應為

$$D_{t-1,k}^\dagger = P_{t-1} - \frac{1}{k} \sum_{n=t-k}^{t-1} P_n = \frac{1}{k} [(k-1)e_{t-1} + (k-2)e_{t-2} + \cdots + e_{t-k+1}] \quad (19)$$

$$\text{cov}(D_{t,k}, D_{t-1,k}^\dagger) = \frac{(k-1)(2k-1)}{6k} \quad \text{corr}(D_{t,k}, D_{t-1,k}^\dagger) = \frac{\sqrt{2(k-1)(2k-1)(2k^2+1)}}{2(2k^2+1)} \quad (20)$$

同樣因為每月份交易日約為 20 日，因此這邊設定 $k=20$ 帶入 (20) 式

$$\text{corr}(D_{t,k}, D_{t-1,k}^\dagger) = 0.680$$

由於在第 t-1 期時，對 $D_{t,k} = \frac{1}{k} \sum_{n=t}^{t+k-1} P_n - \frac{1}{k} \sum_{n=t-k}^{t-1} P_n$ 的最佳預測是 $D_{t-1,k}^\dagger = P_{t-1} - \frac{1}{k} \sum_{n=t-k}^{t-1} P_n$ ，且在 t-1 期時 $\frac{1}{k} \sum_{n=t-k}^{t-1} P_n$ 是已知的資訊，所以對 $\frac{D_{t,k}}{\frac{1}{k} \sum_{n=t-k}^{t-1} P_n}$ 的最佳預測就是 $\frac{D_{t-1,k}^\dagger}{\frac{1}{k} \sum_{n=t-k}^{t-1} P_n}$ 。這邊可以發現， $\frac{D_{t,k}}{\frac{1}{k} \sum_{n=t-k}^{t-1} P_n}$ 就是以月均價計算的變動率，而 $\frac{D_{t-1,k}^\dagger}{\frac{1}{k} \sum_{n=t-k}^{t-1} P_n}$ 就是本文中所提到的預測變數 y_t^\dagger 。



附錄二

預測月均價的預測變數選擇

當預測油價的目標是月均價時，選擇被預測變數為 $y_t = (\overline{op}_t - \overline{op}_{t-1})/\overline{op}_{t-1}$ ，如附錄一中所述，將會有 Working Effect。而 Working Effect 的影響太過劇烈，以致於除了 y_t^\dagger 其餘的預測變數的預測能力不易評估，為解決這個問題可以選擇被預測變數為 $y_t = (\overline{op}_t - op_{t-1})/op_{t-1}$ ，也就是以上一個月的月底價作為基礎，計算本月份的月均價變動率。如此預測的目標為月均價，但預測結果則不會有 Working Effect 的影響，也因此預測變數無需增加 y_t^\dagger 在內。

選擇被預測變數為 $y_t = (\overline{op}_t - op_{t-1})/op_{t-1}$ ，則 (8) 至 (12) 式也應做對應的調整

$$y_{t+1} = \frac{\overline{op}_{t+1} - op_t}{op_t} = \hat{y}_{t+1} + \frac{\ddot{e}_{t+1}}{op_t} = \frac{\widehat{\overline{op}}_{t+1} - op_t}{op_t} + \frac{\ddot{e}_{t+1}}{op_t} \quad (21)$$

$$\overline{op}_{t+1} = \widehat{\overline{op}}_{t+1} + \ddot{e}_{t+1}$$

這邊一樣可以透過比較得知 $\ddot{e}_{t+1} = op_t \cdot \hat{e}_{t+1}$ ，而兩種 MSPE Ratio 與 MAPE Ratio 的算法為

$$\text{MSPE Ratio} = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{e}_{t+1}^2}{\sum_{t=1}^T \left(\frac{\overline{op}_{t+1} - op_t}{op_t}\right)^2} \quad \text{MAPE Ratio} = \frac{\sum_{t=1}^T |\hat{e}_{t+1}|}{\sum_{t=1}^T \left|\frac{\overline{op}_{t+1} - op_t}{op_t}\right|} \quad (22)$$

$$\text{MSPE Ratio} = \frac{\sum_{t=1}^T (op_t \cdot \hat{e}_{t+1})^2}{\sum_{t=1}^T (\overline{op}_{t+1} - op_t)^2} \quad \text{MAPE Ratio} = \frac{\sum_{t=1}^T |op_t \cdot \hat{e}_{t+1}|}{\sum_{t=1}^T |\overline{op}_{t+1} - op_t|} \quad (23)$$

累計預測誤差平方縮減 (CSPER, Cummlative Squared Prediction Error Reduction)

$$CSPER(p) = \sum_{t=1}^p \left(\frac{\overline{op}_{t+1} - op_t}{op_t}\right)^2 - \sum_{t=1}^p \hat{e}_{t+1}^2 \quad p = 1, \dots, T \quad (24)$$

累計預測絕對誤差縮減 (CAPER, Cummlative Absolute Prediction Error Reduction)

$$CAPER(p) = \sum_{t=1}^p \left|\frac{\overline{op}_{t+1} - op_t}{op_t}\right| - \sum_{t=1}^p |\hat{e}_{t+1}| \quad p = 1, \dots, T \quad (25)$$

由圖 8 可看出預測月均價也在特定時期表現較好，與預測月底價變動率有相似的情性，無法在整個評估期間維持一定的預測能力。另外，如表 6 中所呈現，評



估各方法的預測能力在 1% 的顯著水準下皆為不顯著。

表 5: In-Sample Predictability of WTI Oil Prices

	Monthly-Averaged Prices		
	$\hat{\gamma}$	<i>t</i> -stat	<i>p</i> value
NYSE ARCA OIL & GAS INDEX	0.165	1.551	0.121
PPI: Durable Raw Goods	0.409	2.086	0.038
AUD/USD	0.085	0.451	0.652
Consumer Price Index	-0.277	-0.789	0.431
$y_t^\dagger = (op_t - \overline{op}_t) / \overline{op}_t$	0.076	0.754	0.452

表中結果樣本期間為 1986:M1 至 2015:M10。t-statistic 使用 Newey-West HAC standard errors 計算，粗體代表檢定量在 5% 的顯著水準下為顯著。

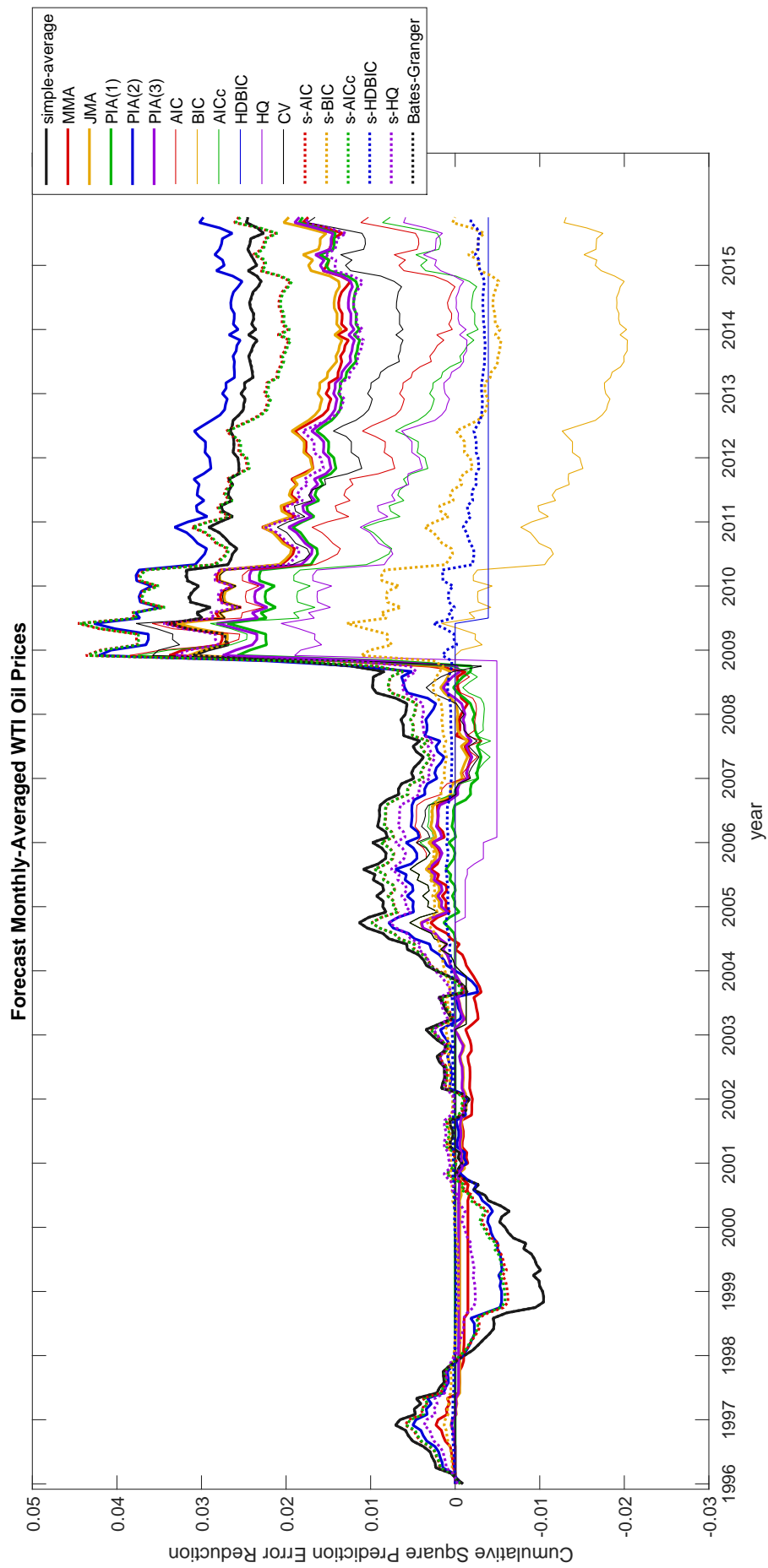


圖 8: Cumulative Squared Prediction Error Reduction of Monthly-Averaged WTI Oil

Prices(24)

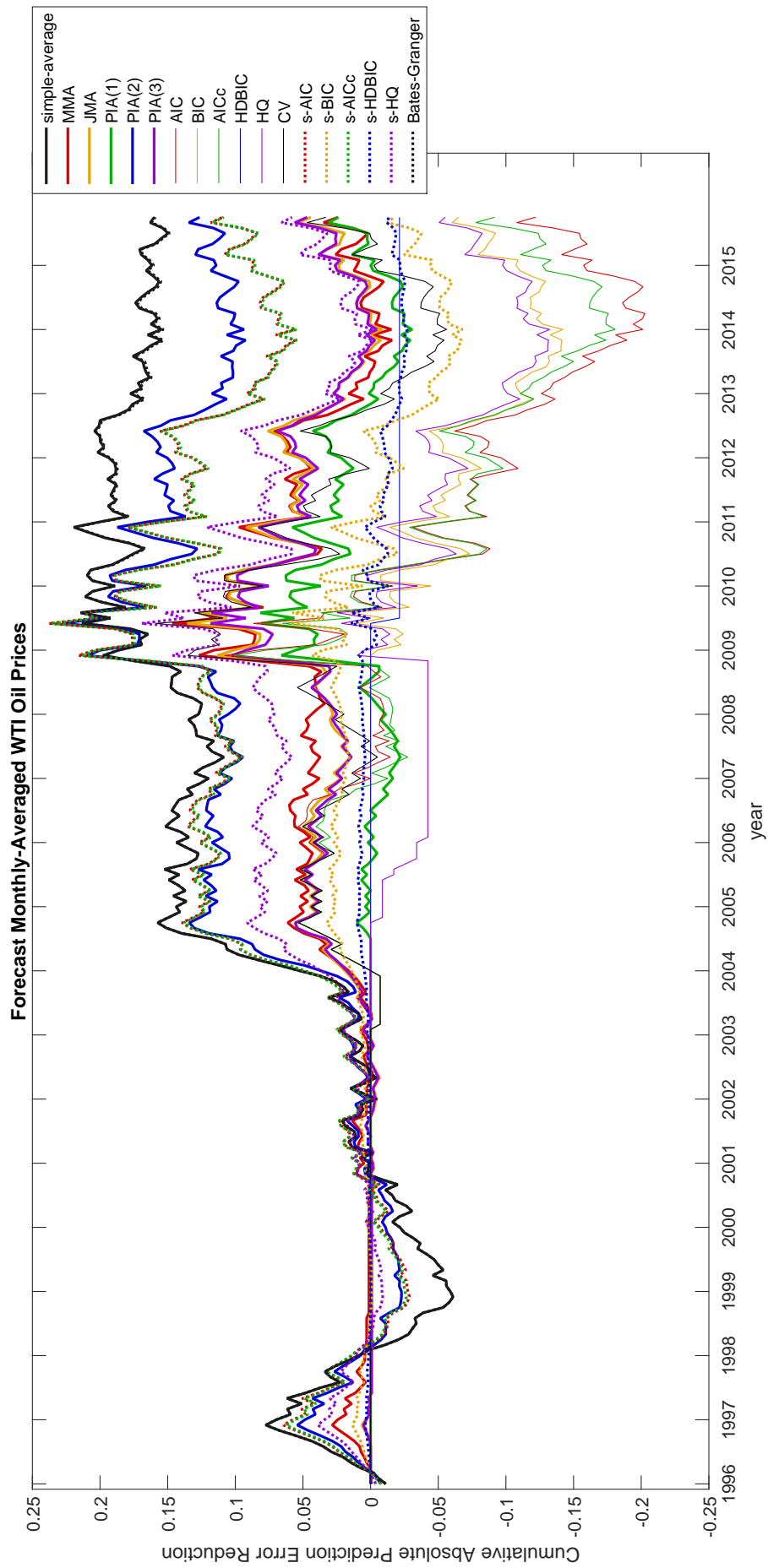
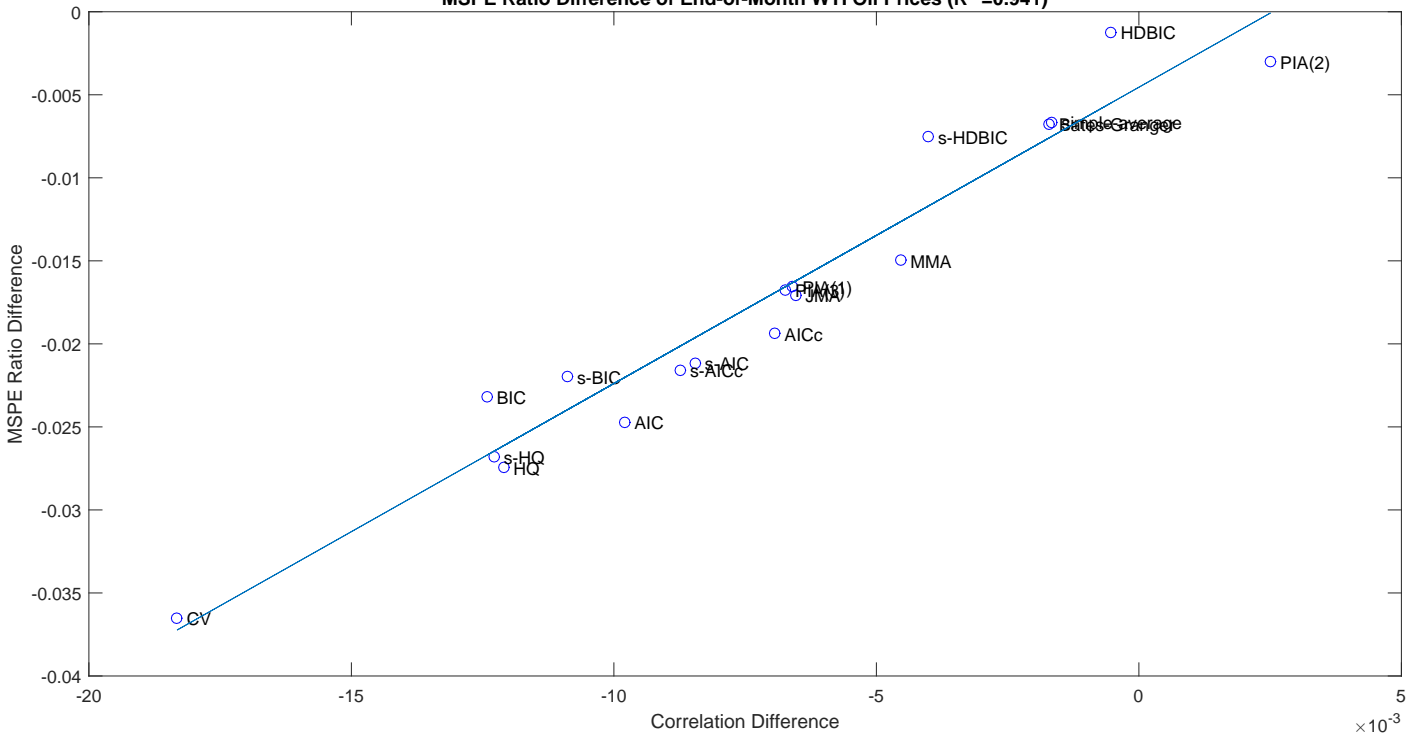


圖 9: Cumulative Absolute Prediction Error Reduction of Monthly-Averaged WTI Oil Prices(25)



MSPE Ratio Difference of End-of-Month WTI Oil Prices ($R^2 = 0.941$)



MAPE Ratio Difference of End-of-Month WTI Oil Prices ($R^2 = 0.982$)

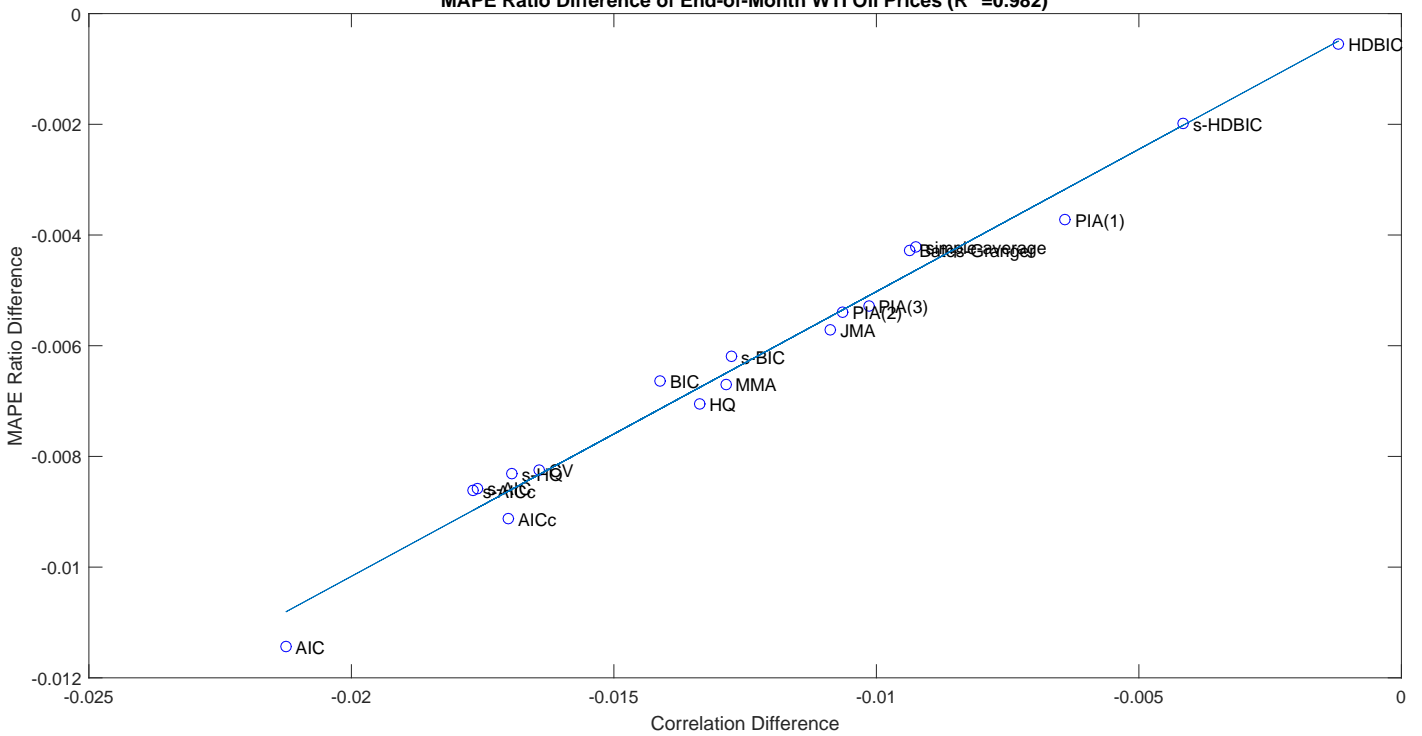


圖 10: MSPE、MAPE Ratio Difference and Correlation Difference



表 6: Forecast Monthly-Averaged WTI Oil Prices

	Percentage Error (22)		Price Error (23)		Success Ratio
	MSPE Ratio	MAPE Ratio	MSPE Ratio	MAPE Ratio	
simple average	0.977 (0.016)	0.987 (0.130)	0.983 (0.069)	0.991 (0.259)	0.559
MMA	0.984 (0.078)	0.998 (0.436)	0.999 (0.151)	1.005 (0.614)	0.521
JMA	0.981 (0.080)	0.996 (0.370)	0.998 (0.178)	1.002 (0.559)	0.538
PIA(1)	0.983 (0.103)	0.998 (0.417)	0.999 (0.237)	1.002 (0.557)	0.529
PIA(2)	0.972 (0.031)	0.990 (0.209)	0.975 (0.054)	0.995 (0.384)	0.550
PIA(3)	0.983 (0.091)	0.996 (0.348)	0.999 (0.218)	1.002 (0.546)	0.525
AIC	0.990 (0.096)	1.010 (0.753)	1.015 (0.195)	1.021 (0.863)	0.290
BIC	1.012 (0.428)	1.005 (0.707)	1.036 (0.709)	1.012 (0.801)	0.168
AICc	0.993 (0.119)	1.007 (0.699)	1.012 (0.200)	1.017 (0.806)	0.282
HDBIC	1.004 (0.842)	1.002 (0.842)	1.005 (0.842)	1.002 (0.842)	0.000
HQ	0.994 (0.205)	1.004 (0.662)	1.022 (0.440)	1.011 (0.781)	0.172
CV	0.984 (0.100)	0.997 (0.421)	1.021 (0.308)	1.006 (0.620)	0.298
s-AIC	0.976 (0.039)	0.991 (0.267)	0.997 (0.111)	1.000 (0.495)	0.521
s-BIC	1.000 (0.188)	1.001 (0.563)	1.022 (0.554)	1.008 (0.729)	0.525
s-AICc	0.976 (0.040)	0.991 (0.267)	0.998 (0.114)	1.000 (0.497)	0.517
s-HDBIC	1.002 (0.461)	1.001 (0.613)	1.009 (0.748)	1.003 (0.722)	0.534
s-HQ	0.984 (0.069)	0.995 (0.350)	1.010 (0.229)	1.004 (0.587)	0.529
Bates-Granger	0.977 (0.016)	0.987 (0.133)	0.984 (0.069)	0.991 (0.264)	0.559

表中結果為遞迴迴歸 (recursive regression) 方式計算。MSPE Ratio 以 Clark-West test 檢定；MAPE Ratio 以 Diebold-Mariano test 檢定，括號中為 p value，粗體代表檢定量在 1% 的顯著水準下為顯著 [17, 18]。勝率 (Success Ratio) 粗體代表該值高於油價上漲於評估期間的比例 (0.529)。



參考文獻

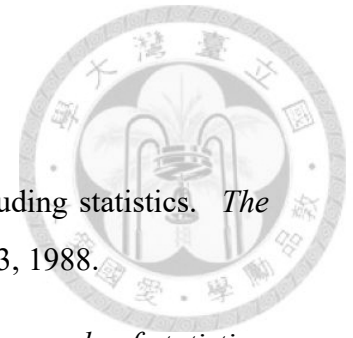
- [1] Hirotugu Akaike. A new look at the statistical model identification. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 19(6):716–723, 1974.
- [2] Ron Alquist and Lutz Kilian. What do we learn from the price of crude oil futures? *Journal of Applied Econometrics*, 25(4):539–573, 2010.
- [3] Ron Alquist, Lutz Kilian, Robert J Vigfusson, et al. Forecasting the price of oil. *Handbook of economic forecasting*, 2:427–507, 2013.
- [4] Robert B Barsky and Lutz Kilian. Do we really know that oil caused the great stagflation? a monetary alternative. In *NBER Macroeconomics Annual 2001, Volume 16*, pages 137–198. MIT Press, 2002.
- [5] John M Bates and Clive WJ Granger. The combination of forecasts. *Or*, pages 451–468, 1969.
- [6] Christiane Baumeister and Lutz Kilian. Forecasting the real price of oil in a changing world: A forecast combination approach. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33(3):338–351, 2015.
- [7] Lasse Bork, Pablo Rovira Kaltwasser, and Piet Sercu. Do exchange rates really help forecasting commodity prices? *Available at SSRN 2473624*, 2014.
- [8] Bimal K Bose. Global warming: Energy, environmental pollution, and the impact of power electronics. *Industrial Electronics Magazine, IEEE*, 4(1):6–17, 2010.
- [9] Steven T Buckland, Kenneth P Burnham, and Nicole H Augustin. Model selection: an integral part of inference. *Biometrics*, pages 603–618, 1997.
- [10] Kenneth P Burnham and David R Anderson. Multimodel inference understanding aic and bic in model selection. *Sociological methods & research*, 33(2):261–304, 2004.



- [11] M Busse, C Knittel, and F Zettelmeyer. Pain at the pump: How gasoline prices affect automobile purchasing. Technical report, mimeo, Northwestern University, 2010.
- [12] Shiu-Sheng Chen. Forecasting crude oil price movements with oil-sensitive stocks. *Economic Inquiry*, 52(2):830–844, 2014.
- [13] Yu-chin Chen, Kenneth S Rogoff, and Barbara Rossi. Can exchange rates forecast commodity prices? *Quarterly Journal of Economics*, 125(3), 2010.
- [14] Sergey Chernenko, Krista Schwarz, and Jonathan H Wright. The information content of forward and futures prices: Market expectations and the price of risk. *FRB International Finance discussion paper*, (808), 2004.
- [15] Gerda Claeskens, Nils Lid Hjort, et al. *Model selection and model averaging*, volume 330. Cambridge University Press Cambridge, 2008.
- [16] Todd E Clark and Michael W McCracken. The power of tests of predictive ability in the presence of structural breaks. *Journal of Econometrics*, 124(1):1–31, 2005.
- [17] Todd E Clark and Kenneth D West. Approximately normal tests for equal predictive accuracy in nested models. *Journal of econometrics*, 138(1):291–311, 2007.
- [18] Francis X Diebold and Roberto S Mariano. Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 13(3):253–263, 1995.
- [19] Max Gillman and Anton Nakov. Monetary effects on nominal oil prices. *The North American Journal of Economics and Finance*, 20(3):239–254, 2009.
- [20] Clive WJ Granger and Ramu Ramanathan. Improved methods of combining forecasts. *Journal of Forecasting*, 3(2):197–204, 1984.
- [21] Edward J Hannan and Barry G Quinn. The determination of the order of an autoregression. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pages 190–195, 1979.



- [22] Bruce E Hansen. Least squares model averaging. *Econometrica*, 75(4):1175–1189, 2007.
- [23] Bruce E Hansen. Least-squares forecast averaging. *Journal of Econometrics*, 146(2): 342–350, 2008.
- [24] Bruce E Hansen and Jeffrey S Racine. Jackknife model averaging. *Journal of Econometrics*, 167(1):38–46, 2012.
- [25] Raftery Hoeting, Madigan and Volinsky. Bayesian model averaging: a tutorial. *Statistical science*, pages 382–401, 1999.
- [26] Ching-Kang Ing and Tze Leung Lai. A stepwise regression method and consistent model selection for high-dimensional sparse linear models. *Statistica Sinica*, pages 1473–1513, 2011.
- [27] Atsushi Inoue and Lutz Kilian. In-sample or out-of-sample tests of predictability: Which one should we use? *Econometric Reviews*, 23(4):371–402, 2005.
- [28] Sylvain Leduc and Keith Sill. A quantitative analysis of oil-price shocks, systematic monetary policy, and economic downturns. *Journal of Monetary Economics*, 51(4): 781–808, 2004.
- [29] Chu-An Liu and Biing-Shen Kuo. Model averaging in predictive regressions. *The Econometrics Journal*, 2016.
- [30] Colin L Mallows. Some comments on c p. *Technometrics*, 15(4):661–675, 1973.
- [31] Andrew H McCallum and Tao Wu. Do oil futures prices help predict future oil prices? *FRBSF Economic Letter*, (2005-38), 2005.
- [32] Knut Anton Mork, Øystein Olsen, and Hans Terje Mysen. Macroeconomic responses to oil price increases and decreases in seven oecd countries. *The Energy Journal*, pages 19–35, 1994.



- [33] Frederick Mosteller and John W Tukey. Data analysis, including statistics. *The Collected Works of John W. Tukey: Graphics 1965-1985*, 5:123, 1988.
- [34] Gideon Schwarz. Estimating the dimension of a model. *The annals of statistics*, 6(2):461–464, 1978.
- [35] Nariaki Sugiura. Further analysts of the data by akaike’s information criterion and the finite corrections: Further analysts of the data by akaike’s. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 7(1):13–26, 1978.
- [36] Holbrook Working. Note on the correlation of first differences of averages in a random chain. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 916–918, 1960.